УДК 519.86:005.32:65.013

3-КРИТЕРИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕЛЕВЫХ РАБОЧИХ ГРУПП

© 2016 **РЯБЕНКО А. Е., ТЕРЕЩЕНКО Э. В.**

УДК 519.86:005.32:65.013

Рябенко А. Е., Терещенко Э. В. 3-критериальная модель формирования целевых рабочих групп

Целью статьи является разработка математических методов для решения задачи формирования целевых рабочих групп с учетом психологической совместимости. Авторами предложена математическая модель формирования целевых рабочих групп, состоящих из двух участников, с учетом психологической совместимости в виде 3-критериальной задачи (критерий MINSUM, критерий MINMAX и критерий, минимизирующий количество «узких мест») построения совершенного паросочетания, на взвешенном полном графе. Впервые доказана неразрешимость многокритериальной задачи с таким набором критериев с помощью алгоритма линейной свертки критериев. Подробно рассмотрен пример, демонстрирующий основные этапы решения поставленной задачи с использованием разработанной математической модели: построение совершенного паросочетания, построение паретовского множества допустимых решений, применение алгоритма линейной свертки критериев. Разработанная математическая модель дает инструмент эффективного выделения вариантов целевых рабочих групп наиболее психологически совместимых участников.

Ключевые слова: *целевая рабочая группа, психологическая совместимость, многокритериальность, паретовское множество, совершенное паросочетание, алгоритм линейной свертки критериев, вычислительная сложность.*

Рис.: *2.* ***Формул:*** *4.* ***Библ.:*** *9.*

Рябенко Антон Евгеньевич – *кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры системного анализа, Запорожский национальный технический университет (ул. Жуковского, 64, Запорожье, 69063, Украина)*

E-mail: *rjabenkoae@mail.ru*

Терещенко Элина Валентиновна – *кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры системного анализа, Запорожский национальный технический университет (ул. Жуковского, 64, Запорожье, 69063, Украина)*

E-mail: *elina_vt@ukr.net*

УДК 519.86:005.32:65.013

Рябенко А. Є., Терещенко Е. В. 3-критеріальна модель формування цільових робочих груп

Метою статті є розробка математичних методів для розв'язання задачі формування цільових робочих груп з урахуванням психологічної сумісності. Авторами запропоновано математичну модель формування цільових робочих груп типу діада з урахуванням психологічної сумісності у вигляді 3-критеріальної задачі (критерій MINSUM, критерій MINMAX і критерій, що мінімізує кількість «вузьких місць») побудови досконалого паросполучення, на зваженому повному графі. Вперше доведено нерозв'язність багатокритеріальної задачі з таким набором критеріїв за допомогою алгоритму лінійної згортки критеріїв. Детально розглянуто приклад, який демонструє основні етапи вирішення поставленої задачі з використанням розробленої математичної моделі: побудова досконалого паросполучення, побудова паретовської множини допустимих рішень, застосування алгоритму лінійної згортки критеріїв. Розроблена математична модель дає інструмент ефективного виділення варіантів цільових робочих груп найбільш психологічно сумісних учасників.

Ключові слова: *цільова робоча група, психологічна сумісність, багатокритеріальність, паретовська множина, досконале паросполучення, алгоритм лінійної згортки критеріїв, обчислювальна складність.*

Рис.: *2.* ***Формул:*** *4.* ***Бібл.:*** *9.*

Рябенко Антон Євгенович – *кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри системного аналізу, Запорізький національний технічний університет (вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, 69063, Україна)*

E-mail: *rjabenkoae@mail.ru*

Терещенко Еліна Валентинівна – *кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри системного аналізу, Запорізький національний технічний університет (вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, 69063, Україна)*

E-mail: *elina_vt@ukr.net*

UDC 519.86:005.32:65.013

Ryabenko A. E., Tereschenko E. V. The 3-Criterion Model of Formation of Task Forces

The article is concerned with developing mathematical methods for solving the problem of formation of task forces, taking into consideration psychological compatibility. The authors have proposed the mathematical model of formation of task forces, consisting of two members, taking into consideration psychological compatibility in form of the 3-criterion task (MINSUM criterion, MINMAX criterion, and the criterion of minimizing the amount of «bottlenecks») building a perfect matching, using the weighted full graph. Undecidability of a multicriterion task with such a set of criteria while using the algorithm linear convolution of criteria has been proved for the first time. The example, demonstrating the basic stages of the task set using the developed mathematical model, has been considered in detail: building the perfect matching, building the set of Pareto multiple optimal solutions, applying the algorithm of linear convolution of criteria. The developed mathematical model provides an instrument for efficient allocation of options for task forces with the most psychologically compatible participators.

