

## УПРАВЛІННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЮ БЕЗПЕКОЮ / INFORMATION SECURITY MANAGEMENT

### ТИПОВА ФУНКЦІЯ ЗАЛЕЖНОСТІ «ЕФЕКТ-ВИТРАТИ» ДЛЯ ОБ'ЄКТІВ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

Андрій Міщенко, Валерій Козловський, Юрій Хлапонін

Національний авіаційний університет, Україна



**МІЩЕНКО Андрій Віталійович**, к.т.н.

*Рік та місце народження:* 1967 рік, м. Мінськ, Білорусь.

*Освіта:* Київське вище військово-авіаційне інженерне училище, 1989 рік,

Національна академія оборони України, 2004 рік.

*Посада:* заступник генерального директора аеропорту «Київ» з 2010 року.

*Наукові інтереси:* методи та засоби обробки інформації в комп'ютерних системах.

*Публікації:* більше 100 наукових публікацій, серед яких підручники, навчальні посібники, наукові статті, тези доповідей.

*E-mail:* [partpravo@i.ua](mailto:partpravo@i.ua)



**КОЗЛОВСЬКИЙ Валерій Валерійович**, д.т.н.

*Рік та місце народження:* 1971 рік, м. Київ, Україна.

*Освіта:* Київське вище військово-авіаційне інженерне училище, 1992 рік,

Посада: завідувач кафедри засобів захисту інформації НАУ з 2014 року.

*Наукові інтереси:* селекція сигналів в умовах завад.

*Публікації:* більше 80 наукових публікацій, серед яких підручники, навчальні посібники, наукові статті, тези доповідей.

*E-mail:* [vyk@zeos.net](mailto:vyk@zeos.net)



**ХЛАПОНІН Юрій Іванович**, к.т.н.

*Рік та місце народження:* 1963 рік, Луганська обл., Україна

*Освіта:* Київське вище інженерне радіотехнічне училище ППО, 1985 рік.

*Посада:* доцент кафедри засобів захисту інформації НАУ з 2011 року.

*Наукові інтереси:* інформаційна безпека, захист інформації.

*Публікації:* більше 60 наукових публікацій, серед яких наукові статті, авторські свідоцтва та патенти на винаходи, тези доповідей.

*E-mail:* [yfcnz0408@ukr.net](mailto:yfcnz0408@ukr.net)

**Анотація.** Інформаційна безпека є складною системою. Для формальної постановки задач управління такою системою і вибору придатного методу їх вирішення необхідно сформулювати в аналітичній формі функції «ефект-витрати». У цій статті розглянуто метод ступеневої експоненціальної інтерполяції неопуклих логістичних функцій «ефект-витрати», що дає максимально вірогідну, в порівнянні з відомими методами, залежність від ступеня цілочисельного аргументу для широкого класу задач оптимального розподілу ресурсу між об'єктами інформаційної безпеки, які ефективно вирішуються методом динамічного програмування. Надання в аналітичній формі «виробничих» функцій «ефект-витрати» для об'єктів інформаційної безпеки необхідно для формальної постановки задач управління «складною» системою, якою є інформаційна безпека. Отримані результати дозволяють формалізувати напрямки подальших досліджень щодо розробки нових ефективних систем захисту інформації.

**Ключові слова:** інформаційна безпека, об'єкт інформаційної безпеки, логістична функція «ефект-витрати», інтерполяція, експертна оцінка.

## Вступ

Надання в аналітичній формі «виробничих» функцій «ефект-витрати» для об'єктів інформаційної безпеки необхідно для формальної постановки задач управління «складною» системою, якою є інформаційна безпека і вибору придатного методу її вирішення. Але існує величезний клас об'єктів з «логістичною» формою функції «ефект-витрати», які надаються статистичними значеннями, і адекватна інтерполяція таких залежностей неопуклими функціями не є тривіальною задачею. Розглядається спосіб аналітичної експоненціальної інтерполяції з високою вірогідністю типової логістичної функції і його порівняння з поліноміальною інтерполяцією.

