1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

УДК 681.5.015

МЕТОД СПРОЩЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ ІЗ РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Жученко О.А. [1], Цапар В.С. [2]

[1]Національний технічний інститут України «Київський політехнічний інститут», Київ
E-mail: azhuch@ukr.net
ORCID: 0000-0001-5611-6529

[2]Національний технічний інститут України «Київський політехнічний інститут», Київ
ORCID: 0000-0002-8347-7941

Copyright © 2014 by author and the journal "Automation technological and business - processes".
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

DOI: 10.15673/2312-3125.

Анотація

Дана робота присвячена розробці методу спрощення математичних моделей об'єктів керування з розподіленими параметрами на основі способу розділення змінних. Було проаналізовано цілий ряд наявних методів, які умовно можна розділити на дві групи згідно «предмету апроксимації». Перша група утворюється різними способами спрощеного представлення самих вихідних диференціальних рівнянь об'єкта, наступний розв'язок яких відомими методами дозволяє отримати задовільні за точністю у визначених конкретних умовах опису властивостей системи з розподіленими параметрами у порівняно простому вигляді. Методи другої групи базуються на наближеному представленні (як правило, у типовій для систем з зосередженими параметрами формі відповідних передатних функцій) точних розв'язків рівнянь у частинних похідних, які моделюють поведінку системи з розподіленими параметрами. Для розрахунку оптимальних базисних векторів було використано два алгоритми. Алгоритм, котрий шляхом максимізації обмеженого вектора коефіцієнтів Фур'є, мінімізує норму вектора похибок та ітераційний алгоритм. Розділення змінних – визначення базисних векторів та коефіцієнтів Фур'є – здійснюється за допомогою ортогональної декомпозиції (базисні вектора) та оригінального методу системної ідентифікації на основі математичної моделі у просторі станів (коефіцієнти Фур'є). Для цього були розглянуті метод Гальоркіна та метод системної ідентифікації, у якому об'єкт дослідження представляється у вигляді «чорного ящика». В результаті отримана спрощена математична модель, котра дозволяє будувати на її основі системи керування реального часу, що неможливо зробити на основі початкових складних математичних моделей у зв'язку з тим, що розрахунок останніх вимагає значного часу. Напрямком подальших досліджень є дослідження якості запропонованого методу спрощення моделей системи з розподіленими параметрами для реальних промислових об'єктів.

Abstract

This paper develops a method of simplifying the mathematical models of objects control with distributed parameters based on the method of separation of variables. It analyzes a number of methods available, which can be divided into two groups according to the "object approximation." The first group is formed in different ways simplified representation of the same object output differential equations, solution of which the following known

methods provides a satisfactory accuracy in certain specific circumstances describe properties of systems with distributed parameters in a relatively simple way. The methods of the second group are based on approximate representation (usually in a typical system with lumped parameters form the corresponding transfer functions) exact solutions of partial differential equations that model the behavior of systems with distributed parameters. To calculate the optimal basis vectors used two algorithms. The algorithm, which by maximizing limited Fourier coefficients vector minimizes the norm of the vector error and iterative algorithm. Separation of variables - definition of basis vectors and the Fourier coefficients - by using orthogonal decomposition (basis vectors) and original method of system identification based on a mathematical model in state space (Fourier coefficients). This was considered Galerkin method and system identification method in which the object of study is represented as a "black box". The result is a streamlined mathematical model, which allows you to build on the basis of real-time control system that cannot be done on the basis of the initial complex mathematical models due to the fact that the last calculation requires considerable time. For future research is to study the quality of the proposed method models simplify systems with distributed parameters for real industrial projects.

Ключові слова

Математична модель, коефіцієнти Фур'є, метод Гальоркіна, системна ідентифікація.

Вступ

Практично всі реальні об'єкти керування характеризуються певною просторовою протяжністю та, як наслідок цього, не тільки залежністю керованих величин від часу, але й їх розподіленістю у просторовій області, яку займає об'єкт [1-4]. Тому мова має йти про системи з розподіленими параметрами (СРП), для яких зміна керованих величин як у часі, так і у просторі математично описується диференціальними рівняннями у частинних похідних, інтегральними, інтегродиференціальними рівняннями або системами рівнянь самої різної природи.

Сучасні комп'ютерні системи керування, як правило, будуються на основі математичних моделей керованих процесів. Однак навіть для найбільш простих об'єктів системи з розподіленими параметрами описуються точними математичними моделями достатньо складного виду. При цьому типовим наслідком моделювання поведінки СРП диференціальними рівняннями у частинних похідних є трансцендентний характер залежності відповідних передатних функцій від комплексної змінної або опис цієї залежності у вигляді нескінченних рядів [1, 3, 5] навіть відносно зосереджених вхідних діянь, що суттєво ускладнює їх аналіз та використання при синтезі систем керування.

У більш складних випадках, наприклад, для просторово багатовимірних об'єктів зі складною формою границі області зміни просторових координат або при необхідності враховувати суттєві нелінійні ефекти, як правило, взагалі не вдається отримати аналітичний розв'язок рівнянь об'єкта [3].

Названі вище обставини призвели до широкого розповсюдження на практиці спрощених математичних моделей СРП, які описують їх поведінку з потрібною точністю.

Аналіз існуючих досліджень

У наш час розроблений цілий ряд методів побудови спрощених математичних моделей СРП [4-11]. Всі вони можуть бути умовно поділені на дві основні групи згідно «предмету апроксимації» [3].

Перша група утворюється різними способами спрощеного представлення самих вихідних диференціальних рівнянь об'єкта, наступний розв'язок яких відомими методами дозволяє отримати задовільні за точністю у визначених конкретних умовах опису властивостей СРП у порівняно простому вигляді.