Keywords: *task force, psychological compatibility, multicriteriality, Pareto set, perfect matching, algorithm of linear convolution of criteria, computational complexity.*

Fig.: *2.* ***Formulae:*** *4.* ***Bibl.:*** *9.*

Ryabenko Anton E. – *PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of System Analysis, Zaporizhzhya National Technical University (64 Zhukovskoho Str, Zaporizhzhya, 69063, Ukraine)*

E-mail: *rjabenkoae@mail.ru*

Tereschenko Elina V. – *PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of System Analysis, Zaporizhzhya National Technical University (64 Zhukovskoho Str, Zaporizhzhya, 69063, Ukraine)*

E-mail: *elina_vt@ukr.net*

Целевая рабочая группа – это коллектив, выполняющий деятельность совместно-взаимодействующего типа по достижению конкретной цели [1]. Содержательная постановка задачи формирования целевой группы (ЦГ) имеет простую формулировку. Для выполнения конкретной целевой программы необходимо сформировать коллектив (бригаду, экипаж, творческий коллектив) из некоторого уже имеющегося множества специалистов различного профиля. Производственная деятельность ЦГ предполагает информационный обмен и взаимодействие между ее участниками. Основное требование к работе коллектива: эффективное выполнение поставленной задачи.

Теоретическим обоснованиям правил организации коллективной деятельности посвящены исследования в рамках теории управления организационными системами, индустриальной психологии, психологии межличностных отношений [1–7]. Большая часть исследований посвящена изучению коммуникативного процесса, порождаемого совместной деятельностью. Кооперативное взаимодействие в этом случае предполагает обмен знаниями и идеями по поводу совместной деятельности, в результате которого достигнутое взаимопонимание реализуется в совместных попытках повышения продуктивности совместной деятельности. Высший уровень взаимодействия, который позволяет достичь максимальной эффективности, характеризуется взаимопониманием. Взаимопонимание людей подразумевает, что участники осознают содержание и структуру настоящего и возможного очередного действия партнера, а также взаимно содействуют достижению единой цели.

Использование оптимизационных схем с введением различного вида целевых функций эффективности кооперативного взаимодействия позволит решать задачу формирования целевой рабочей группы максимально формально.

В монографии [2] принят подход, в рамках которого команда, наряду с группой, коллективом и организационной системой, рассматривается как форма организации коллективной деятельности.

Автором проанализированы направления исследований моделей команд: «задачи о назначении», теоретико-игровые модели, использующие аппарат теории игр; «экспериментальные исследования» команд, включающие имитационные эксперименты и деловые игры, а также приведены авторские результаты в рамках «рефлексивных моделей», использующие аппарат теории рефлексивных игр для описания взаимодействия членов команды, имеющих несовпадающие взаимные представления о существенных параметрах.

В работе [3] требования по форме взаимодействия в рамках коллектива, с учетом оптимизационной направленности задачи, предлагается учитывать с помощью аппарата комбинаторной оптимизации. Для этого вводится статистическое определение показателя надежности успешной реализации типового подграфа, который отражает структуру взаимодействия в ЦГ.

В работе [4] целостность организационной структуры предлагается оценивать энергией внутренних связей. Используемый математический аппарат для подсчета энергии внутренних связей – это методы теории графов и методы нечеткой логики. Вводятся показатели лояльности и заинтересованности. Показатель лояльности, в свою очередь, – это мультипликативное объединение коэффициента материальной удовлетворенности и коэффициента моральной удовлетворенности. Составляющей коэффициента моральной удовлетворенности является потребность в признании, одобрении, уважении, т. е. сложившийся социально-психологический климат в рабочем коллективе.

Это указывает на необходимость учета психологической совместимости для оптимизации межличностного взаимодействия в ЦГ как фактора повышения производительности трудовой деятельности коллектива [5–7].

При достаточно длительной истории теоретического и практического изучения в отечественной и зарубежной психологии такого социально-психологического явления, как психологическая совместимость, вопрос о совместимости людей в рамках целевой рабочей группы остается недостаточно разработанным [7].

Приведенный обзор показывает, что при построении моделей различных форм коллективной трудовой деятельности оценка качества проводится либо по целевой функции эффективности выполнения задачи, либо опосредовано – по уровню психологической совместимости. Исследования психологической совместимости чаще всего проводятся по методикам социально-психологической диагностики, суть которых состоит в последовательном применении различных тестирований и дальнейшей агрегации исследователем полученных результатов. Обработка данных в этом случае отличается трудоемкостью и подразумевает непосредственное участие исследователя на всех этапах диагностики. Построение математической модели, учитывающей психологические аспекты, позволит формализовать процесс формирования ЦГ.

