

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШВИДКОСТІ РУХУ ДОМІШОК В ПЕРІОДИЧНІЙ ЦЕНТРИФУЗІ ПРИ ОЧИЩЕННІ РОСЛИННИХ ОЛІЙ.

П. І. Осадчук канд. тех. наук., М. Г. Стрельцов магістр.

Одеський державний аграрний університет

В статті відображенні математичні аспекти вирішення задачі швидкості руху твердих домішок у центрифугі періодичної дії. Отримане рішення дозволяє одержати оптимальні режими роботи даних апаратів при очищенні рослинних олій з урахуванням їх фізико-хімічних властивостей.

Ключові слова: центрифуга, тверді домішки, рослинна олія, математична модель.

Вступ. При очищенні рослинних олій в умовах агровиробництва одним із важливих процесів є центрифугування, який забезпечує очищення від механічних домішок малих розмірів величини 10-15 мкм. Така очистка сприятливо впливає на термін зберігання та органолептичні властивості рослинних олій.

Проблема. Рослинні олії, як пресові, так і екстракційні, являють собою складну багатокомпонентну систему, у якій, крім механічних домішок утримуються цілий ряд супутніх речовин.

У цей час виникла необхідність у технічному переозброєнні Українських масложирових підприємств у зв'язку з моральним і фізичним спрацюванням устаткування, а також створенню нових міні цехів для виробництва якісних рослинних олій.

Для створення необхідного устаткування є потреба у розробці математичних апаратів для розрахунків протікання тих або інших технологічних процесів на різноманітному обладнанні.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Як показали літературні дослідження в області очистки рослинних олій фізичними методами фактично відсутні фізико-математичні моделі описання процесів центрифугування, як безперервних так і періодичні.

Мета досліджень. Отримати математичний опис протікання процесу центрифугування при очищенні рослинних олій. Який дозволить розраховувати оптимальний час протікання технологічного процесу на обладнанні, яке використовується при первинному і вторинному очищенні рослинних олій.

Результати досліджень. У періодичному режимі роботи олія заповнює робочу зону до початку обертання ротора. У період роботи рухаються частки рідини, у яких величиною вертикальної швидкості V_z можна зневажити. У цьому випадку побудова полів швидкостей зводиться до рішення плоскої задачі з двома координатами: радіальної r і кутової φ . Граничні умови можна записати в такому виді:

$$\mathcal{G}_\psi(R_1, \psi) = \omega R_1; \quad \mathcal{G}_r(R_2, \psi) = 0$$

де: R_1 – радіус краю лопаті, R_2 – радіус основи лопаті, $R_1 < r < R_2$ – суміжна область між сусідніми лопатями, $0 < r < R_1$ – однозв'язна область робочої зони, ω – кутова швидкість обертання ротора.

Перша гранична умова записана при допущенні, що товщина лопаті δ зневажено мала в порівнянні з кроком h , де

$$h = 2R_1 \sin \frac{\pi}{n},$$

n – кількість лопатів.

Якщо таке допущення не приймається, то

$$v_\varphi(R_1, \varphi) = \left(1 - \frac{\delta}{h}\right) \omega R_1.$$

Третю граничну умову запишемо для області між суміжними лопатями, прийнявши нерівність $L \ll R_1$. Якщо ширина лопаті L значно менше радіуса робочої зони, то при $R_1 < r < R_2$ можна записати середню радіальну швидкість щодо руху

$$\bar{\mathcal{G}}_r(r, \varphi) = \frac{(R_2 - R_1)}{\tau_0},$$

де τ_0 – середній час переміщення частки олії уздовж ширини лопаті.

Так як усередині неочищеної олії утримується дисперсний матеріал, частки якого осідають на внутрішній поверхні робочої зони, то виникає задача переміщення часток в області з рухливими границями (задача Стефана). Тоді існує функція часу $R_2(\tau)$, що визначає процес заповнення міжлопатевого простору дисперсним матеріалом домішок, що утримуються в неочищеної олії.

Частка домішки рухається в напрямку бокових стінок зі швидкістю:

$$\mathcal{G}_r = \frac{\rho \delta^2 \mathcal{G}_\varphi^2}{18\mu r}, \quad (1)$$

де \mathcal{G}_r – радіальна швидкість частки, \mathcal{G}_φ – окружна швидкість олії, μ – динамічна в'язкість олії, ρ, δ – відповідно щільність і еквівалентний діаметр частки.