Методи другої групи базуються на наближеному представленні (як правило, у типовій для систем з зосередженими параметрами (СЗП) формі відповідних передатних функцій) точних розв'язків рівнянь у частинних похідних, які моделюють поведінку СРП.

Можливе послідовне застосування до однієї й тієї самої СРП різних методів апроксимації, що дозволяють, наприклад, спочатку перейти до спрощеного, що допускає точний аналітичний розв'язок, рівнянню об'єкта, для якого потім знайти дробово-раціональне наближення його передатної функції, що визначає результуюче наближення опису вихідної моделі об'єкта у вигляді типових моделей СЗП.

Постановка задачі

Одним з найбільш ефективних методів побудови спрощеної математичної моделі СРП є метод розділення змінних (метод Фур'є) [3, 12,13], що передбачає представлення функції декількох змінних (часу і просторових

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

координат) у формі нескінченного ряду, кожний член якого являє собою добуток двох функцій однієї змінної – часу та просторової координати

$$T(\xi,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i(t)\varphi_i(\xi)\,, \tag{1}$$

де апріорі невідомі функції $a_i(t)$ та $\varphi_i(\xi)$ мають бути вибрані таким чином, щоб керована змінна $T(\xi,t)$ задовольняла граничним умовам задачі.

На практиці ряд (1) обмежують n членами

$$\hat{T}(\xi,t)=\sum_{i=1}^{n}a_i(t)\varphi_i(\xi) \tag{2}$$

і тоді задача апроксимації зводиться до визначення невідомих функцій $a_i(t)$ та $\varphi_i(\xi)$ із умови мінімізації певного функціонала похибки апроксимації та дослідженню збіжності $\hat{T}(\xi,t)$ до $T(\xi,t)$ при $n\to\infty$.

Дана задача розглядалася у працях багатьох авторів, зокрема [1, 3, 9, 14-16]. Однак існуючі методи не повністю задовольняють дослідників з різних причин: у зв'язку з обчислювальними труднощами як такими, не завжди виконуються умови збіжності обчислювальних процедур, складно оцінити похибку апроксимації тощо.

У зв'язку з цим метою даної статті є на основі способу розділення змінних розроблення методу апроксимації математичних моделей СРП, який спрощує обчислювальні процедури та дозволяє оцінити похибку апроксимації.

Загальна характеристика методу.

Спрощення математичної моделі СРП полягає у апроксимації результатів розрахунків за початковими складними моделями менш складними моделями (моделями із меншою кількістю рівнянь). Таким чином, для проведення апроксимації спочатку треба розрахувати змінні $T(\xi,t)$ (зразки) при різних значеннях вхідних змінних *u(t)* за допомогою початкової математичної моделі. Для формування більш представницьких зразків доцільно сигнал *u(t)* вибрати у вигляді послідовності псевдовипадкових двійкових сигналів [18]. Отримані у результаті розрахунків зразки доцільно представити у вигляді матриці

$$T_{зраз}(k):=\begin{bmatrix}\tilde{T}(\xi_1,t_1) & \tilde{T}(\xi_1,t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_1,t_K)\\ \tilde{T}(\xi_2,t_1) & \tilde{T}(\xi_2,t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_2,t_K)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \tilde{T}(\xi_N,t_1) & \tilde{T}(\xi_N,t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_N,t_K)\end{bmatrix} \tag{3}$$

Ці дані по суті є рядом полів просторових змінних, що складаються з *N* точок, розрахованих для *K* моментів часу, які містять у собі інформацію щодо динаміки досліджуваного об'єкту.

Розрахунок розподілених у просторі змінних, що визначають стан досліджуваного процесу, здійснюється за формулою (2). Змінні $T(\xi,t)$ виражаються у вигляді ряду ортонормованих базисних векторів (БВ) $\varphi_i(\xi)$ координати ξ, кожна з яких помножена на функцію *часу* $a_i(t)$ (коефіцієнти Фур'є).

Далі буде використовуватись наступний запис:

$$a(k):=col\left\{a_i(t_k)\right\}_{i=1}^{N} \tag{4}$$

$$T(k):=col\left\{\tilde{T}(\xi_l,t_k)\right\}_{l=1}^{N} \tag{5}$$

$$\varphi_i:=col\left\{\tilde{\varphi}_i(\xi_l)\right\}_{l=1}^{N}\quad\text{та}\quad\Phi:=(\varphi_1\quad\varphi_2\quad\dots\quad\varphi_N)\,. \tag{6}$$

Із урахуванням цього рівняння (2) можна записати так:

$$T(k)=\mathbf{\Phi}a(k) \tag{7}$$

Оскільки стовпчики $\mathbf{\Phi}$ формують ортонормований базис, то матриця $\mathbf{\Phi}$ є ортогональною, що означає $\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Phi}=\mathbf{I}_N$, де $\mathbf{I}_N$ – одинична матриця $N\times N$. Права частина рівняння (7) містить N базисних векторів і N коефіцієнтів Фур'є. Цей ряд базисних векторів $\{\varphi_i\}_{i=1}^{N}$ та відповідний ряд коефіцієнтів Фур'є $\{a_i(k)\}_{i=1}^{N}$ будуть розділені на ряд із n базисних векторів $\{\varphi_i\}_{i=1}^{N}$ із коефіцієнтами, які визначають апроксимацію $\breve{T}(k):=\sum_{i=1}^{n}a_i(k)\varphi_i$

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

та ряд із $N-n$ базисних векторів $\{\varphi_i\}_{i=n+1}^{N}$ із коефіцієнтами, що формують ряд Фур'є вектора похибок $\varepsilon_n(k) := \mathbf{T}(k) - \breve{\mathbf{T}}(k) = \sum_{i=n+1}^{N} a_i(k)\varphi_i$.