В данной работе предлагается математическая формализация процесса формирования ЦГ из множества малознакомых между собой исполнителей по принципу «объединения единомышленников» с учетом психологической совместимости с целью выполнения этими подгруппами единого задания [5–7]. Согласно [5] определяющим в работе группы является диадное взаимодействие. Поэтому ниже будем рассматривать теоретико-графовую модель формирования целевых рабочих групп типа диада в виде задачи построения совершенного паросочетания на взвешенном полном графе с целевой функцией специального вида, состоящей из трех критериев [8]. Традиционным методом решения многокритериальных задач является сведение их к однокритериальным алгоритмам линейной свертки критериев (АЛСК). Для многокритериальных задач подлежит обсуждению вопрос о трудоемкости решения поставленной задачи. Поэтому актуальным является исследование разрешимости задачи АЛСК и оценка ее вычислительной сложности [8].

Графы, как один из традиционных способов представления информации, отображающий топологические свойства объекта изучения, широко используются в психологии. Предположим, что определено множество потенциальных исполнителей и имеются результаты психологического тестирования, по которым возможно измерить уровень свойства «психологическая совместимость» всех пар участников.

Сформулируем математическую постановку задачи формирования диад как 3-критериальную задачу на полном неориентированном графе $G = (O, E)$. Множество вершин $O = \{o_i \mid i = \overline{1,n},\ n = 2l,\ l \in N\}$ графа G соответствует множеству испытуемых O. Каждое ребро $e_{ij} \in E$ графа $G = (O, E)$ взвешено числом w_{ij}, $w_{ij} = w_{ji}$,

$i, j = \overline{1, n}, i \neq j$, которое отражает степень психологической совместимости испытуемых o_i и o_j, $j = \overline{1, n}, i \neq j$. При полном совпадении результатов тестирования испытуемых o_i и o_j вес w_{ij} имеет нулевое значение, $w_{ij} = 0$. Допустимым решением x формулируемой на полном графе $G = (O, E)$ задачи является совершенное паросочетание $x = (O, \tilde{E}),\ \tilde{E} \subset E$ [5]. Отношения подчиненности внутри диады не рассматриваем.

Множество всех допустимых решений (МДР) на графе $G = (O, E)$ обозначаем через $X = X(G) = \{x\}$. На МДР X определена векторная целевая функция (ВЦФ) специального вида

$$F = (F_1, F_2, F_3), \quad (1)$$

состоящая из таких критериев:

$$MINSUM: \ F_1 = \sum_{e_{ij} \in \tilde{E}} w_{ij} \to \min, \quad (2)$$

$$MINMAX: F_2 = \max_{e_{ij} \in \tilde{E}} w_{ij} \to \min, \quad (3)$$

$$MINSUM: F_3 = \sum_{i,j=1}^{n} k_{ij} \to \min, \quad (4)$$

где
$$k_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } & w_{ij} = \max\limits_{e_{ij} \in \tilde{E}} w_{ij} \\ 0, \text{ если } & w_{ij} \neq \max\limits_{e_{ij} \in \tilde{E}} w_{ij}, \end{cases}$$

$$i \neq j,\ w_{ij} = w_{ji},\ i, j = \overline{1, n},\ k_{ij} = k_{ji}.$$

Первый критерий (F_1) оценивает совокупную успешность решения, то есть минимальная сумма всех расстояний подразумевает максимальную степень психологической совместимости в диадах. Второй критерий (F_2) оценивает «слабое звено», позволяя из всех возможных вариантов решений выбрать такой, при котором психологическая несовместимость в диадах минимизируется. Третий критерий (F_3) позволяет отобрать решение $x \in X(G)$ с минимальным количеством вариантов диад, эквивалентных «слабому звену».

