УДК 330.46

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА С ИНДУЦИРОВАННЫМ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИМ ПРОГРЕССОМ

© 2017 **ДИЛЕНКО В. А.**

УДК 330.46

Диленко В. А. Модель оптимального экономического роста с индуцированным научно-техническим прогрессом

На основе модели экономической динамики Харрода – Домара построена модель оптимального экономического роста с учетом индуцированного НТП. С целью отражения индуцированного научно-технического прогресса в данной модели предлагается дополнительно выделять элемент доходов, который специально используется на инвестирование инновационной деятельности, реализация которой приводит к снижению капиталоемкости развития рассматриваемой экономики. Для простейшего способа представления экономического механизма инвестирования индуцированного НТП получены аналитические решения соответствующей задачи оптимального управления. Исследование данных решений позволило выявить характерные особенности влияния параметров научно-технического прогресса и анализируемой экономической системы на выбор оптимальных траекторий её эволюции. В качестве возможных направлений развития представленных результатов могут рассматриваться задачи построения и анализа моделей оптимального экономического роста, реализующих различные варианты инвестирования индуцированного НТП, а также таких моделей, в которых данный механизм инвестирования задается не экзогенно, а является результатом их экономико-математического исследования.

Ключевые слова: *оптимальный экономический рост, модель Харрода – Домара, индуцированный научно-технический прогресс.*
Формул: *33.* ***Библ.:*** *9.*

Диленко Виктор Алексеевич *– доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики и информационных технологий, Одесский национальный политехнический университет (пр. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина)*
E-mail: *v.dilenko@gmail.com*

УДК 330.46

Діленко В.О. Модель оптимального економічного зростання з індукованим науково-технічним прогресом

На основі моделі економічної динаміки Харрода – Домара побудовано модель оптимального економічного зростання з урахуванням індукованого НТП. З метою відображення індукованого науково-технічного прогресу в даній моделі пропонується додатково виділяти елемент доходів, який спеціально використовується на інвестування інноваційної діяльності, реалізація якої приводить до зниження капіталомісткості розвитку економіки, що досліджується. Для найпростішого способу представлення економічного механізму інвестування індукованого НТП отримано аналітичні рішення відповідної задачі оптимального управління. Дослідження даних рішень дозволило виявити характерні особливості впливу параметрів науково-технічного прогресу й аналізованої економічної системи на вибір оптимальних траєкторій її еволюції. Як можливі напрямки розвитку представлених результатів можуть розглядатися задачі побудови й аналізу моделей оптимального економічного зростання, що реалізують різні варіанти інвестування індукованого НТП, а також таких моделей, в яких даний механізм інвестування задається не екзогенно, а є результатом їх економіко-математичного дослідження.

Ключові слова: *оптимальне економічне зростання, модель Харрода – Домара, індукований науково-технічний прогрес.*
Формул: *33.* ***Бібл.:*** *9.*

Діленко Віктор Олексійович *– доктор економічних наук, доцент, професор кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, Одеський національний політехнічний університет (пр. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)*
E-mail: *v.dilenko@gmail.com*

UDC 330.46

Dilenko V. A. The Model of Optimum Economic Growth with the Induced Scientific-Technological Progress

On the basis of the economic dynamics of the Harrod – Domar model, a model of optimum economic growth in line with the induced scientific-technological progress (STP) has been built. In order to reflect the induced scientific-technological progress, with this model is proposed to further allocate the income element that is specially used for the investment of innovation activity, implementation of which reduces the capital intensity in development of the discussed economy. For the simplest way of presenting an economic mechanism for the investment of induced STP, analytical solutions of an appropriate task in optimum management have been obtained. Studying these decisions allowed to reveal the characteristics of the impact of parameters of scientific-technological progress and the analyzed economic system on choosing the best trajectory for its evolution. Possible directions for further developing the results presented can be considered the tasks in building and analyzing models of optimum economic growth that implement different investment options for the induced STP, as well as the models in which this investment mechanism is not exogenouslyed, but rather the result of the corresponding economic-mathematical research.