Через ортогональність матриці $\mathbf{\Phi}$ вага кожного елемента $\varphi_i a_i$ визначається коефіцієнтами:

$$\|\mathbf{T}\|_2^2 = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{T}^T(k)\mathbf{T}(k) = \sum_{k=1}^{K} a^T(k)\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Phi}a(k) = \|a\|_2^2 = \|a_1\|_2^2 + \|a_2\|_2^2 + \cdots + \|a_N\|_2^2$$

Для заданих змінних $\{\breve{T}(k)\}_{k=1}^{K}$ базисним вектором є такий вектор $\{\varphi_i\}_{i=1}^{N}$, l_2 -норма коефіцієнтів Фур'є якого задовольняє

$$\|a_1\|_2^2 \geq \|a_2\|_2^2 \geq \cdots \geq \|a_N\|_2^2 \tag{8}$$

Це означає, що для будь-якої довжини ряду n, «енергія» $\sum_{i=1}^{n}\|a_i\|$ в перших n коефіцієнтах Фур'є є максимальною. Таким чином, якщо ряд Фур'є обмежується n – членами так, що:

$$T(k) = \mathbf{\Phi}a(k) = \begin{bmatrix}\mathbf{\Phi}_n & \mathbf{\Phi}_{кін}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_n(k) \\ a_{кін}(k)\end{bmatrix},$$

то квадрат l_2 - норми вектора змінних можна записати як

$$\|T\|_2^2 = \|a_n\|_2^2 + \|a_{кін}\|_2^2 = \|a_n\|_2^2 + \|\varepsilon_n\|_2^2,$$

де $a_n(k) \in \mathbf{R}^n$ – вектор, що містить перші n коефіцієнтів Фур'є, $a_{кін}(k) \in \mathbf{R}^{N-n}$ – вектор, що містить останні $N-n$ коефіцієнтів Фур'є та $\varepsilon_n(k) \in \mathbf{R}^N$, $\varepsilon_n(k) = \phi_{кін}a_{кін}$ – вектор похибок, отриманих внаслідок обмеження ряду. Базисним вектором для такого обмеженого ряду є вектор, що призводить до мінімізації l_2 - норми вектора похибок $\|\varepsilon_n\|_2$.

Для побудови спрощеної моделі (2) потрібно визначити БВ та коефіцієнти Фур'є. БВ $\varphi_i(\xi)$ розраховуються із даних, що сформували матрицю (3). Після цього, рівняння моделі мають бути перетворені на залежність між входами моделі u(t) і коефіцієнтами Фур'є $\{a_i(t)\}_{i=1}^{n}$. На цьому етапі застосовуються алгоритми системної ідентифікації [19]. Алгоритмами системної ідентифікації визначаються невідомі параметри вибраної структури моделі (наприклад, ряд лінійний алгебраїчних або різницевих рівнянь) на основі даних імітаційного моделювання.

Таким чином, процес спрощення моделі поділяється на два етапи:

1. Визначення ряду БВ $\{\varphi_i(\xi)\}_{i=1}^{n}$ на основі набору даних моделювання $\{\tilde{u}(t_k), \tilde{T}(\xi, t_k)\}_{k=1}^{K}$, де K – кількість кроків за часом у процесі моделювання . Знак ~ означає, що дані отримані як результат імітаційного моделювання;
2. Вибір структури моделі залежності між $u(t)$ та $\{a_i(t)\}_{i=1}^{n}$ та визначення невідомих параметрів цієї моделі на основі даних $\{\tilde{u}(t_k)\}_{k=1}^{K}$ та $\{\tilde{a}_1(t_k),...,\tilde{a}_n(t_k)\}_{k=1}^{K}$, де $\tilde{a}_1(t_k)$ можуть бути розраховані із $\varphi_i(\xi)$ *та* $\tilde{T}(\xi, t_k)$. Після того, як будуть визначені всі параметри, буде отримана спрощена модель, за допомогою якої можна передбачати зміну у часі коефіцієнтів Фур'є в залежності від траєкторії вхідного сигналу $u(k)$.

Як буде показано нижче, перший крок виконується методами ортогональної декомпозиції набору значень змінних процесу, отриманих у результаті моделювання. Другий крок може бути виконаний двома способами:

- застосуванням методу Гальоркіна [3,9,17, 20] до рівнянь початкової складної моделі з метою отримання меншого набору з n рівнянь. Цей підхід коротко описано нижче;
- застосуванням методу системної ідентифікації для отримання ряду $\{\tilde{a}_i(t)\}_{i=1}^{n}$ із подальшим знаходженням моделі, що найкраще апроксимує зміну $\{\tilde{a}_i(t)\}_{i=1}^{n}$ у часі при дії відповідного вхідного сигналу $u(t_k)$.