ВЦФ (1)–(4) определяет собой в МДР X паретовское множество $\tilde{X}$, состоящее из всех паретовских оптимумов $\tilde{x} \in \tilde{X}$ [8]. Будем рассматривать алгоритмическую проблему нахождения полного множества альтернатив (ПМА) [8]. Подмножество $X^0 \in \tilde{X}$ называется ПМА, если его мощность $|X^0|$ минимальна при выполнении равенства $F(X^0) = F(\tilde{X})$, где

$$F(X^*) = \{F(x) : x \in X^*\} \ \forall X^* \subseteq X.$$

Здесь и далее подразумеваем, что ПМ $\tilde{X}$ и ПМА X^0 определены для данного графа G, то есть

$$\tilde{X} = \tilde{X}(G),\ X^0 = X^0(G).$$

Таким образом, формализация формирования диад требует обсуждения вопроса об определении веса w_{ij}, $j = \overline{1, n}, i \neq j$ ребра $e \in E$ графа $G = (O, E)$. Выбор способа подсчета веса w_{ij} ребра $e \in E$ определяется типом данных вектора ответов Q. При любых вариантах проведения тестирования необходимо выбрать такой способ определения веса w_{ij} ребра $e \in E$ графа $G = (O, E)$, при котором пары с наиболее схожими ответами считались бы наиболее близкими.

Рассмотрим пример. Пусть заранее проведено психологическое тестирование, которое позволяет оценить психологическую совместимость испытуемых. Приведем гипотетические данные опроса шести испытуемых $O = \{o_i \mid i = \overline{1, n},\ n = 6\}$ по пяти вопросам $Z = \{z_i \mid i = \overline{1, m},\ m = 5\}$. Каждый испытуемый сформировал вектор ответов

$$Q = \{q_{i_k} \mid i = \overline{1, n},\ n = 6,\ k = \overline{1, m},\ m = 5\}:$$

$$q_1 = \{1;1;4;9;3\};\ q_2 = \{1;2;4;9;6\};$$
$$q_3 = \{8;10;0;7;10\};\ q_4 = \{7;7;7;7;6\};$$
$$q_5 = \{9;3;6;9;6\};\ q_6 = \{2;4;4;2;7\}.$$

Анализируя ответы на вопросы испытуемых $\{o_1, o_2, o_3\}$, можно утверждать, что степень психологической совместимости у диады $\{o_1, o_2\}$ выше, чем у диады $\{o_2, o_3\}$. Испытуемые $\{o_1, o_2\}$ выбирали близкие ответы во всех заданиях, кроме задания z_5, а испытуемые $\{o_2, o_3\}$ выбирали близкие ответы только в задании z_4.

Каждой вершине $o_i \in O$, $i = \overline{1, n}$, графа $G = (O, E)$ поставим во взаимно-однозначное соответствие вектор значений ответов $\{q_{i_1}, q_{i_2} ..., q_{i_m}\}$ испытуемого o_i. Степень психологической совместимости между членами o_i и o_j, $i, j = \overline{1, n}, i \neq j$ диады будем характеризовать значением веса w_{ij}, $w_{ij} = w_{ji}$, $i, j = \overline{1, n}, i \neq j$ ребра $e_{ij} \in E$, инцидентного соответствующим вершинам. Будем считать, что вопросы множества Z предполагали выбор ответов Q по одной из количественных шкал. Следовательно, правомочным будет выбор одной из мер расстояний, например, эвклидовой метрики

$$w_{ij} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{m} (q_{i_k} - q_{j_k})^2\right)},\ k = \overline{1, m}.$$

Необходимо разбить множество из шести испытуемых на три диады, имея целью минимизацию разницы в ответах между членами каждой группы.

Количество вариантов формирования диад из множества, состоящего из n испытуемых, совпадает с числом совершенных паросочетаний в полном графе с четным n и составляет $k = (n-1)!!$, где $n = 2l$, $l \in N$. Для случая шести испытуемых имеем $(6-1)!! = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$ вариантов формирования диад:

$$x_1 = \{(o_1, o_2), (o_3, o_4), (o_5, o_6)\},$$
$$x_2 = \{(o_1, o_2), (o_3, o_5), (o_4, o_6)\},$$
$$x_3 = \{(o_1, o_2), (o_3, o_6), (o_4, o_5)\},$$
$$x_4 = \{(o_1, o_3), (o_2, o_4), (o_5, o_6)\},$$
$$x_5 = \{(o_1, o_3), (o_2, o_5), (o_4, o_6)\},$$

$$x_6 = \{(o_1, o_3), (o_2, o_6), (o_4, o_5)\},$$
$$x_7 = \{(o_1, o_4), (o_2, o_3), (o_5, o_6)\},$$
$$x_8 = \{(o_1, o_4), (o_2, o_5), (o_3, o_6)\},$$
$$x_9 = \{(o_1, o_4), (o_2, o_6), (o_3, o_5)\},$$
$$x_{10} = \{(o_1, o_5), (o_2, o_3), (o_4, o_6)\},$$
$$x_{11} = \{(o_1, o_5), (o_2, o_4), (o_3, o_6)\},$$
$$x_{12} = \{(o_1, o_5), (o_2, o_6), (o_3, o_4)\},$$
$$x_{13} = \{(o_1, o_6), (o_2, o_3), (o_4, o_5)\},$$
$$x_{14} = \{(o_1, o_6), (o_2, o_4), (o_3, o_5)\},$$
$$x_{15} = \{(o_1, o_6), (o_2, o_5), (o_3, o_4)\}.$$

Проиллюстрируем ход решения задачи.

