

УДК 514.18



І.С. Табакова

ХНУРЕ, м. Харків, Україна, tabakovaira@gmail.com

НАМОТУВАННЯ КОРДА АВТОМОБІЛЬНИХ ШИН ЗА ГЕОДЕЗИЧНИМИ ТРАЄКТОРІЯМИ

Запропоновано опис шиноподібної поверхні з параметром, який регулює її форму залежно від вільного або навантаженого стану, складено систему диференціальних рівнянь для опису геодезичної на шиноподібній поверхні з використанням коефіцієнтів другої квадратичної форми поверхні та інших супровідних формул, приведено унаочнення одержаного розв’язку у вигляді зображення геодезичних ліній на шиноподібній поверхні залежно від обраних значень вхідних параметрів.

ГЕОДЕЗИЧНА ТРАЄКТОРІЯ, ПРОЦЕС НАМОТКИ КОРДА, АВТОМОБІЛЬНА ШИНА, ПЕРІОДИЧНІСТЬ РОЗТАШУВАННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ КРИВИХ

Вступ

Технологія зміцнення виробів намотуванням є одним з найпоширеніших і перспективних методів одержання армованих матеріалів. Зазначена технологія є важливою при виготовленні автомобільних шин в результаті намотування металевого (або синтетованого) корда [1]. Для реалізації намотування необхідно знати закон розподілу кутів армування на оболонці або, інакше кажучи, закон намотування при її виготовленні на оправці. Найбільш широко використовуються геодезичні траєкторії намотування. Як відомо, геодезична траєкторія дозволяє забезпечити у певному розумінні максимальну міцність виробу. Відхилення намотування від геодезичної обмежено величиною коефіцієнта тертя між оправкою і намотуваною ниткою. Крім того, для забезпечення надійності і довговічності шин необхідно враховувати варіювання взаємного положення корду в точках дотику як реакцію на зміну навантаження.

1. Аналіз відомих досліджень та постановка завдання

Розвиток технології одержання сітчастих оболонок нетрадиційної форми дозволяє ввести в технологічний процес виготовлення автомобільної шини операції трансформації оболонки-заготовки в кінцевий виріб. Відзначимо, що саме за цією, відомою в автомобільній промисловості [1], технологією виготовляються автомобільні шини, коли вихідну сітчасту циліндричну оболонку трансформують у тороподібну поверхню шини. Після трансформації закон зміни кутів армування описується так званою «шинною геометрією». Процес перекладу оболонки-заготовки в кінцеву форму являє собою геометрично нелінійну задачу.

Сучасні технології передбачають намотування вихідної циліндричної оболонки-заготовки за геодезичними траєкторіями (рис. 1). В роботі [2] наведено спосіб розрахунку геодезичної траєкторії корда шини з врахуванням величини пантографічних кутів між суміжними кордами (рис. 2). Логічно вважати, що в процесі експлуатації автомобільної

шини кути пантографічної моделі повинні незначно змінюватися при зміні навантаження. Це повинно зменшити небезпеку руйнування шини «з середини» завдяки взаємному переміщенню кордів.

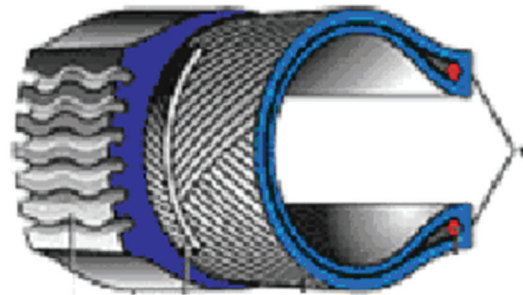


Рис. 1. Розташування корда на поверхні шини

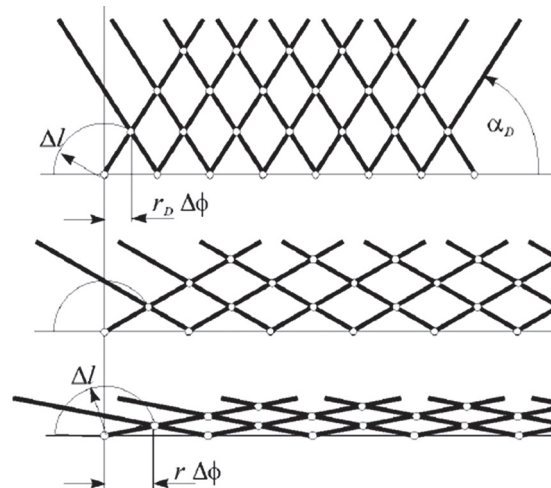


Рис. 2. Пантографічна модель в точках перетину корду

Але в роботі [2] використовуються переважно емпіричні залежності, і побудова геодезичних траєкторій корда не базується на розв’язанні системи диференціальних рівнянь. Для опису процесу намотки корда автомобільної шини необхідно розробити спосіб геометричного моделювання геодезичних траєкторій на поверхні обертання, яка наближає поверхню шини з врахуванням її геометричної форми під навантаженням і у вільному стані.