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

Визначення оптимальних базисних векторів

Оптимальні БВ визначаються із умови мінімізації l_2 - норми відповідного вектора похибок $\tilde{\varepsilon}_n(k) = \tilde{\mathbf{T}}(k) - \breve{\mathbf{T}}(k)$ (розрахункові дані позначатимуться хвилястою лінією) із усіх ортонормованих базисів *n*-ного порядку. Враховуючи наведене вище, l_2 норму вектора похибок $\varepsilon_n(k)$ можна мінімізувати шляхом максимізації обмеженого вектора коефіцієнтів Фур'є $a_n(k)$ Таким чином, l_2 - норма вектора похибок обмеження $\tilde{\varepsilon}_n(k)$ мінімізується шляхом вибору таких БВ $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$, при яких максимізується:

$$F(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n) = \sum_{i=1}^{n} \left\| \tilde{\mathbf{T}}^T(k) \varphi_i \right\|_2^2 . \tag{9}$$

Якщо

$$\|\varphi_i\|^2 = 1 \quad i = 1, 2, ..., n \text{ та } \langle \varphi_i, \varphi_j \rangle = 0 \text{ при } i \neq j ,$$

де $\|\varphi_i\| := \varphi_i^T \varphi_i$ – Евклідова норма БВ φ_i. Необхідні умови екстремуму $F(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$ знаходяться за умови $\|\varphi_i\|^2 = 1$.

Для знаходження оптимуму $F(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$ при $\|\varphi_i\|^2 = 1$ запишемо Лагранжіан

$$L(\varphi_1, ..., \varphi_n, \lambda_1, ..., \lambda_n) := F(\varphi_1, ..., \varphi_n) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\|\varphi_i\|^2 - 1) \tag{10}$$

БВ $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ потрібно обрати такими, щоб максимізувати L. Необхідною умовою екстремуму для цієї функції є те, що градієнти Лагранжіана φ_i по БВ та множникам Лагранжа λ_i мають дорівнювати нуль-вектору

$$\nabla_{\varphi_i} L = 0^T ; \ \nabla_{\lambda_i} L = 0 , \ i = 1, 2, ..., n , \tag{11}$$

де $\nabla_{\varphi_i} = \dfrac{\partial}{\partial \varphi_i^T}$ – градієнт за *i-им* БВ, $\mathbf{0^T}$ – нульовий вектор-рядок такого ж розміру, як $\nabla_{\varphi_i} L$. Із врахуванням формули для l_2 - норми, Лагранжіан можна записати у вигляді:

$$L(\varphi_1, ..., \varphi_n, \lambda_1, ..., \lambda_n) := \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} \varphi_i^T \tilde{\mathbf{T}}(k) \tilde{\mathbf{T}}^T(k) \varphi_i - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\varphi_i^T \varphi_i - 1) . \tag{12}$$

Підстановкою (3) отримаємо

$$L(\varphi_1, ..., \varphi_n, \lambda_1, ..., \lambda_n) := \sum_{i=1}^{n} \varphi_i^T \mathbf{T}_{зраз} \mathbf{T}_{зраз}{}^T \varphi_i - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\varphi_i^T \varphi_i - 1) \tag{13}$$

Градієнти Лагранжіана будуть мати вигляд:

$$\nabla_{\varphi_i} L = \varphi_i^T \underbrace{\mathbf{T}_{зраз} \mathbf{T}_{зраз}{}^T}_{R} - \lambda_i \varphi_i^T = 0^T \tag{14}$$

$$\nabla_{\lambda_i} L = \varphi_i^T \varphi_i - 1 = 0 \tag{15}$$

Переписавши рівняння (14) у вигляді

$$\mathbf{R} \varphi_i = \lambda_i \varphi_i , \tag{16}$$

можна стверджувати, що λ_i є власними значеннями матриці $\mathbf{R}$. Для знаходження власних значень $\mathbf{R}$ помножимо (16) на φ_i^T. Отримуємо

$$\varphi_i^T \lambda_i^T \varphi_i = \varphi_i^T \mathbf{R} \varphi_i = \varphi_i^T \mathbf{T}_{зраз} \mathbf{T}_{зраз}{}^T \varphi_i$$

Звідки

$$\lambda_i = \left\| \mathbf{T}_{зраз}{}^T \varphi_i \right\|^2 = \sum_{k=1}^{K} \left| \tilde{\mathbf{T}}^T(k) \varphi_i \right|^2 = \left\| \tilde{\mathbf{T}}^T \varphi_i \right\|_2^2 = \|a_i\|_2^2 , \tag{17}$$

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

де $\|\bullet\|$ - Евклідова норма, $|\bullet|$ - абсолютне значення та $\|\bullet\|_2$ l_2 – норма.

Розташуємо власні значення у порядку:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_N$$

після чого оптимальне значення критерію (9) визначається сумою власних значень λ_i :

$$\left\|a_n^*\right\|_2^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K}\left|a_i^*(k)\right|^2 = \sum_{i=1}^{n}\left\|a_i^*\right\|_2^2 = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i ,$$

де a_n^* - вектор оцінок сигналу a_n, що максимізує Лагранжіан L. Крім того, власні вектори $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ задовольняють умовам ортонормованості, якщо власні значення різні. Оптимальний набір БВ можна знайти, виконавши декомпозицію власних значень,

$$\begin{bmatrix}\mathbf{R}\varphi_1 & \mathbf{R}\varphi_2 & \cdots & \mathbf{R}\varphi_N\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda_1\varphi_1 & \lambda_2\varphi_2 & \cdots & \lambda_N\varphi_N\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}}$$

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}}\boldsymbol{\Phi}^T , \qquad (18)$$

де $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}}$ – діагональна матриця власних значень λ_i матриці $\mathbf{R}$, $\boldsymbol{\Phi}$ – ортогональна матриця власних векторів матриці $\mathbf{R}$.

Звідси випливає алгоритм розрахунку БВ:

Дано: $\mathbf{T}_{зраз} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{T}}(1) & \tilde{\mathbf{T}}(2) & \cdots & \tilde{\mathbf{T}}(K)\end{bmatrix}$

Побудувати: $\mathbf{R} := \mathbf{T}_{зраз}\mathbf{T}_{зраз}^{\ T}$

Розрахувати: Декомпозицію власних значень,

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}}\boldsymbol{\Phi}^T$$

при

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}} = diag(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N)$$

$$\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}^T = \boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I}_N$$

Результат: БВ $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$, що є стовпчиками матриці $\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix}\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_N\end{bmatrix}$.