## Основна частина

Введемо для «складної» логістичної функції «ефекту»  $w(x)$  ускладнену «ступеневу» залежність аргументу від витрат

$$z = x^c; \quad (1)$$

тепер одержимо функціонал ефекту  $w\{z(x)\}$ , який проаналізуємо для наступних припущень: функціонал має тренд «зростання» при «зростанні» функції-аргументу; асимптотичне значення функціоналу «ефекту» дорівнює потенціалу об'єкта  $a$ ; «реалізований» ефект  $w(z)$  і «нереалізований» ефект  $v(z)$  складають «потенціал» об'єкту (константу  $a$ )

$$w(z) + v(z) = a; \quad w(z) = a - v(z); \quad v(z) = a - w(z); \quad (2)$$

темп зростання «реалізованого» ефекту при зростанні витрат за фізичним змістом вважається пропорційним (коефіцієнт  $b$ ) нереалізованому ефекту, що надається наступним неоднорідним диференціальним рівнянням

$$\frac{dw}{dz} = b \times v(z). \quad (3)$$

Перейдемо до однорідного диференціального рівняння підстановкою в нього співвідношень (2); маємо:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{d}{dz} \{a - v(z)\}; \quad -\frac{dv}{dz} = b \times v(z); \quad \frac{dv}{v} = b \times dz. \quad (4)$$

Інтегруємо (4) по частинах у відповідних, згідно фізичному змісту, межах інтервалів

$$\int_a^{a-w} \frac{dv}{v} = -\int_0^z b \times dz. \quad (5)$$

Послідовно маємо:

$$\ln \frac{a-w}{a} = -bz; \quad w(z) = a \times \{1 - \exp(-b \times z)\}. \quad (6)$$

Таким чином, для об'єкта з «потенціалом»  $a$  саме «логістична» форма залежності ефекту  $w$  від кількості ресурсу  $x$  може бути надана гіпотетичною експоненціальною функцією ступеня аргументу

$$w(x) = a \times \{1 - \exp(-b \cdot x^c)\}, \quad (7)$$

де  $a$  – асимптотичне значення функції при  $x \rightarrow \infty$ ,  $b, c$  – коефіцієнти регресії, що визначають питомий «вплив» ресурсу. Характер залежності (7) для сімейства «логістичних» функцій відображається графіком, що показаний на рис.1.

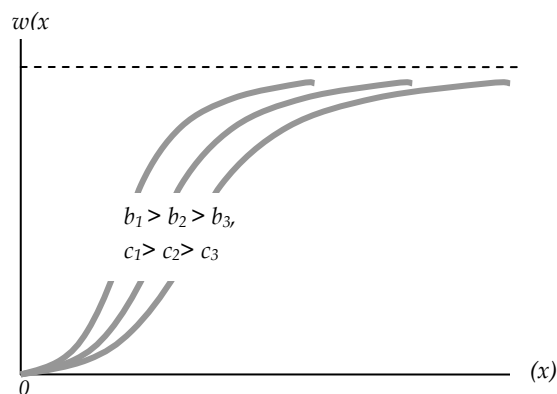


Рис.1. Графік сімейства логістичних функцій аналітичної форми (7) для заданого значення  $a$  і різних значень  $b, c$

Якщо при дослідженні певного об'єкта одержаний статистичний набір  $m$  пар значень аргументу і функції

$$(x_i, w_i), \quad i = \overline{1, m}, \quad (8)$$

то визначення коефіцієнтів регресії  $b$  та  $c$  можливе наступним чином.

Якщо для даного об'єкта з відомим потенціалом  $a$  експертним шляхом визначається «питомий» (для  $x=1$ ) ефект  $w(1)$ , то із рівняння (7) –

$$w(1) = a \times \{1 - \exp(-b)\}, \quad (9)$$

знаходиться у явному вигляді коефіцієнт –

$$-b = \ln\{1 - w(1) / a\}, \quad (10)$$

який не залежить від статистичного набору (2) и тому може бути застосований для визначення коефіцієнта (ступня)  $c$  при регресійному аналізі.

Складемо суму квадратів різниць між статистичними значеннями функції  $w_i$  й гіпотетичними її значеннями при відповідних статистичних значеннях аргументу  $w(x_i)$  –

$$R(c) = \sum_{i=1}^m \{w_i - [a \times \exp(-bx_i^c)]\}^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 - \sum_{i=1}^m 2w_i \times [a \times \exp(-bx_i^c)] + \sum_{i=1}^m [a \times \exp(-bx_i^c)]^2. \quad (11)$$

Оскільки диференціальне рівняння умови екстремуму (мінімуму)  $R$  по  $c$

$$\frac{dR}{dc} = f(c) = 0, \quad (12)$$

не має аналітичного вигляду  $f(c)$  через трансцендентність даної функції, знайдемо значення  $c$  методом оцінки математичного сподівання його статистичних значень. З рівняння (7) для статистичного набору (8) одержимо масив (вектор) значень показника ступеня

$$\left\langle c_i = \frac{\ln \ln(1 - w_i / a)}{\ln(-bx_i)}, i = \overline{1, m} \right\rangle, \quad (13)$$