Так как w_{ij}, $w_{ij} = w_{ji}$, $i, j = \overline{1, n}$, $i \neq j$, то в матрице весов достаточно рассчитать только элементы выше главной диагонали: w_{11} = 0,0; w_{12} = 3,162; w_{13} = 14,107; w_{14} = = 9,965; w_{15} = 9,0; w_{16} = 8,660; w_{23} = 12,207; w_{24} = 8,602; w_{25} = 8,307; w_{26} = 7,416; w_{34} = 8,660; w_{35} = 10,296; w_{36} = = 11,045; w_{45} = 5,0; w_{46} = 8,307; w_{56} = 10,198.

Рассчитаем значения ВЦФ F (1)–(4) для множества допустимых решений X:

$$F(x_1) = (22,021; 10,198; 1,000);$$
$$F(x_2) = (21,765; 10,296; 1,000);$$
$$F(x_3) = (19,208; 11,045; 1,000);$$
$$F(x_4) = (32,907; 14,107; 1,000);$$
$$F(x_5) = (30,720; 14,107; 1,000);$$
$$F(x_6) = (26,523; 14,107; 1,000);$$
$$F(x_7) = (32,100; 12,207; 1,000);$$
$$F(x_8) = (29,047; 10,296; 1,000);$$
$$F(x_9) = (27,407; 10,296; 1,000);$$
$$F(x_{10}) = (29,513; 12,207; 1,000);$$
$$F(x_{11}) = (28,648; 11,450; 1,000);$$
$$F(x_{12}) = (25,076; 9,000; 1,000);$$
$$F(x_{13}) = (25,867; 12,207; 1,000);$$
$$F(x_{14}) = (27,558; 10,296; 1,000);$$
$$F(x_{15}) = (25,627; 8,660; 2,000).$$

Решения x_1, x_2, x_3, x_{12}, x_{15} являются векторно несравнимыми и образуют ПМ, с которым совпадает и ПМА: $\tilde{X} = X^o = \{x_1, x_2, x_3, x_{12}, x_{15}\}$.

Принятие решения по окончательному выбору варианта из паретовского множества может быть сделано на основании предпочтений лица принимающего решение или с использованием математических методов решения многокритериальных задач [8]. Например, традиционным является сведение многокритериальной задачи к однокритериальной с помощью АЛСК. Эти алгоритмы базируются на том факте, что при положительно определенной ВЦФ (1)–(4) элемент $x \in X$, максимизирующий (минимизирующий) линейную свертку критериев $F^{\lambda}(x) = \sum_{y=1}^{N} \lambda_y F'_y \to \min$, является паретооптимальним. Здесь вектор $\lambda \in \Lambda$, где

$$\Lambda = \{\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_N) : \sum_{y=1}^{N} \lambda_y = 1,\ \lambda_y > 0,\ y = \overline{1, N},$$

и F'_y – нормированные значения критериев F_y, $y = \overline{1, N}$.

Нормированные значения критериев F'_1, F'_2, F'_3 получим по формуле полной нормировки

$$F'_y = \frac{F_y - \min F_y}{\max F_y - \min F_y},\ y = \overline{1,3}.$$

Тогда ВЦФ примет значения:

$$F'(x_1) = (0,205; 0,282; 0,000);$$
$$F'(x_2) = (0,182; 0,300; 0,000);$$
$$F'(x_3) = (0,000; 0,438; 0,000);$$
$$F'(x_4) = (1,000; 1,000; 0,000);$$
$$F'(x_5) = (0,836; 1,000; 0,000);$$
$$F'(x_6) = (0,534; 1,000; 0,000);$$
$$F'(x_7) = (0,941; 0,651; 0,000);$$
$$F'(x_8) = (0,718; 0,438; 0,000);$$
$$F'(x_9) = (0,599; 0,300; 0,000);$$
$$F'(x_{10}) = (0,748; 0,651; 0,000);$$
$$F'(x_{11}) = (0,689; 0,438; 0,000);$$
$$F'(x_{12}) = (0,428; 0,062; 0,000);$$
$$F'(x_{13}) = (0,486; 0,651; 0,000);$$
$$F'(x_{14}) = (0,610; 0,300; 0,000);$$
$$F'(x_{15}) = (0,469; 0,000; 1,000).$$

Визуально оценить различия нормированных значений критериев F'_1, F'_2 для всех 15-ти допустимых решений $x \in X$ можно на *рис. 1*.