Виконати наведений вище прямий розрахунок декомпозиції власних значень на ПК для прикладних задач практично неможливо через великий розмір матриці $\mathbf{R}$. Для більш раціонального знаходження БВ можна використовувати сингулярну декомпозицію (СД) [21] матриці $\mathbf{T}_{зраз}$, так як розмірність $\mathbf{T}_{зраз}$ значно менша за розмірність матриці $\mathbf{R}$ (якщо $K<<N$).

Згідно даного методу матриця зразків $\mathbf{T}_{зраз}$, що містить розраховані значення $\tilde{\mathbf{T}}(k)$, підлягає розкладу за сингулярними значеннями

$$\mathbf{T}_{зраз} = \boldsymbol{\Phi}_K \sum \boldsymbol{\Psi}^T = \sum_{i=1}^{rank(\mathbf{T}_{зраз})} \sigma_i\varphi_i\psi_i^T ,$$

де $\boldsymbol{\Phi}_K \in \mathbf{R}^{N\times K}$ та $\boldsymbol{\Psi} \in \mathbf{R}^{K\times K}$ – ортонормовані матриці, такі, що $\boldsymbol{\Phi}_K{}^T\boldsymbol{\Phi}_K = \boldsymbol{\Psi}^T\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{I}_K$, $\mathbf{I}_K$ – одинична матриця розміром $K\times K$. Вектори φ_i та ψ_i – стовпчики матриць $\boldsymbol{\Phi}_K$ та $\boldsymbol{\Psi}$ відповідно. Матриця $\boldsymbol{\Sigma}$ є діагональною матрицею, елементи якої σ_i є сингулярними значеннями матриці $\mathbf{T}_{зраз}$.

Слід зазначити, що існує залежність між СД- розкладом і двома розкладами за власними значеннями:

$$\mathbf{R} = \mathbf{T}_{зраз}\mathbf{T}_{зраз}^T = \boldsymbol{\Phi}_K\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Psi}^T\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Phi}_K^T = \boldsymbol{\Phi}_K\boldsymbol{\Sigma}^2\boldsymbol{\Psi}_K^T \qquad (19)$$

$$\mathbf{R}' = \mathbf{T}_{зраз}^T\mathbf{T}_{зраз} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Phi}_K^T\boldsymbol{\Phi}_K\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Psi}^T = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Sigma}^2\boldsymbol{\Psi}^T , \qquad (20)$$

де $\Sigma^2 = \Sigma\Sigma$ – діагональна матриця, що складається з перших K власних значень матриці $\boldsymbol{R}$, стовпці $\boldsymbol{\Phi}_K$ є першими K власними векторами матриці $\boldsymbol{R}$, стовпці $\boldsymbol{\Psi}$ є першими K власними векторами матриці $\mathbf{R}' \in \mathbf{R}^{K\times K}$ Якщо $K < N$, то розмірність матриці $\mathbf{R}'$ менша за розмірність матриці $\mathbf{T}_{зраз}$ яка, в свою чергу, менша за розмірність матриці $\boldsymbol{R}$.

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

Тоді перші K власних значень матриці $\boldsymbol{R}$ можуть бути розраховані в результаті розкладу за власними значеннями матриці $\mathbf{R}'$

У даному випадку алгоритм розрахунку БВ має наступний вигляд:

Дано: $\mathbf{T}_{зраз} = \left[\tilde{\mathbf{T}}(1) \quad \tilde{\mathbf{T}}(2) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{T}}(K)\right]$

Побудувати:

$$\mathbf{R} := \mathbf{T}_{зраз}\mathbf{T}_{зраз}^{T}$$

Розрахувати: Декомпозицію власних значень,

$$\mathbf{R}' = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}'}\boldsymbol{\Psi}^{T}$$

при

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{R}'} = diag(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_K)$$
$$\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Psi}^{T} = \boldsymbol{\Psi}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{I}_K .$$

Результат: $\varphi_i = \mathbf{T}_{зраз}\psi_i(\lambda_i)^{-1/2}$ де ψ_i – є *i-им* стовпчиком матриці $\boldsymbol{\Psi}$

Крім наведених алгоритмів для розрахунку БВ, може бути використаний ітераційний алгоритм, запропонований у[22].

Дано: $\mathbf{T}_{зраз} = \left[\tilde{\mathbf{T}}(1) \quad \tilde{\mathbf{T}}(2) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{T}}(K)\right]$

$$T_{зраз} = \left[\tilde{T}(1) \quad \tilde{T}(2) \quad ... \quad \tilde{T}(K)\right]$$

Ініціалізація (крок 0): Задається початкове приближення $\varphi_i^{(0)}$

Крок *j*:

$$\psi_i^{(j)} := \frac{\mathbf{T}_{зраз}^{T}\varphi_i^{(j-1)}}{\left\|\mathbf{T}_{зраз}^{T}\varphi_i^{(j-1)}\right\|}$$

$$\varphi_i^{(j)} := \frac{\mathbf{T}_{зраз}^{T}\psi_i^{(j)}}{\left\|\mathbf{T}_{зраз}^{T}\psi_i^{(j)}\right\|}$$

де $\varphi_i^{(j)}$ – значення φ_i на *i*-й ітерації.