2. Побудова геодезичних на шиноподібній поверхні

Розглянемо поверхню обертання, яка наближено нагадує поверхню автомобільної шини. Умовно назовемо її шиноподібною поверхнею, рівняння якої пропонується обрати у вигляді

$$X = [(R - \cos^w(u))\cos(v), (R - \cos^w(u))\sin(v), u - \frac{\pi}{2}]. \quad (1)$$

Тут u – параметр вздовж меридіана поверхні, v – параметр вздовж паралелі поверхні, R – радіус базового кола.

Особливість опису (1) полягає у наявності параметра w , який регулює форму шиноподібної поверхні залежно від її стану – вільного або навантаженого. Так, у вільному стані значення параметра w повинні обиратися у межах $w = 1..4$, а у навантаженому стані у межах $w = 12..16$. Всі величини в умовних одиницях.

Наявність параметра w дозволить відстежити зміну пантографічного кута між навитими кордами у випадку зміни навантаження на шину.

При складанні системи диференціальних рівнянь для опису геодезичної на поверхні шини необхідно обчислити [3,4] коефіцієнти другої квадратичної форми та інші супровідні формули.

$$E = \frac{\begin{pmatrix} \cos^2(u) + w^2 \cos^{2w}(u) - \\ -w^2 \cos^{2(w+1)}(u) \end{pmatrix}}{\cos^2(u)};$$

$$F = 0;$$

$$G = (R - \cos^w(u))^2;$$

$$D = \frac{\begin{pmatrix} R^2 \cos^2(u) - 2R \cos^{(2+w)}(u) + \\ + \cos^{2(1+w)}(u) + R^2 w^2 \cos^{2w}(u) - \\ - 2R w^2 \cos^{3w}(u) + w^2 \cos^{4w}(u) - \\ - R^2 w^2 \cos^{2(1+w)}(u) + \\ + 2R w^2 \cos^{(3w+2)}(u) - \\ - w^2 \cos^{2(2w+1)}(u) \end{pmatrix}}{\cos^2(u)};$$

$$E_u = 2w^2 \sin(u)(1 - w + w \cos^2(u)) \cos^{(2w-3)}(u);$$

$$E_v = 0; F_u = 0; F_v = 0;$$

$$G_u = \frac{2w \sin(u)(R \cos^w(u) - \cos^{2w}(u))}{\cos(u)};$$

$$G_v = 0;$$

В результаті одержимо систему диференціальних рівнянь для опису геодезичних на шиноподібній поверхні у вигляді

$$\frac{1}{2D} \begin{pmatrix} 2D \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) + G E_u \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - \\ - G G_u \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 \end{pmatrix} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{1}{2D} \begin{pmatrix} 2D \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + \\ + 2 E G_u \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \end{pmatrix} = 0$$

Систему рівнянь (2) було розв'язано чисельним методом Рунне-Кута. При цьому тестовий варіант обчислювався з незмінними початковими умовами

$$u_0 = \pi/2, v_0 = \pi$$

і межами зміни параметрів

$$\pi/40 < u < \pi - \pi/40;$$

$$0 < v < 2\pi;$$

$$R = 3.$$

Кількість точок, що складають геодезичну лінію, дорівнює 1500. Змінювалися лише кути «виходу» геодезичної траєкторії з початкової точки.

На рис. 3 наведено результати розрахунків геодезичної траєкторії без навантаження (а) і з навантаженням (б) для $u'_0 = 0,39$ і $v'_0 = 0,15$ при $w = 4$ (а) $w = 16$ (б).