По нормированным значениям критериев F_1', F_2', F_3' образуем линейные свертки критериев при N = 3, с учетом равенств $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$, $\lambda_3 = 1 - \lambda_1 - \lambda_2$:

$$F^{\lambda}(x_1) = 0,205\lambda_1 + 0,282\lambda_2 + 0(1 - \lambda_1 - \lambda_2),$$
$$F^{\lambda}(x_2) = 0,182\lambda_1 + 0,300\lambda_2 + 0(1 - \lambda_1 - \lambda_2),$$
$$F^{\lambda}(x_3) = 0,0\lambda_1 + 0,438\lambda_2 + 0(1 - \lambda_1 - \lambda_2),$$
$$F^{\lambda}(x_{12}) = 0,428\lambda_1 + 0,062\lambda_2 + 0(1 - \lambda_1 - \lambda_2),$$
$$F^{\lambda}(x_{15}) = 0,469\lambda_1 + 0,0\lambda_2 + 1(1 - \lambda_1 - \lambda_2).$$

На *рис. 2* приведены проекции плоскостей $F^{\lambda}(x_i)$, $i = 1, 2, 3, 12, 15$ как функций от λ_1, λ_2 на плоскости λ_1 = 0; λ_2 = 0; $\lambda_1 = \lambda_2$ и $\lambda_1 = 0,5\lambda_2$. Из графического представления видно, что графики сверток $F^{\lambda}(x_i)$, $i = 3, 12, 15$ образуют нижнюю границу. Все ос-

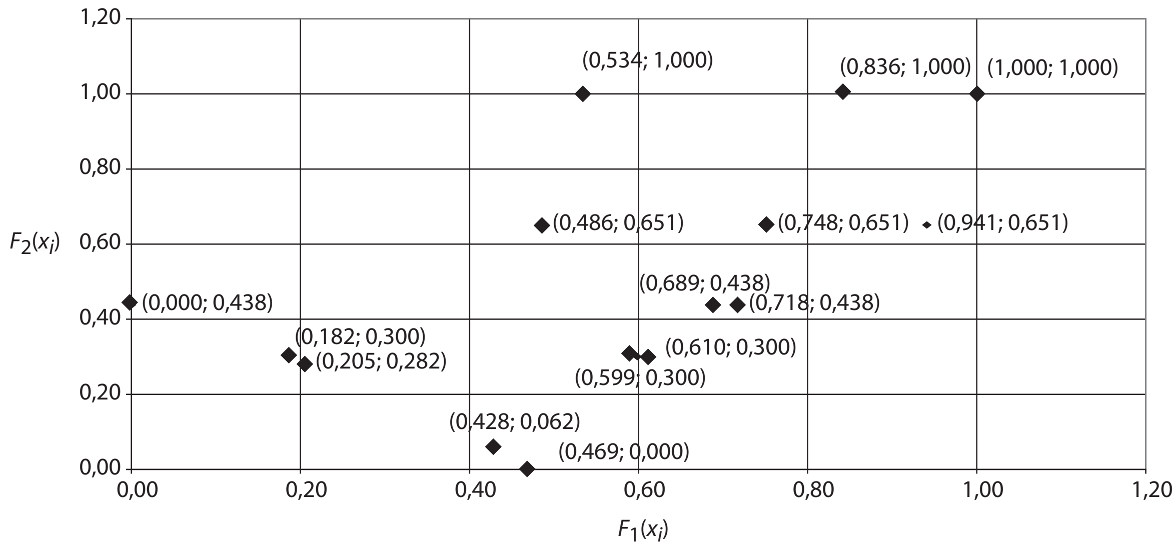

Рис. 1. Диаграмма нормированных значений критериев F_1', F_2' для множества допустимых решений X

