УДК 330.45

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА ПРИ РАЗРАБОТКЕ БЮДЖЕТОВ СТРУКТУРНЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ И СВОДНОГО БЮДЖЕТА ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

КУЗНИЧЕНКО В. М.

кандидат физико-математических наук

ШУМ М. А.

кандидат экономических наук

Харьков

На современном этапе развития экономики Украины преодоление кризисных явлений обусловленных как мировым кризисом, так и внутренними проблемами: обострением конкурентной борьбы, как на внутреннем, так и особенно на мировом рынках; усложнением процессов производства и реализации промышленной продукции, трансформациями экономики в мировое экономическое пространство, крайнюю актуальность приобретают вопросы, связанные с повышением эффективности управления промышленными предприятиями их финансовой устойчивостью и финансовым планированием. В последнее время получила широкое практическое распространение система управления предприятием на основе бюджетирования структурных подразделений и составлении на этой основе сводного бюджета предприятия. Одной из проблем при реализации данного направления является сбалансированность бюджетов структурных подразделений, прогноз их динамики развития, и расчет сводного бюджета. При этом задача решает, как правило, первое при четко установленных показателях и параметрах бюджетов и второе при строгом учете факторов влияющих на исполнение бюджетов. Например, в условиях сформированного маркетингового плана предприятия на основе заключенных договоров, с учетом рисков и на этом основании разработанных других плановых документов: плана производства и выпуска товарной продукции, план материально-технического снабжения, план по труду и заработной плате и другие.

При этих условиях, с нашей точки зрения, задача может быть решена с помощью аппарата цепей Маркова [1].

Пусть X_i – общий объем выручки i-го структурного подразделения;

X'_j – общий объем закупок j-го структурного подразделения;

x_{ij} – объем выручки (при фиксированном i) i-го структурного подразделения, от передачи продукции (услуг) j-му структурному подразделению в процессе производства продукции;

x_{ij} – объем поступлений продукции (услуг при фиксированном j) j-го структурного подразделения, от i-го структурного подразделения в процессе производства продукции.

Тогда

$$X_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}, \; i = \overline{1,n} \; – \quad \textbf{(1)}$$

уравнения реализации продукции (услуг);

$$X'_j = x_{1j} + x_{2j} + \ldots + x_{nj} = \sum_{k=1}^{n} x_{kj}, \; j = \overline{1,n} \; – \quad \textbf{(2)}$$

уравнения поступлений продукции (услуг).

Из постановки задачи понятно, что $x_{ij} \ge 0$, $x_i > 0$, $x'_j > 0$.

Понятно, что суммарный консолидированный бюджет D этих подразделений будет равен:

$$D = \sum_{i=1}^{n} \tilde{O}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{O}'_j. \qquad (3)$$

Матрицу X естественно назвать матрицей распределения бюджетов:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & \dots & x_{nn} \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Пусть $a_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{x'_j}\ (i,\ j = \overline{1, n})$ – **(5)**

удельный вес в бюджете j-го структурного подразделения от поступлений продукции (услуг) i-му структурному подразделению;

$$a'_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_i}\ (i,\ j = \overline{1, n}) - \qquad (6)$$

удельный вес в бюджете i-го структурного подразделения от реализации продукции (услуг) j-му структурному подразделению.

Матрицу A_1, составленную из коэффициентов (5), назовем *матрицей поступлений*:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \frac{x_{11}}{x'_1} & \frac{x_{12}}{x'_2} & \dots & \dots & \frac{x_{1n}}{x'_n} \\ \frac{x_{21}}{x'_1} & \frac{x_{22}}{x'_2} & \dots & \dots & \frac{x_{2n}}{x'_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{x_{n1}}{x'_1} & \frac{x_{n2}}{x'_2} & \dots & \dots & \frac{x_{nn}}{x'_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{22} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Матрицу A_2, составленную из коэффициентов (6), назовем *матрицей реализации*:

$$A_2 = \begin{pmatrix} \frac{x_{11}}{x_1} & \frac{x_{12}}{x_1} & \dots & \dots & \frac{x_{1n}}{x_1} \\ \frac{x_{21}}{x_2} & \frac{x_{22}}{x_2} & \dots & \dots & \frac{x_{2n}}{x_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{x_{n1}}{x_n} & \frac{x_{n2}}{x_n} & \dots & \dots & \frac{x_{nn}}{x_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & \dots & a'_{nn} \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Из построения матриц (7)-(8) следует, что сумма элементов матрицы A_1 в каждом столбце равна 1, а у матрицы A_2 сумма элементов в каждой строке равна 1.

Заметим, что для того чтобы обмен между структурными подразделениями был сбалансированным и бездефицитным необходимо потребовать, чтобы выполнялись следующие равенства:

$$X_i = X'_1 = (i = \overline{1, n}) \qquad (9)$$

Из равенств (9) вытекают следующие равенства:

$$\overline{x}A_2 = \overline{x'}, \qquad (10)$$

$$\overline{x'}A_1^T = \overline{x}, \qquad (11)$$

где $\overline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\overline{x'} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$.

Транспонированная матрица A^T_1 удовлетворяет условиям:

$$0 \le a_{ji} \le 1,\ \sum_{i=1}^{n} a_{ji} = 1,\ j = \overline{1, n}. \qquad (12)$$

А для матрицы A_2 выполняются условия:

$$0 \le a'_{ji} \le 1,\ \sum_{j=1}^{n} a'_{ij} = 1,\ j = \overline{1, n}. \qquad (13)$$

Условия (12), (13) являются ни чем иным, как определением матрицы перехода (за один шаг) цепи Маркова. Тогда матрицы A_2 и A^T_1, а также матрицы $A_2 A^T_1$ и $A^T_1 A_2$ являются стохастическими. Поэтому компоненты матриц $A_2 A^T_1$ и $A^T_1 A_2$ мы можем рассматривать как условные вероятности. Для определения цепи Маркова необходимо еще задать начальное распределение случайной величины. Используя теорему эргодичности А. А. Маркова, можно находить предельные вероятности случайных величин. Цепь Маркова, для которой существуют предельные вероятности p_{ij}, называют *эргодической* [2]. Заметим, что предельные вероятности матриц $A_2 A^T_1$ и $A^T_1 A_2$ совпадают $\overline{p} = \overline{q}$ и могут быть найдены из систем уравнений (14) и (15):

$$\begin{cases} \overline{q} \quad \grave{A}_2 A_1^T = \overline{q} \\ \sum_{k=1}^{n} q_k = 1 \end{cases}, \qquad (14)$$

$$\begin{cases} \overline{p} \quad \grave{A}_1^T A_2 = \overline{p} \\ \sum_{k=1}^{n} p_k = 1 \end{cases}. \qquad (15)$$

Таким образом, для исследования поведения сбалансированной бездефицитной системы структурних подразделений нам достаточно иметь либо матрицу $A_2 A^T_1$ либо матрицу $A^T_1 A_2$. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. **Шефтель З. Г.** Теорія ймовірностей: підручник.– 2-ге вид., перероб. і допов.– К.: Вища школа, 1994.– 192 с.
2. **Кемени Дж, Снелл Дж.** Конечные цепи Маркова.– М.: Наука,1970.– 272 с.