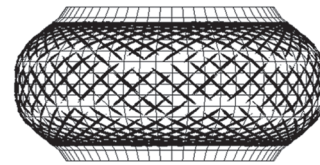
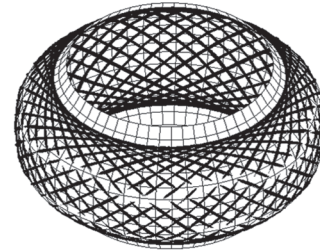


Рис. 3, а. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,39$

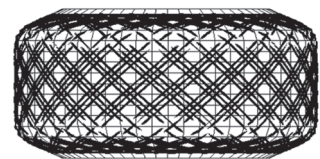
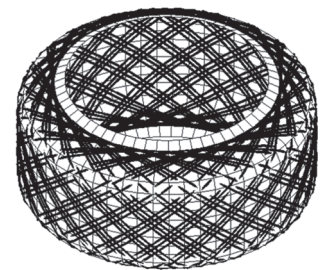


Рис. 3, б. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,39$

На рис. 4 зображено результат аналогічних розрахунків з тими ж параметрами, за винятком $u'_0 = 0,4$.

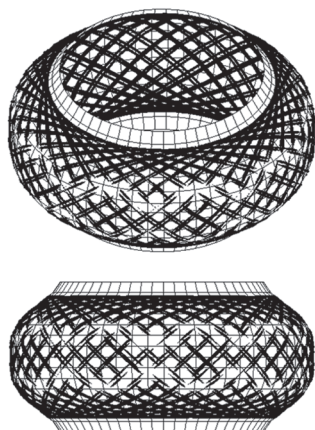


Рис. 4, а. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,4$

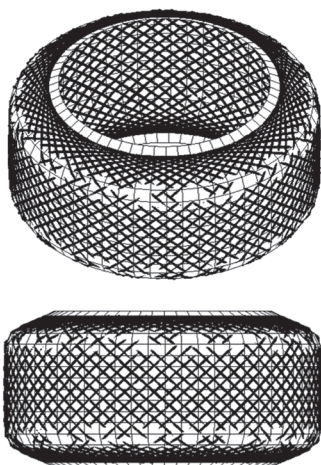


Рис. 4, б. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,4$

Ці приклади наочно демонструють вплив кута «виходу» геодезичної траєкторії на періодичність розташування сім'ї траєкторій на шиноподібній поверхні. Прийнятна періодичність у варіанті без навантаження не зберігається для варіанта з навантаженням, і навпаки.

Методом «анімаційних» ітерацій вдалося знайти початкове значення $u'_0 = 0,43$, яке забезпечує прийнятну періодичність геодезичних траєкторій на поверхні незалежно від наявності або відсутності навантаження (рис. 5).

Наступним кроком моделювання буде врахування зміни геометричної форми шини лише в зоні контакту з поверхнею дороги. Для цього в рівнянні (1) константу w замінимо на функцію

$$w = 16 - 12H(v - \beta); \tag{3}$$

яка має регулювати форму шиноподібної поверхні лише в зоні контакту з дорогою залежно від стану навантаження шини. У формулі (3) β – центральний кут дуги контакту, H – функція Хевісайда.

Відхід від геометричної форми поверхні обертає спрочиняє складність розв'язання цієї задачі. При складанні системи диференціальних рівнянь типу (2) необхідно враховувати вже ненульові

значення $F; E_v; F_u; F_v$. Складання та розв'язання системи диференціальних рівнянь здійснено в середовищі математичного пакету Maple.

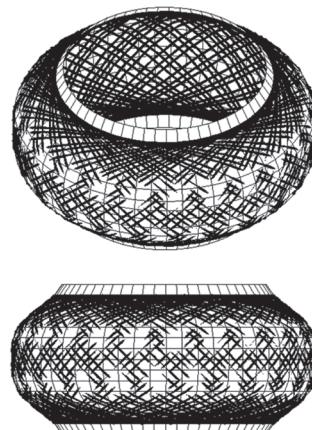


Рис. 5, а. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,43$

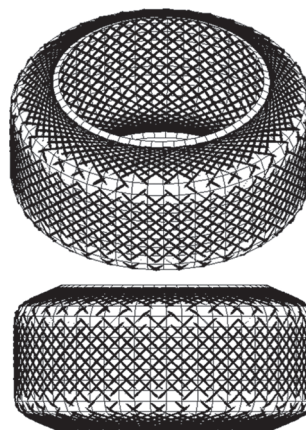


Рис. 5, б. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,43$

Наведемо вигляд системи диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}
 & -2D\left(\frac{d^2}{dt^2}u(t)\right) - GE_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 + 2FF_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 - \\
 & - FE_v\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 - 2GE_v\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)\left(\frac{d}{dt}v(t)\right) + \\
 & + 2FG_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)\left(\frac{d}{dt}v(t)\right) - 2GF_v\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 + \\
 & + GG_u\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 + FG_v\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 = 0, \\
 & -2D\left(\frac{d^2}{dt^2}v(t)\right) - EE_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 + 2EF_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 - \\
 & - FE_v\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 - 2EG_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)\left(\frac{d}{dt}v(t)\right) + \\
 & + 2FE_v\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)\left(\frac{d}{dt}v(t)\right) - EG_v\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 + \\
 & + 2FF_v\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 - FG_u\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 = 0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

При розв'язанні ліві частини рівнянь (4) необхідно розділити на D . Коефіцієнти другої квадратичної форми та інші супровідні формули мають надто громіздкий вигляд і тому тут не наводяться.