Keywords: *optimum economic growth, Harrod–Domar model, induced scientific-technological progress.*
Formulae: *33.* ***Bibl.:*** *9.*

Dilenko Viktor A. *– D. Sc. (Economics), Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odessa National Polytechnic University (1 Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine)*
E-mail: *v.dilenko@gmail.com*

В настоящее время инновационные процессы являются определяющим фактором роста мировой экономики. Для Украины развитие инновационной деятельности рассматривается и как одно из важнейших направлений выхода из экономического кризиса [4; 8]. Поэтому, в принципе, инновационные процессы должны в обязательном порядке учитываться при построении математических моделей любых экономических объектов.

На макроэкономическом уровне в экономико-математическом моделировании инновационный фактор рассматривается в форме автономного (экзогенного) и индуцированного (эндогенного) научно-технического прогресса (НТП) [6, с. 78–79]. В классических моделях экономического роста (в том числе и оптимального) инновационная деятельность традиционно учитывается в соответствующих производственных функциях [1, с. 789–792; 6, с. 86–92; 7; 9 и др.]. В отличие от этой схемы представления НТП в [3, с. 60–84] строятся и анализируются модели оптимальной экономической динамики, в которых воздействие автономного научно-технического прогресса отражается с позиции снижения капиталоемкости экономики в процессе её развития. Целью настоящей работы является распространение данного подхода на случай модели оптимального экономического роста с учетом индуцированного НТП.

Для дальнейших построений в качестве базовой будем использовать модель Харрода – Домара, для которой уже получено ряд результатов в области представления НТП и анализа его влияния на особенности эволюции макроэкономической системы [2; 3, с. 60–84].

Модель Харрода – Домара имеет вид:

$$y(t) = B\frac{dy}{dt} + C(t). \tag{1}$$

Она описывает экономическую систему, для которой динамика дохода $y(t)$ представляется в виде суммы инвестиций в развитие производства $u(t)$ и непроизводственного потребления $C(t)$. При этом величина инвестиций полагается пропорциональной скорости роста доходов с коэффициентом B, который имеет смысл капиталоемкости прироста дохода, а потребление задается экзогенно [5, с. 204–206].

С целью отражения индуцированного научно-технического прогресса в модели (1) в работе [2] предлагается дополнительно выделять элемент доходов $G(t)$, который специально используется на развитие инновационной деятельности и в рамках данной модели определяет динамику коэффициента капиталоемкости $B(t)$. Тогда модель Харрода – Домара приобретает вид:

$$y(t) = B(G(t))\frac{dy}{dt} + C(t) + G(t). \tag{2}$$

В свою очередь, функцию $B(G(t))$ предлагается определить следующим образом

$$B(G(t)) = \frac{B_0}{1+\lambda\int_0^t G(\tau)d\tau}, \tag{3}$$

где λ – коэффициент пропорциональности, интерпретируемый как параметр индуцированного НТП, который характеризует степень его воздействий на исходное значение показателя капиталоемкости B_0. Очевидно, что в начальный момент времени при $t = 0$ $B(G(t)) = B_0$.

Конкретизируем модель (2). Для простоты, как и в [2], будем полагать, что функция $G(t)$, определяющая величину доходов, направляемых на развитие инновационных процессов (реализацию индуцированного научно-технического прогресса), имеет вид $G(t) = q$, где q – некоторая постоянная величина. Тогда дифференциальное уравнение (2) приобретает вид:

$$y(t) = \frac{B_0}{\lambda qt+1}\cdot\frac{dy}{dt} + q + C(t). \tag{4}$$

Используя (4), можно записать следующую модель оптимального экономического роста с учетом индуцированного НТП:

$$\int_0^T (y(t)-u(t)-q)dt \to \max, \tag{5}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\lambda qt+1}{B_0}u(t), \tag{6}$$

$$0 \le u(t) \le y(t)-q, \tag{7}$$

$$y(0) = y_0. \tag{8}$$

Модель (5) – (8) является задачей оптимального управления, в которой величина инвестиций в производство (производственное накопление) $u(t)$ – управляющий параметр, объем дохода $y(t)$ – фазовая координата, а целевой функционал, учитывая, что $C(t) = y(t) - u(t) - q$, определяет суммарное непроизводственное потребление за анализируемый период $[0, T]$.

Для данной задачи функция Гамильтона имеет вид

$$H(y,u,p,t) = y(t)-u(t)-q+p(t)\frac{\lambda qt+1}{B_0}u(t), \tag{9}$$

где $p(t)$ – сопряженная переменная.