й обчислимо математичне сподівання значення даного коефіцієнта

$$c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c_i. \quad (14)$$

Тепер значення функцій ефекту для системи об'єктів при плані розподілу XS одиниць однорідних ресурсів (наприклад, коштів) –

$$X = \langle x_j, j = \overline{1, n} \rangle, \sum_{j=1}^n x_j = XS, \quad (15)$$

надаються розрахунковою формулою –

$$w_j(x_j) = a_j \cdot \{1 - \exp(-b_j \cdot x_j^{c_j})\}, j = \overline{1, n}. \quad (16)$$

Загальний ефект для системи об'єктів при адитивній формі часткових ефектів має вигляд –

$$WS(X) = \sum_{j=1}^n w_j(x_j) = \sum_{j=1}^n a_j \{1 - \exp(-b_j \cdot x_j^{c_j})\}. \quad (17)$$

На рис. 2 наданий приклад типового характеру залежності логістичної функції (7), розрахований для значень коефіцієнтів  $a=67, b=0.008, c=1.8$  при ціло-чисельних значеннях аргументу ( $0 \leq x \leq 24$ ).

Легко побачити, що характер даної залежності відповідає гіпотетичній закономірності «логістичної» функції, тому дана залежність також може бути цілком придатною функцією регресії (законом) для «логістичних» функцій.

Таким чином, якщо по результатах обстеження певного об'єкта відомі експертні оцінки даних робочого набору показників  $(a, b, c)$ , то його логістична функція «ефект-витрати» визначається типовою аналітичною формою (7).

Тепер стає можливим для системи об'єктів обчислити значення їх функції «ефект-витрати» при потрібній дискретності аргументу (наприклад, для  $\Delta x=1$  од. ресурсу – млн.грн.), як то показане на рис. 2.

x=0	w= 0.00	-----a=67.00
x=1	w= 0.53	
x=2	w= 1.84	
x=3	w= 3.76	
x=4	w= 6.19	
x=5	w= 9.04	
x=6	w=12.21	
x=7	w=15.63	
x=8	w=19.21	
x=9	w=22.87	
x=10	w=26.56	
x=11	w=30.20	
x=12	w=33.76	
x=13	w=37.18	
x=14	w=40.43	
x=15	w=43.49	
x=16	w=46.34	
x=17	w=48.96	
x=18	w=51.35	
x=19	w=53.51	
x=20	w=55.45	
x=21	w=57.17	
x=22	w=58.69	
x=23	w=60.01	
x=24	w=61.16	

Рис.2. Графік (гістограма) залежності  $w(x)=67 \times \{1 - \exp(-0.008 \times x^{1.8})\}$

Оскільки «огинаюча» решітчастих функцій дискретного аргументу не є «опуклою», то задача оптимального розподілу XS одиниць ресурсу («витрат») між об'єктами з виробничими функціями  $w_j(x_j), j = \overline{1, n}$ , що максимізує ефективність їх використання, може бути вирішена універсальним методом динамічного програмування, бо задовольняє умовам застосування методу.

Пряма задача – на множині планів розподілу цілочисельних ресурсів {X} між об'єктами, кожний з котрих задовольняє обмеження на припустимі витрати (критерій припустимості)

$$\forall X, X \in \{X\}_{np}: NS(X) = \sum_{j=1}^n x_j \leq NS^{npun}, \quad (18)$$

знайти такий (оптимальний) план –

$$X^o = \langle [x_j^o], j = \overline{1, n} \rangle, \quad (19)$$

що максимізує загальносистемний ефект об'єктів (критерій оптимальності) –

$$\begin{aligned} WS(X^o) &= \max_{\{X\}} WS(X) = \\ &= \sum_{j=1}^n w_j(x_j^o) = \sum_{j=1}^n a_j \times \left\{ 1 - \exp \left[ -b \times (x_j^o)^{c_j} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Ефективність даного плану буде максимальною

$$\begin{aligned} ES(X_{np}^o) &= WS(X^o) / NS(X^o) = \\ &= \max_{\{X\}} WS(X) / NS^{npun} = \max_{\{X\}} ES(X). \end{aligned} \quad (21)$$