Критерій зупинки алгоритму: Евклідова норма приросту менша за задане значення ε, тобто:

$$\left\|\varphi_i^{(j)} - \varphi_i^{(j-1)}\right\| < \varepsilon$$

$\left\|\varphi_i^{(j)} - \varphi_i^{(j-1)}\right\| < \varepsilon$

Результат: $\varphi_i^{(N_i)}$ при $i = 1, 2, ..., n$ де n – заданий порядок БВ, N_i – кількість ітерацій, потрібна для розрахунку базисного вектора φ_i

Перевагою цього методу є відсутність необхідності у розрахунку великих матриць і збереженні їх в пам'яті. Завдяки цьому при використанні даного алгоритму значно зменшуються проблеми з недостатністю пам'яті. Однак цей алгоритм потребує більше часу для розрахунку.

Визначення коефіцієнтів Фур'є

Метод Гальоркіна

Даний метод розглянемо на простому прикладі процесу теплопередачі у нагрітому бруску, який математично описується відомим рівнянням теплопередачі [23]

$$\frac{\partial T(\xi,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T(\xi,t)}{\partial \xi^2} \tag{21}$$

В цьому прикладі припускається, що густина ρ, теплопровідність λ та питома теплоємність c_p є константами. У праці [20] показано, що рівняння в частинних похідних (21) може бути записане у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь відносно коефіцієнтів Фур'є $a_i(t)$

$$a_i(t) := \langle T(\bullet, t), \varphi_i(\bullet)\rangle \tag{22}$$

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

Використовуючи (22) та рівняння теплопередачі (21), похідну за часом кожного з коефіцієнтів Фур'є можна записати у вигляді

$$\frac{da_i(t)}{dt}=\frac{d}{dt}\langle T(\xi,t),\varphi_i(\xi)\rangle=\left\langle\frac{\partial T(\xi,t)}{\partial t},\varphi_i(\xi)\right\rangle=\frac{\lambda}{\rho c_p}\left\langle\frac{\partial^2 T(\xi,t)}{\partial\xi^2},\varphi_i(\xi)\right\rangle.$$

Підставивши (2), отримуємо:

$$\frac{da_i(t)}{dt}=\frac{\lambda}{\rho c_p}\left\langle\sum_{j=1}^{\infty}a_j(t)\frac{\partial^2\varphi_j(\xi)}{\partial\xi^2},\varphi_i(\xi)\right\rangle=\frac{\lambda}{\rho c_p}\sum_{j=1}^{n}\left[\left\langle\frac{\partial^2\varphi_j(\xi)}{\partial\xi^2},\varphi_i(\xi)\right\rangle a_j(t)\right]+\varepsilon_G(t)\ \ i=1,2,...,n \tag{23}$$

де $\varepsilon_G(t)$ – похибка від підстановки $\hat{T}(\xi,t)$ замість $T(\xi,t)$ у рівняння. Якщо припустити, що $\varepsilon_G(t)=0$, то (23) перетвориться на систему з *n* лінійних однорідних диференціальних рівнянь, розв'язок якої дасть шукані $a_i(t)$.

Метод системної ідентифікації

У системній ідентифікації, коли об'єкт дослідження представляється у вигляді «чорного ящика», існує багато методів знаходження їх динамічних моделей [19]. Згідно цих методів задається структура моделі, після чого проводиться оцінка параметрів моделі за рядом вхідних даних $\{\tilde{u}(k)\}_{k=0}^{K-1}$ та вихідних даних $\{\tilde{a}(k)\}_{k=0}^{K-1}$. Для об'єкта типу «чорний ящик» використовується модель у просторі станів

$$x(k+1)=Ax(k)+B_u u(k) \tag{24}$$

$$a(k)=C_a x(k). \tag{25}$$

У цих рівняннях $x(k)\in\mathbf{R}^{n_x}$ є вектором стану, $u(k)\in\mathbf{R}^{n_u}$ – вектор вхідних даних, $a(k)\in\mathbf{R}^{n}$ – вектор. У даному випадку вектор стану не відображає реальні величини, а використовується для опису динаміки $a(k)$ Порядок n_x визначається дослідником.

Алгоритми ідентифікації призначені для визначення невідомих параметрів $\mathbf{A}\in\mathbf{R}^{n_x\times n_x}$, $\mathbf{B}\in\mathbf{R}^{n_x\times n_u}$, $\mathbf{C}\in\mathbf{R}^{n\times n_x}$ у моделі (24), (25).

Модель (24), (25) може бути використана для прогнозування залежності між вхідними/вихідними даними та невідомих параметрів моделі на s-му кроці вперед. Для цього на кожному *k*-му кроці формується ряд прогнозованих значень $\{a(i)\}_{i=1}^{k+s-1}$ та розраховується залежність між входами і виходами з k-го по $k+s-1$ момент часу:

$$a_k^{k+s-1}(k)=O_s x(k)+T_s u_k^{k+s-1}(k), \tag{26}$$

де

$$u_k^{k+s-1}(k)=col\{u(k),u(k+1),...,u(k+s-1)\}$$

$$a_k^{k+s-1}(k)=col\{a(k),a(k+1),...,a(k+s-1)\}$$

$$T_s=\begin{bmatrix}0 & 0 & \ddots & \cdots\\ C_aB_u & 0 & \ddots & \ddots\\ C_aAB_u & C_aB_u & \ddots & \ddots\\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots\\ C_aA^{s-2}B_u & C_aA^{s-3}B_u & \ldots & C_aB_u\end{bmatrix} \tag{27}$$

$$O_s=\begin{bmatrix}C_a\\ C_aA\\ C_aA^2\\ \vdots\\ C_aA^{s-1}\end{bmatrix} \tag{28}$$

при $s\geq n_x$.