Определив из дифференциального уравнения

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{dH}{dy} = -1,\ p(T) = 0 \tag{10}$$

$p(t) = T - t$, функцию (9) можно записать как

$$H(y,u,p,t) = y(t)-q+[-\frac{\lambda q}{B_0}t^2 + \frac{\lambda qt - 1}{B_0}t+\frac{T}{B_0}-1]u(t). \tag{11}$$

Тогда согласно принципу максимума для оптимального управляющего параметра $u^*(t)$

$$u^*(t) = \begin{cases} y(t)-q, & \varphi(t) > 0, \\ 0, & \varphi(t) < 0, \end{cases} \tag{12}$$

где функция переключения $\varphi(t)$ имеет вид

$$\varphi(t) = -\frac{\lambda q}{B_0}t^2 + \frac{\lambda qt-1}{B_0}t+\frac{T}{B_0}-1. \tag{13}$$

В соответствии с экономическим содержанием параметры $\lambda > 0, B_0 > 0, q > 0$. Поэтому $-\frac{\lambda q}{B_0} < 0$ и, значит, функции $\varphi(t)$ отвечает парабола, ветви которой направлены вниз. Для определения и анализа оптимальных решений задачи (5) – (8) рассмотрим возможные варианты её расположения.

Пусть парабола находится в отрицательной области соответствующей системы координат. Тогда для ординаты φ_0 её вершины справедливо неравенство

$$\varphi_0 = \frac{4\frac{\lambda q}{B_0}\left(\frac{T}{B_0}-1\right)-\left(\frac{\lambda qT}{B_0} - 1\right)^2}{-4\frac{\lambda q}{B_0}} < 0. \tag{14}$$

Это неравенство можно переписать в более простом виде

$$B_0 > \frac{1}{4}\left[\lambda q T^2 + 2T + \frac{1}{\lambda q}\right]. \qquad (15)$$

Очевидно, что при выполнении (15) $\varphi(t) < 0$, и потому, согласно (12), если $u^*(t)$, $y^*(t)$, $C^*(t)$ соответствующие оптимальные траектории, то при $t \in [0, T]$

$$u^*(t) = 0,\ y^*(t) = y_0,\ C^*(t) = y_0 - q. \qquad (16)$$

Из (15) следует, что для заданных параметров λ, B_0, q всегда можно указать такое максимально возможное значение $\tilde{T}$, что для интервала времени $[0, \tilde{T}]$ с позиций критерия (5) для рассматриваемой экономики необходимо весь доход направлять на непроизводственное потребление. Причем, чем большее значение имеет параметр B_0, тем указанный период будет более продолжительным. В связи с тем, что B_0 определяет темп технологического прироста $\frac{1}{B_0}$, в содержательном плане последнее утверждение означает, что чем менее технологически развитой является экономическая система, описываемая моделью (5) – (8), тем более длительным будет начальный период времени, при котором рост производства нецелесообразен и следует доход в полном объеме (за исключением инновационной части q) использовать только для непроизводственного потребления.

Пусть $\varphi_0 > 0$. Тогда уравнение $\varphi(t) = 0$ имеет действительные корни, которые представляют собой точки переключения оптимального релейного управления задачи (5) – (8). Возможны различные варианты расположения данных точек, определяемые знаками корней t_1, t_2 уравнения $\varphi(t) = 0$.

Выражение для вычисления можно записать следующим образом:

$$t_{1,2} = \frac{\lambda q T - 1 \pm (\lambda^2 q^2 T^2 + (2T - 4B_0)\lambda q + 1)^{\frac{1}{2}}}{2\lambda q}. \qquad (17)$$

Для краткости обозначим

$$A = \lambda q T - 1,\ D = (\lambda^2 q^2 T^2 + (2T - 4B_0)\lambda q + 1)^{\frac{1}{2}}. \qquad (18)$$

Тогда, анализируя (17), можно получить такие условия:

$$\text{если } A < 0,\ |A| > D, \text{ то } t_1, t_2 < 0, \qquad (19)$$

$$\text{если } |A| < D, \text{ то } t_1 < 0, t_2 > 0, \qquad (20)$$

$$\text{если } A > 0,\ A > D, \text{ то } t_1, t_2 > 0, \qquad (21)$$

$$\text{если } |A| = D,\ A < 0, \text{ то } t_1 < 0, t_2 = 0, \qquad (22)$$

$$\text{если } |A| = D,\ A > 0, \text{ то } t_1 = 0, t_2 > 0. \qquad (23)$$

Рассмотрим варианты решений задачи (5) – (8) для каждого из указанных условий. При этом заметим, что, используя (17), можно показать, что для большего корня уравнения $\varphi(t) = 0$ выполняется неравенство $t_2 < T$.