Обернена задача – на множині планів розподілу ціло-чисельних ресурсів {X} між об'єктами, кожний з котрих задовольняє обмеження на потрібний рівень загальносистемного ефекту об'єктів (критерій припустимості)

$$\begin{aligned} \forall X \in \{X\}_{ob}: WS(X) &= \sum_{j=1}^n w_j(x_j) = \\ &= \sum_{j=1}^n a_j \times \left\{ 1 - \exp \left[ -b \times (x_j)^{c_j} \right] \right\} \geq WS^{nomp}, \end{aligned} \quad (22)$$

знайти такий (оптимальний) план

$$X^o = \langle [x_j^o], j = \overline{1, n} \rangle, \quad (23)$$

що мінімізує загальні витрати ресурсу (критерій оптимальності) –

$$NS(X_{ob}^o) = \min_{\{X\}} NS(X) = \sum_{j=1}^n x_j^o. \quad (24)$$

Ефективність даного плану також буде максимальною –

$$\begin{aligned} ES(X_{ob}^o) &= WS(X^o) / NS(X^o) = \\ &= WS^{nomp} / \min_{\{X\}} NS(X) = \max_{\{X\}} ES(X). \end{aligned} \quad (25)$$

Алгоритми обробки статистичних наборів «ефект-витрати» для обчислення коефіцієнтів логістичних функцій (4), (8), інтерполяційних значень логістичних функцій та вирішення прямої й оберненої задач оптимального розподілу ресурсу методом динамічного програмування відпрацьовані і можуть бути включені у склад спеціального математичного і програмного забезпечення комп'ютерних засобів автоматизації управління інформаційною безпекою.

## Висновки

Таким чином, розглянутий метод ступеневої експоненціальної інтерполяції не-опуклих логістичних функцій «ефект-витрати» дає максимально вірогідну, в порівнянні з відомими методами, залежність від ступеня цілочисельного

аргументу для широкого класу задач оптимального розподілу ресурсу між об'єктами інформаційної безпеки, які ефективно вирішуються методом динамічного програмування.

#### Література

[1] Педченко Г.М., Шарий В.І., Невольніченко А.І. Воєнно-наукове забезпечення операцій військ (сил):

монографія. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка, видання Військового Інституту, 2011. – 228 с.

[2] Невольніченко А.І. Ефективність автоматизованого управління військами (силами): монографія. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка, видання Військового Інституту, 2013. – 355 с.

#### УДК 003.26:004.056.55 (045)

*Мищенко А.В., Козловский В.В., Хлапонин Ю.И. Типовая функция зависимости «эффект-затраты» для объектов информационной безопасности*

**Аннотация.** Информационная безопасность является сложной системой. Для формальной постановки задач управления такой системой и выбора подходящего метода их решения необходимо сформулировать в аналитической форме функции «эффект-затраты». В данной статье рассмотрен метод ступенчатой экспоненциальной интерполяции невыпуклой логистической функции «эффект-затраты», что дает максимально возможную, по сравнению с известными методами, зависимость от степени целочисленного аргумента для широкого класса задач оптимального распределения ресурса между объектами информационной безопасности, которые эффективно решаются методом динамического программирования. Предоставление в аналитической форме «производственных» функций «эффект-затраты» для объектов информационной безопасности необходимо для формальной постановки задач управления «сложной» системой, которой является информационная безопасность. Полученные результаты позволяют формализовать направления дальнейших исследований по разработке новых эффективных систем защиты информации.

**Ключевые слова:** информационная безопасность, объект информационной безопасности, логистическая функция «эффект-затраты», интерполяция, экспертная оценка.

*Mishchenko A., Kozlovskiy V., Khlaponin Yu. Typical «effect-costs» dependence function for information security*

**Abstract.** Information security is a complex system. For management objectives formalization of such system and choosing a suitable method for its solution should be formulated analytical form of function «effect-costs». In this paper, the method of stepwise logistic exponential interpolation nonconvex functions «effect-costs», which gives the most probable in comparison with known methods, depending on the degree of integer argument for a broad class of optimal resource allocation between objects of information security that effectively solved dynamic programming method. Providing analytical form of «productive» functions «effect-costs» for information security facilities necessary for the formal objectives of management «complex» system, which is information security obtained results allow to formalize directions for further research to develop new effective information security systems.

**Key words:** information security, information security object, logistic function «effect of expenses», interpolation, expert evaluation.

---

Отримано 3 лютого 2015 року, затверджено редколегією 18 лютого 2015 року

---