Знаючи щільність імовірності дисперсного складу домішок, можна розрахувати ефективний період роботи роторної машини, використовуючи формулу (1). Але для цього треба знати розподіл швидкостей \mathcal{G}_φ . Швидкості

\mathcal{G}_φ знайдемо з рівнянь нерозривності і Нав'є-Стокса при умовах

$$\frac{\partial \mathcal{G}_r}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{G}_r}{\partial Z} = 0, \quad \mathcal{G}_Z = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{G}_Z}{\partial Z} = \frac{\partial \mathcal{G}_Z}{\partial r} = \frac{\partial \mathcal{G}_Z}{\partial \varphi} = 0.$$

Система рівнянь при цих умовах приймає вид:

$$\frac{\partial \mathcal{G}_r}{\partial r} = \frac{\mathcal{G}_r}{r} = 0;$$

$$\rho \left(\mathcal{G}_r \frac{\partial \mathcal{G}_r}{\partial r} - \frac{\mathcal{G}_\varphi^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathcal{G}_r) \right) \quad (2)$$

$$\rho \left(\mathcal{G}_r \frac{\partial \mathcal{G}_\varphi}{\partial r} + \frac{\mathcal{G}_r \mathcal{G}_\varphi}{r} \right) = \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathcal{G}_\varphi) \right);$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho g .$$

Вирішимо систему (2) у наступному порядку: 1 - з першого рівняння (2) знайдемо \mathcal{G}_r , 2 - знаючи \mathcal{G}_r , із третього рівняння (2) знайдемо \mathcal{G}_φ , 3 - знаючи \mathcal{G}_r і \mathcal{G}_φ , із другого рівняння знайдемо p .

У такий спосіб одержимо:

$$\mathcal{G}_r = \frac{A}{r}, \quad A = \text{const.}$$

Так як $\mathcal{G}_r = (0, \varphi) = 0$, то $\mathcal{G}_r = (r, \varphi) = 0$.

Тому третє рівняння спрощується:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathcal{G}_\varphi) \right) = 0 ;$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \mathcal{G}_\varphi) = Br, \quad B = \text{const.}$$

$$\frac{\partial \mathcal{G}_\varphi}{\partial r} + \frac{\mathcal{G}_\varphi}{r} = B .$$

Отримано звичайне лінійне рівняння першого порядку. Запишемо його загальне рішення.

$$\mathcal{G}_\varphi = \frac{Br}{2} + \frac{C}{r}, \quad C = \text{const.}$$

Так як при $r=0$ швидкість обмежена, то $C=0$ і з урахуванням граничної умови:

$$\mathcal{G}_\varphi(R_1) = \omega R_1$$

одержимо

$$\mathcal{G}_\varphi(r) = \omega r . \quad (3)$$

Отже, зневажаючи вертикальною складовою швидкістю олії, можна одержати формулу руху (3) за законом обертання твердого тіла, де ω - кутова швидкість лопаті.

З (1) і (3) знаходимо швидкість наближення частки домішки до лопаті.

$$\mathcal{G}_r(r, \delta) = \frac{\rho \delta^2 \omega^2}{18\mu} r . \quad (4)$$

Отримане рівняння дозволяє розрахувати швидкість наближення механічної частки домішки до основи лопаті.

Висновки. За допомогою отриманого ми маємо змогу визначити оптимальний час протікання даного технологічного процесу, зменшити енерговитрати на його проведення та забезпечити необхідну якість продукту.

ЛІТЕРАТУРА

1. Берд Р., Стюарт В., Лай фут Е. Явление переноса. М., "Химия", 1974. 688 с.
2. Гурман А. А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. М., "Высшая школа", 1973. 295 с.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ
ПРИМЕСЕЙ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЦЕНТРИФУГЕ ПРИ ОЧИСТКЕ
РАСТИТЕЛЬНЫХ МАСЕЛ.**

П. И. Осадчук, М. Г. Стрельцов.

Ключевые слова: центрифуга, твердые примеси, растительное масло, математическая модель.

В статье отображены математические аспекты решения задачи, которая позволит определить скорость движения твердых примесей в центрифуге периодического действия. Полученное решение позволяет определить оптимальные режимы работы данных аппаратов при очистке растительных масел с учетом их физико-химических свойств.

**MATHEMATICAL MODEL OF THE VELOCITY OF THE IMPURITIES
IN THE CENTRIFUGE AT PERIODIC CLEANING OF VEGETABLE OIL**

P.I. Osadchuk, M. G. Streltsov.

Key words: centrifuge, solid impurities, vegetable oil, mathematical model.

The paper displaying mathematical aspects of the problem solving speed of solid impurities in the batch centrifuge. The resulting solution allows you to get the best modes of these devices when cleaning vegetable oils based on their physical and chemical properties.