Если оба корня уравнения $\varphi(t) = 0$ отрицательные, т. е. для значений параметров модели λ, B_0, q, T справедливы неравенства (19), то для оптимальных траекторий $u^*(t)$, $y^*(t)$, $C^*(t)$ выполняется (16), т. к. при $t \geq 0$ переключательная функция $\varphi(t) < 0$.

Пусть $t_1 < 0$, $t_2 > 0$. Тогда

$$u^*(t) = \begin{cases} y(t) - q,\ 0 \leq t < t_2 \\ 0,\ t_2 < t \leq T \end{cases}, \qquad (24)$$

и уравнение (6) приобретает вид

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\lambda q t + 1}{B_0}(y - q),\ 0 \leq t < t_2. \qquad (25)$$

Решением (25) при $y(0) = y_0$ является функция

$$\bar{y}(t) = (y_0 - q)e^{\frac{\lambda q}{2B_0}t^2 + \frac{1}{B_0}t} + q. \qquad (26)$$

Соответственно, для оптимальных траекторий $u^*(t)$, $y^*(t)$, $C^*(t)$ получаем:

$$u^*(t) = \begin{cases} \bar{y}(t) - q,\ \ 0 \leq t < t_2, \\ 0,\ \ t_2 < t \leq T, \end{cases} \qquad (27)$$

$$y^*(t) = \begin{cases} \bar{y}(t),\ \ 0 \leq t < t_2, \\ \bar{y}(t_2),\ t_2 < t \leq T, \end{cases} \qquad (28)$$

$$C^*(t) = \begin{cases} 0,\ 0 \leq t < t_2, \\ \bar{y}(t_2) - q,\ t_2 < t \leq T. \end{cases} \qquad (29)$$

При выполнении условий (21) для оптимального решения задачи (5) – (8) имеем две точки переключения t_1, $t_2 > 0$. Тогда

$$u^*(t) = \begin{cases} 0,\ 0 < t < t_1 \\ \tilde{y}(t) - q,\ t_1 < t < t_2, \\ 0,\ t_2 < t \leq T, \end{cases} \qquad (30)$$

$$y^*(t) = \begin{cases} y_0,\ 0 \leq t < t_1, \\ \tilde{y}(t),\ t_1 < t < t_2, \\ \tilde{y}(t_2),\ t_2 < t \leq T, \end{cases} \qquad (31)$$

$$C^*(t) = \begin{cases} y_0 - q,\ \ 0 \leq t < t_1, \\ 0,\ t_1 < t < t_2, \\ \tilde{y}(t_2) - q,\ t_2 < t \leq T, \end{cases} \qquad (32)$$

где функция $\tilde{y}(t)$ является решением дифференциального уравнения (25) при $y(t_1) = y_0$.

Если параметры рассматриваемой модели удовлетворяют условиям (22) или (23), то для оптимальных $u^*(t)$, $y^*(t)$, $C^*(t)$ выполняются соотношения (16) и (27) – (29) соответственно.

Далее проанализируем влияние параметров индуцированного НТП на особенности оптимальной динамики элементов экономики, представленной рассматриваемой моделью.

Обозначим $z = \lambda q$. Будем интерпретировать z как некоторый обобщенный показатель инновационной деятельности (индуцированного НТП), частными показателями которой являются параметры модели λ и q. Используя (15), запишем функцию

$$f(z) = T^2 z + \frac{1}{z} + 2T - 4B_0. \qquad (33)$$

Если $f(z) < 0$, то, согласно (15), оптимальному поведению анализируемой экономической системы будут отвечать соотношения (16). Если же $f(z) > 0$, то оптимальные траектории $u^*(t)$, $y^*(t)$, $C^*(t)$ соответствуют вариантам, определяемым условиями (19) – (23).