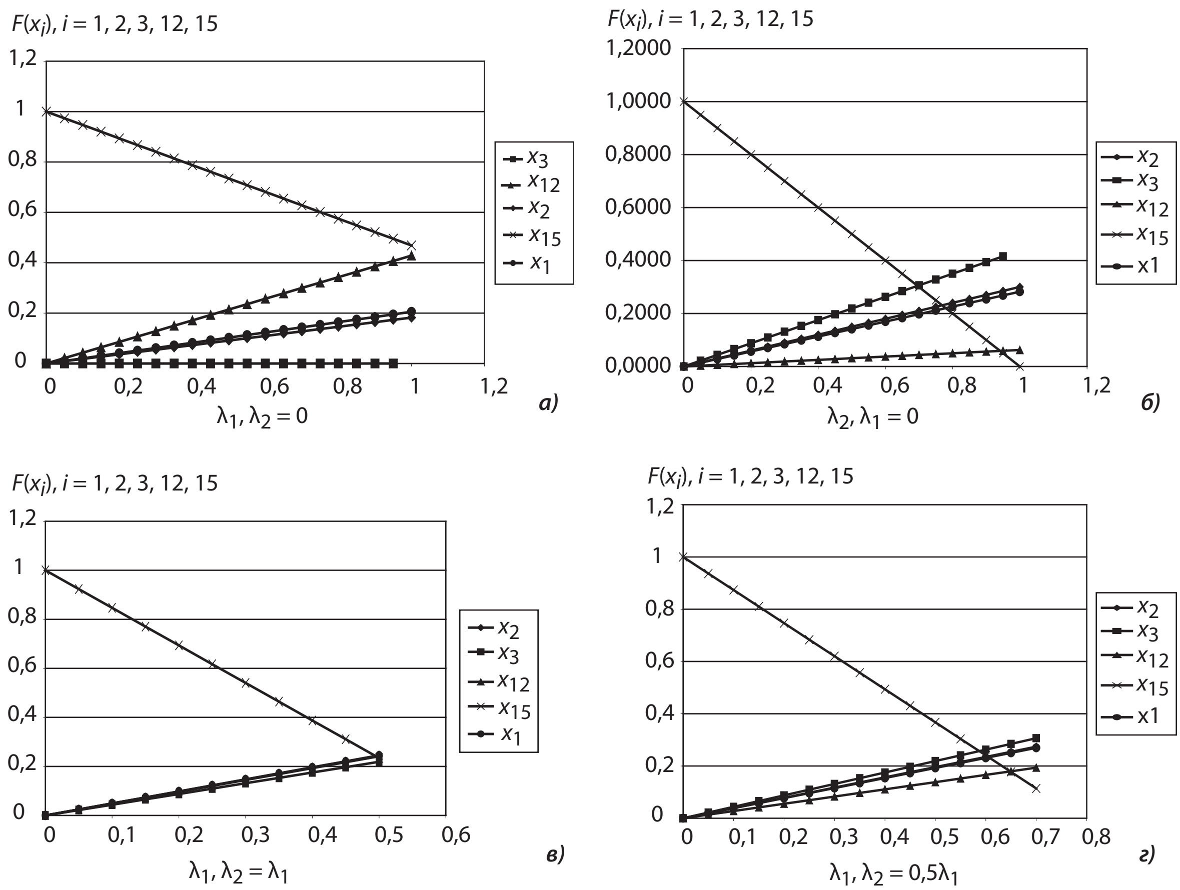

Рис. 2. Графическое представление сверток на плоскостях а) $\lambda_1 = 0$, б) $\lambda_2 = 0$; в) $\lambda_1 = \lambda_2$; г) $\lambda_1 = 0{,}5\lambda_2$

тальные графики располагаются строго выше этой границы. Отсюда можно сделать вывод о том, что минимальное значение сверток $F^{\lambda}(x_i),\ i = 1,2$ не достигает нижней границы ни при каких значениях $\lambda \in \Lambda$. Следовательно, невозможно сформировать ПМ и ПМА $\tilde{X} = X^o = \{x_1, x_2, x_3, x_{14}, x_{15}\}$ на основании расчета АЛСК.

Конструктивно доказана справедливость следующего утверждения.

Утверждение 1. Для 3-критериальной задачи с ВЦФ (1)–(4) проблема нахождения ПМ $\tilde{X}$ и ПМА X^o с помощью АЛСК неразрешима.

Оценим вычислительную сложность 3-критериальной задачи с ВЦФ (1)–(4) как характеристику асимптотической временной сложности, т. е. поведения вычислительной сложности как функции от размера входа в пределе при увеличении размера задачи. При этом условимся, что алгоритмы реализуются на машинах с произвольным доступом к памяти. Рассмотрим алгоритм решения задачи с ВЦФ F (1)–(4), который имеет полиномиальную сложность [9]. На первом этапе рёбра упорядочиваются по возрастанию значения веса ребра $w_{ij}(e)$, $e \in E$, за O ($n\log(n)$) операций. Далее, удаляя по одному последовательно ребра из списка, строим совершенное паросочетание минимального веса с вычислительной сложностью $O(n^3)$. После этого находится решение по критерию (3). Алгоритм решения задачи имеет вычислительную сложность $O(n\log(n)) + |E|O(n^3) + n < O(n^5)$.