На рис. 6 зображено запропоновану геометричну модель шиноподібної поверхні із зоною контакту з поверхнею дороги.

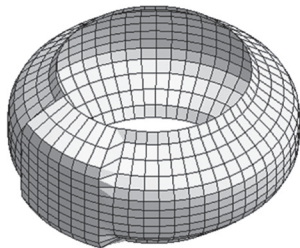


Рис. 6. Шиноподібна поверхня з зоною контакту з дорогою

На рис. 7 наведено геометричну модель шиноподібної поверхні з кількома витками геодезичної намотки при $\beta = 0,8$.

Помітно, що геодезична намотка враховує геометричну форму опуклості шиноподібної поверхні.

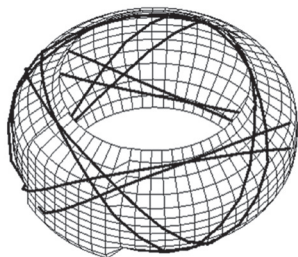


Рис. 7. Геодезична намотка шиноподібної поверхні з кількома витками

На рис. 8 зображено 1500-виткову геодезичну намотку шиноподібної поверхні для параметра $u'_0 = 0,43$.

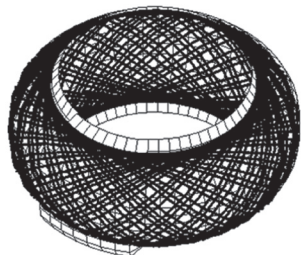


Рис. 8. Геодезична намотка шиноподібної поверхні

Висновки

Наведений спосіб побудови геодезичних траєкторій на тороподібній поверхні, яка наближає поверхню автомобільної шини з врахуванням її форми під навантаженням. Спосіб дозволяє у першому наближенні аналізувати розташування сім'ї геодезичних з метою у подальшому аналізувати зміни пантографічних кутів у часі. Наочні зображення переконують у достовірності побудови. Метод «анімаційних» ітерацій дозволяє знайти початкове значення u'_0 , яке забезпечує прийнятну періодичність геодезичних траєкторій на поверхні.

Список літератури: 1. *Иванов А. М.* Основы конструкции автомобиля / А.М.Иванов, А.Н.Солнцев, В.В. Гаевский и др. — М.: ООО Книжное издательство «За рулём», 2005. — 140 с. 2. *Koutny F.* Geometry and mechanics of pneumatic tires / F.Koutny — Zlin, CZE 2007. — 142 p. 3. *Погорелов А.И.* Дифференциальная геометрия. / А.И. Погорелов. — М.: Наука, 1974. — 176 с. 4. *Голованов Н.Н.* Геометрическое моделирование. / Н.Н. Голованов — М.: Издательство Физико-математической литературы, 2002. — 472 с. 5. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики [Текст] Т. 4. / В.И.Смирнов. — 6-е изд., перераб. — М.: Наука, 1974. — 336 с. 6. *Жукова Н.И.* Геодезические линии на поверхностях [Текст]: учеб. пособие / Н.И. Жукова, А.В. Багаев. — Н. Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета, 2008. — 54 с.

Надійшла до редколегії 27.05.2015

УДК 514.18

Намотка корда автомобильных шин по геодезическим траекториям / И.С. Табакова // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. — 2015. — № 2(85). — С. 116–119.

В статье рассматривается способ геометрического моделирования геодезических траекторий на поверхности, которая приближает поверхность шины с учетом ее геометрической формы под нагрузкой.

Ил. 8. Библиогр.: 6 назв.

UDK 514.18

Winding cord automobile tires on geodesic trajectories / I.S. Tabakova // Bionics of Intelligense: Sci. Mag. — 2015. — № 2(85). — С. 116–119.

In the article deals, a method over of geometrical design of geodesic trajectories is brought on a surface that approaches the surface of tire taking into account her geometrical form on loading.

Fig. 8. Ref.: 6 items.