Учитывая смысл параметров λ и q, аргумент функции (33) в рамках модели (5) – (8) может принимать только неотрицательные значения. При этом $f(z)$ имеет единственную точку минимума $z^* = \dfrac{1}{T}$ и, соответственно, $f(z) = 4(T - B_0)$.

Поэтому при $T > B_0$ при любых возможных значениях z $f(z) > 0$, а если $T < B_0$, то уравнение $f(z) = 0$ имеет положительные корни z_1, z_2, определяющие интервалы значений z, для которых рассматриваемая функция имеет соответствующие знаки: $f(z) > 0$ при $0 \le z < z_1$, $z_2 < z$ и $f(z) < 0$, если $z_1 < z < z_2$.

Анализируя условия (19) – (23), можно показать, что при $T > B_0$ для любых $z > 0$ будет выполняться только неравенство (20), т. е., если $u^*(t)$, $y^*(t)$, $C^*(t)$ – оптимальные траектории, то они определяются соотношениями (27) – (29).

Содержательно это может интерпретироваться следующим образом: если плановый период T является достаточно продолжительным и/или рассматриваемая экономика обладает относительно высоким исходным уровнем технологического развития (низким значением коэффициента капиталоемкости B_0), то качественно стратегия развития данной экономической системы не зависит от параметров λ и q индуцированного НТП. При любых их возможных значениях следует на начальном этапе $0 \le t < t_2$ весь доход $y(t) - q$ использовать исключительно на производственное накопление, а затем при $t_2 < t \le T$ направлять весь его свободный объем $y(t_2) - q$ только на непроизводственное потребление.

Иными словами, при используемой в модели схеме инвестирования индуцированного научно-технического прогресса для случая, когда исходное технологическое состояние анализируемой экономики и горизонт планирования таковы, что $T > B_0$, инновационные процессы (значения их параметров) не являются определяющим фактором выбора макроэкономической стратегии развития.

Пусть $T = B_0$. Тогда можно показать, что если $z \le \dfrac{1}{T}$, то для оптимального решения задачи (5) – (8) выполняются соотношения (16), в противном случае (27) – (29).

Рассмотрим решение задачи (5) – (8) при $T < B_0$. Анализируя выполнимость условий (19) – (23) при $0 < z \le z_1$ и $z_2 \le z$, можно получить, что для указанного соотношения параметров T и B_0 оптимальному решению данной задачи отвечают траектории, задаваемые соотношениями (16) (причем, при $z = z_2$ в точке $t = \dfrac{z_2 T - 1}{2 z_2} > 0$ решение не определено), если $0 < z \le z_2$, и (30) – (33) при $z_2 < z$.

Таким образом, при $T \le B_0$, т. е., если экономика является технологически слаборазвитой (обладает относительно высоким начальным значением коэффициента капиталоемкости B_0) и/или рассматривается краткосрочный плановый период T, то выбор значений параметров индуцированного НТП задает и выбор оптимальной стратегии экономического развития. Причем, пороговым значением величины обобщенного показателя инновационной деятельности, определяющим смену оптимальной стратегии экономического развития, при $T = B_0$ является $z = \dfrac{1}{T}$, а если $T < B_0$, то $z = z_2$.

Результаты анализа задачи (5) – (8) при $T > B_0$ и $T \le B_0$ можно также интерпретировать в том смысле, что технологически слабая экономика является весьма чувствительной (в плане определения оптимальной стратегии развития) к увеличению интенсивности реализуемых инновационных процессов.

В случае $T = B_0$ при превышении обобщенным показателем порогового значения $\dfrac{1}{T}$ происходит смена стратегии развития, предполагающей использование свободной части генерируемого дохода только на непроизводственное потребление, на стратегию, которая предусматривает сначала развитие экономики, а уже затем использование всего возможного дохода на непроизводственное потребление. Аналогично при $T < B_0$, если значение z становится больше величины z_2, то целесообразным становится переход от указанной выше стратегии непроизводственного потребления к более сложной стратегии экономического развития с двумя точками переключения в течение планового периода: от непроизводственного потребления к развитию производства и обратно.

ВЫВОДЫ

В работе на основе модели экономической динамики Харрода – Домара построена модель оптимального экономического роста с учетом индуцированного НТП. Для простейшего способа представления экономического механизма инвестирования индуцированного научно-технического прогресса получены аналитические решения соответствующей задачи оптимального управления. Анализ данных решений позволил выявить характерные особенности влияния параметров НТП и рассматриваемой экономической системы на выбор оптимальных траекторий её эволюции.