Утверждение 2. Вычислительная сложность нахождения ПМА 3-критериальной задачи с ВЦФ (1)-(4) не превышает величину $O(n^5)$.

ВЫВОДЫ

В работе предложена теоретико-графовая математическая модель формирования диад в виде 3-критериальной задачи с ВЦФ (1)–(4) построения совершенного паросочетания на взвешенном полном графе. Установлена принципиальная неразрешимость проблемы нахождения ПМ и ПМА для поставленной задачи алгоритмом ЛСК. Верхняя оценка вычислительной сложности нахождения ПМА 3-критериальной задачи с ВЦФ (1)–(4) не превышает величину $O(n^5)$.

Представляется интересным оценить возможности модели для различных типов шкал измерения свойства «психологическая совместимость». Также перспективным является использование для покрытия полного графа подграфов отличных от ребра, что даст возможность увеличить число участников ЦГ и ввести в рассмотрение отношение подчиненности.

Разработанная математическая модель дает возможность формализовать подбор вариантов целевых рабочих групп из наиболее психологически совместимых участников. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Мильнер Б. З. Теория организации. Москва: ИНФРА-М, 2008. 864 с.

2. Новиков Д. А. Математические модели формирования и функционирования команд. Москва: Издательство физико-математической литературы, 2008. 184 с.

3. Перепелиця В. О., Рябенко А. Є. Оцінки надійності в задачах формування цільових груп. *Вісник Запорізького державного університету*. Фізико-математичні науки. Біологічні науки. 2000. № 1. С. 90–93.

4. Бакурова А. В. Самоорганізація соціально-економічних систем: моделі і методи: монографія. Запоріжжя: КПУ, 2010. 328 с.

5. Кричевский Р. Л., Дубовская Е. М. Социальная психология малой группы. Москва: Аспект Пресс, 2009. 318 с.

6. Обозов Н. Н. Совместимость и срабатываемость людей. Санкт Петербург: ЛНПП «Облик», 2000. 212 с.

7. Асеева И. Н., Сахарчук Е. А. Учет психологической совместимости сотрудников при комплектовании рабочих групп. *Вестник Самарской гуманитарной академии*. Серия: Психология. 2010. № 2. С. 168–180.

8. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 256 с.

9. Перепелица В. А. Многокритериальные модели и методы для задач оптимизации на графах. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 336 с.

REFERENCES

Aseyeva, I. N., and Sakharchuk, E. A. "Uchet psikhologicheskoy sovmestimosti sotrudnikov pri komplektovanii rabochikh grupp" [The basis of psychological compatibility of employees when staffing the working groups]. *Vestnik Samarskoy gumanitarnoy akademii*. Seriya: Psikhologiya, no. 2 (2010): 168-180.

Bakurova, A. V. *Samoorhanizatsiia sotsialno-ekonomichnykh system: modeli i metody* [Self-organization of socio-economic systems: models and methods]. Zaporizhzhia: KPU, 2010.

Krichevskiy, R. L., and Dubovskaya, E. M. *Sotsialnaya psikhologiya maloy gruppy* [Social psychology of small groups]. Moscow: Aspekt Press, 2009.

Milner, B. Z. *Teoriya organizatsii* [Organization theory]. Moscow: INFRA-M, 2008.

Novikov, D. A. *Matematicheskiye modeli formirovaniya i funktsionirovaniya komand* [Mathematical model of formation and functioning of teams]. Moscow: Izd-vo fiziko-matematicheskoy literatury, 2008.

Obozov, H. H. *Sovmestimost i srabatyvayemost lyudey* [Compatibility and wearability of people]. St. Petersburg: Oblik, 2000.

Perepelytsia, V. O., and Riabenko, A. Ye. "Otsinky nadiinosti v zadachakh formuvannia tsilyovykh hrup" [Assessment of reliability in the formation of the target groups]. *Visnyk Zaporizkoho derzhavnoho universytetu*. Fizyko-matematychni nauky. Biolohichni nauky, no. 1 (2000): 90-93.

Podinovskiy, V. V., and Nogin, V. D. *Pareto-optimalnyye resheniya mnogokriterialnykh zadach* [Pareto-optimal solutions of multicriterial problems]. Moscow: FIZMATLIT, 2007.

Perepelitsa, V. A. *Mnogokriterialnyye modeli i metody dlya zadach optimizatsii na grafakh* [Multicriterial models and methods for optimization problems on graphs]. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.