1 ПИТАННЯ ТЕОРІЇ, МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ЕФЕКТИВНОГО АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТИПУ

У рівнянні (26) невідомими залишаються O_s, T_s та $\mathbf{x}(k)$. З метою їх визначення перепишемо рівняння (26) для моментів часу $k = 0,1,...,K-1$:

$$Y_{0,s,K-1} = O_s X_{0,K-1} + T_s U_{0,s,K-1} \tag{29}$$

$$Y_{0,s,K-1} = \begin{bmatrix} \tilde{a}(0) & \tilde{a}(1) & \cdots & \tilde{a}(K-s) \\ \tilde{a}(1) & \tilde{a}(2) & \ddots & \tilde{a}(K-s+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}(s-1) & \tilde{a}(s) & \cdots & \tilde{a}(K-1) \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$X_{0,K-1} = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \ldots & x(K-1) \end{bmatrix} \tag{31}$$

Елементи цих матриць є відомими. Подібно до $Y_{0,s,K-1}$ визначається і матриця $U_{0,s,K-1}$, яка теж відома. Виходячи з цього, алгоритм знаходження невідомих складається з таких кроків:

- Знаходження O_s, T_s з рівняння (29);
- Визначення A та C_a із O_s, використовуючи (28);
- Підстановка $\{u(k)\}_{k=1}^{K}$ та $\{\tilde{a}(k)\}_{k=1}^{K}$ у рівняння (24), (25) при $k = 0,1,...,K$ для визначення $x(k)$ та B_u.

Якщо параметри моделі A, B, C_a, відомі, то рівняння (24), (25) можна використовувати для розрахунку і прогнозування змін у часі коефіцієнтів Фур'є, а, значить, і вектора змінних процесу $T(k)$ наступним чином:

$$\mathbf{T}(k) = \Phi_n a(k) = \Phi_n \mathbf{C}_a \, x(k) \tag{32}$$

$\mathbf{C}_T$

З урахуванням (24), (25) та (32) загальна математична модель набуває вигляду:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k)$$
$$a(k) = C_a x(k)$$
$$T(k) = C_T x(k)$$

Висновки: Розглянуто метод спрощення математичних моделей систем з розподіленими параметрами (СРП), який оснований на способі розподілення змінних (метод Фур'є). Спрощена модель дозволяє будувати на її основі системи керування реального часу, що неможливо зробити на основі початкових складних математичних моделей у зв'язку з тим, що розрахунок останніх вимагає значного часу.

Розділення змінних – визначення базисних векторів та коефіцієнтів Фур'є – здійснюється за допомогою ортогональної декомпозиції (базисні вектора) та оригінального методу системної ідентифікації на основі математичної моделі у просторі станів (коефіцієнти Фур'є).

У подальших дослідженнях доцільно дослідити якість запропонованого методу спрощення моделей СРП для реальних промислових об'єктів.

Література

1. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – Москва: Наука, 1975. – 568 с;
2. Демиденко Н. Д. Управляемые распределенные системыУправляемые распределенные системы / Н. Д. Демиденко. – Новосибирск: Наука, 1999. – 392 с;
3. Рапопорт Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами / Э. Я. Рапопорт. – Москва: Высшая школа, 2003. – 239 с;
4. Шевяков А. А. Управление тепловыми объектами с распределенными параметрами / А. А. Шевяков, Р. В. Яковлева. – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 208 с;
5. Девятов Б. Н. Теория и методы анализа управляемых распределенных процессов / Б. Н. Девятов, Н. Д. Демиденко. – Новосибирск: Наука, 1983. – 271 с;
6. Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системы с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – Москва: Наука, 1965. – 474 с.

7. Васильева А. Б. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. – Москва: Высшая школа, 1990. – 208 с;
8. Маковский В. А. Динамика металлургических объектов с распределенными параметрами / В. А. Маковский. – Москва: Металлургия, 1971. – 384 с;
9. Рей У. Методы управления технологическими процессами / У. Рей. – Москва: Мир, 1983. – 368 с;
10. Чермак И. Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии / И. Чермак, В. Паперка, И. Заворка. – Москва: Мир, 1972. – 623 с;
11. Шевяков А. А. Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов / А. А. Шевяков, Р. В. Яковлева. – Москва: Машиностроение, 1968. – 314 с;
12. Кошлаков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошлаков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – Москва: Наука, 1970. – 712 с;
13. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – Москва: Наука, 1966. – 735 с;
14. Бутковский А. Г. Структурная теория распределенных систем / А. Г. Бутковский. – Москва: Наука, 1977. – 320 с;
15. Коваль В. А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных управляемых систем / В. А. Коваль. – Саратов: СГТУ, 1997. – 192 с;
16. Мартиненко Н. А. Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами / Н. А. Мартиненко, Л. М. Пустыльников. – Москва: Наука, 1986. – 304 с;
17. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук. – Москва: Наука, 1989. – 608 с;
18. Assi A. H. Engineering Education and Research Using Matlab / Assi., 2011. – 490 с;
19. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – Москва: Мир, 1975. – 683 с;
20. Astrid P. Model Reduction for Process Simulations: A Proper Orthogonal Decomposition Approach : PhD thesis, Eindhoven University of Technology / Astrid, P. – Eindhoven, 2004;
21. Егупов Н. Д. Методы робастного, нейро – нечеткого и адаптивного управления / Н. Д. Егупов. – Москва: МТТУ им. Н. Э.Баумана, 2002. – 744 с;
22. Geladi P. Partial least squares regression: a tutorial / P. Geladi, B. R. Kowalski. // Analitica Chimica Acta. – 1986. – №185. – С. 1–17;
23. Лыков А. В. Тепломассообмен / А. В. Лыков. – Москва: Энергия, 1972. – 560 с.