В качестве возможных направлений развития представленных результатов могут рассматриваться задачи построения и анализа моделей оптимального экономического роста, реализующих различные варианты инвестирования индуцированного НТП, а также таких моделей, в которых данный механизм инвестирования (вид функции $G(t)$) задается не экзогенно, а является результатом их экономико-математического исследования. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Экономико-математическое моделирование: учебник/ Л. В. Абланская, Л. О. Бабешко, Л. И. Баусов и др. М.: Экзамен, 2006. 798 с.

2. Диленко В. А., Гуляева Н. А. Некоторые подходы к учету и анализу влияния научно-технического прогресса в модели экономического роста Харрода – Домара. *Проблемы экономики*. 2016. № 4. С. 238–243.

3. Диленко В. А. Экономико-математическое моделирование инновационных процессов. Одесса: Феникс, 2013. 348 с.

4. Єгоров І. Ю. «Інноваційна Україна – 2020»: основні положення Національної доповіді. *Економіка України*. 2015. № 9. С. 4–18.

5. Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. В. Математические методы в экономике. М.: Дело и сервис, 2001. 368 с.

6. Плакунов М. К., Раяцкас Р. Л. Производственные функции в экономическом анализе. Вильнюс: Минтис, 1984. 308 с.

7. Плакунов М. К., Шалабин Г. В. Научно-технический прогресс в моделях экономического роста. *Вестник Санкт-Петербургского университета*. 2002. Сер. 5. Вып. 2. С. 100–111.

8. Федулова Л. І. Інноваційний вектор розвитку промисловості України. *Економіка України*. 2013. № 4. С. 15–23; № 5. С. 30–38.

9. Чечурина М. Н. Анализ моделей научно-технического прогресса как фактора экономического развития. *Вестник МГТУ*. 2005. Том 8, № 2. С. 338–347.

REFERENCES

Ablanskaya, L. V. et al. *Ekonomiko-matematicheskoye modelirovaniye* [Economic-mathematical modeling]. Moscow: Ekzamen, 2006.

Chechurina, M. N. "Analiz modeley nauchno-tekhnicheskogo progressa kak faktora ekonomicheskogo razvitiya" [Analysis of models of scientific and technical progress as a factor of economic development]. *Vestnik MGTU*. Vol. 8, no. 2 (2005): 338-347.

Dilenko, V. A. *Ekonomiko-matematicheskoye modelirovaniye innovatsionnykh protsessov* [Economic and mathematical modeling of innovation processes]. Odessa: Feniks, 2013.

Dilenko, V. A., and Gulyayeva, N. A. "Nekotoryye podkhody k uchetu i analizu vliyaniya nauchno-tekhnicheskogo progressa v modeli ekonomicheskogo rosta Kharroda – Domara" [Some approaches to accounting and analysis of the impact of scientific and technological progress in the Harrod – Domar economic growth model]. *Problemy ekonomiki*, no. 4 (2016): 238-243.

Fedulova, L. I. "Innovatsiinyi vektor rozvytku promyslovosti Ukrainy" [Innovative vector of development of industry of Ukraine]. *Ekonomika Ukrainy*, no. 4 (2013): 15-23; no. 5 (2013): 30-38.

Plakunov, M. K., and Rayatskas, R. L. *Proizvodstvennyye funktsii v ekonomicheskom analize* [Production functions in economic analysis]. Vilnyus: Mintis, 1984.

Plakunov, M. K., and Shalabin, G. V. "Nauchno-tekhnicheskiy progress v modelyakh ekonomicheskogo rosta" [Scientific and technological progress in models of economic growth]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta*. Ser. 5, no. 2 (2002): 100-111.

Yehorov, I. Yu. "«Innovatsiina Ukraina - 2020»: osnovni polozhennia Natsionalnoi dopovidi" [Innovative Ukraine 2020: the main provisions of the National Report]. *Ekonomika Ukrainy*, no. 9 (2015): 4-18.

Zamkov, O. O., Tolstopiatenko, A. V., and Cheremnykh, Yu. V. *Matematicheskiye metody v ekonomike* [Mathematical methods in economics]. Moscow: Delo i servis, 2001.