References

1. Butkovskiy A. G. Metodyi upravleniya sistemami s raspredelennyimi parametrami / A. G. Butkovskiy. – Moskva: Nauka, 1975. – 568 s;
2. Demidenko N. D. Upravlyaemyie raspredelennyie sistemyiUpravlyaemyie raspredelennyie sistemyi / N. D. Demidenko. – Novosibirsk: Nauka, 1999. – 392 s;
3. Rapoport E. Ya. Strukturnoe modelirovanie ob'ektov i sistem upravleniya s raspredelennyimi parametrami / E. Ya. Rapoport. – Moskva: Vyisshaya shkola, 2003. – 239 s;
4. Shevyakov A. A. Upravlenie teplovyimi ob'ektami s raspredelennyimi parametrami / A. A. Shevyakov, R. V. Yakovleva. – Moskva: Energoatomizdat, 1986. – 208 s;
5. Devyatov B. N. Teoriya i metodyi analiza upravlyaemyih raspredelennyih protsessov / B. N. Devyatov, N. D. Demidenko. – Novosibirsk: Nauka, 1983. – 271 s;
6. Butkovskiy A. G. Teoriya optimalnogo upravleniya sistemyi s raspredelennyimi parametrami / A. G. Butkovskiy. – Moskva: Nauka, 1965. – 474 s;
7. Vasileva A. B. Asimptoticheskie metodyi v teorii singulyarnyih vozmuscheniy / A. B. Vasileva, V. F. Butuzov. – Moskva: Vyisshaya shkola, 1990. – 208 s;
8. Makovskiy V. A. Dinamika metallurgicheskih ob'ektov s raspredelennyimi parametrami / V. A. Makovskiy. – Moskva: Metallurgiya, 1971. – 384 s;
9. Rey U. Metodyi upravleniya tehnologicheskimi protsessami / U. Rey. – Moskva: Mir, 1983. – 368 s;
10. Chermak I. Dinamika reguliruemyih sistem v teploenergetike i himii / I. Chermak, V. Paperka, I. Zavorka. – Moskva: Mir, 1972. – 623 s;
11. Shevyakov A. A. Inzhenernyie metodyi rascheta dinamiki teploobmennyih apparatov / A. A. Shevyakov, R. V. Yakovleva. – Moskva: Mashinostroenie, 1968. – 314 s;
12. Koshlakov N. S. Uravneniya v chastnyih proizvodnyih matematicheskoy fiziki / N. S. Koshlakov, E. B. Gliner, M. M. Smirnov. – Moskva: Nauka, 1970. – 712 s;

13. Tihonov A. N. Uravneniya matematicheskoy fiziki / A. N. Tihonov, A. A. Samarskiy. – Moskva: Nauka, 1966. – 735 s;
14. Butkovskiy A. G. Strukturnaya teoriya raspredelennyih sistem / A. G. Butkovskiy. – Moskva: Nauka, 1977. – 320 s;
15. Koval V. A. Spektralnyiy metod analiza i sinteza raspredelennyih upravlyaemyih sistem / V. A. Koval. – Saratov: SGTU, 1997. – 192 s;
16. Martinenko N. A. Konechnyie integralnyie preobrazovaniya i ih primenenie k issledovaniyu sistem s raspredelennyimi parametrami / N. A. Martinenko, L. M. Pustyilnikov. – Moskva: Nauka, 1986. – 304 s;
17. Marchuk G. I. Metodyi vyichislitelnoy matematiki / G. I. Marchuk. – Moskva: Nauka, 1989. – 608 s;
18. Assi A. H. Engineering Education and Research Using Matlab / Assi., 2011. – 490 c;
19. Eykhoff P. Osnovyi identifikatsii sistem upravleniya / P. Eykhoff. – Moskva: Mir, 1975. – 683 s;
20. Astrid P. Model Reduction for Process Simulations: A Proper Orthogonal Decomposition Approach : PhD thesis, Eindhoven University of Technology / Astrid, P. – Eindhoven, 2004;
21. Egupov N. D. Metodyi robastnogo, neyro – nechetkogo i adaptivnogo upravleniya / N. D. Egupov. – Moskva: MTTU im. N. E.Baumana, 2002. – 744 s;
22. Geladi P. Partial least squares regression: a tutorial / P. Geladi, B. R. Kowalski. // Analitica Chimica Acta. – 1986. – №185. – С. 1–17;
23. Lyikov A. V. Teplomassoobmen / A. V. Lyikov. – Moskva: Energiya, 1972. – 560 s.

УДК 676.056.521.1

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПРОГРЕВА БУМАЖНОГО ПОЛОТНА В СУШИЛЬНОЙ ЧАСТИ БУМАГОДЕЛАТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

Жученко А.И. [1], Черёпкин Е.С. [1]

[1]Національний технічний інститут України «Київський політехнічний інститут», Київ

Copyright © 2014 by author and the journal "Automation technological and business - processes".
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

DOI: 10.15673/2312-3125.

Аннотация

В работе рассмотрен процесс прогрева бумажного полотна в сушильной части бумагоделательной машины при контактном подводе тепла. Определены основные показатели качества. Сформулирована задача оптимального управления процессом прогрева бумажного полотна в соответствии с выбранным критерием качества при наличии ограничений на параметры состояния и управляющие воздействия..

Abstract

This article examines the process of warming up of paper web in the drying section of a paper machine with contact method of heat delivery. Outstripped the main indicators of quality. Formulated the problem of optimal control of