УДК 517.9

©2015 р. Т.В. Тищук, Ю.В.Федоренко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

СПІВІСНУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ СИМЕТРИЧНОЇ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Досліджуються узагальнені періодичні розв'язки крайової задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними і нелінійними крайовими умовами. Використовуючи класифікацію цих розв'язків і відношення часткового порядку, що існує на множині їх типів, досліджено задачу про співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі.

The paper deals with a generalized periodic solutions of boundary value problem for a system of first-order linear partial differential equations with nonlinear boundary conditions. Using a classification of such solutions as well as partial order on a set of their types, the problem of coexistence of generalized periodic solutions to the boundary problem is studied.

1. Вступ. З розвитком інформаційних технологій актуальною є проблема побудови широкосмугових генераторів цифрових (кусково-сталих) періодичних сигналів. У даній роботі пропонується один з варіантів феноменологічної моделі генератора таких сигналів. Для побудови такого генератора використовується, зокрема, система телеграфних рівнянь, а основними вимогами, які повинна задовольняти побудована модель, є сталість початкових умов та можливість зведення дослідження отриманої крайової задачі до дослідження одновимірної динаміки, бо останнє дає змогу суттєво деталізувати вивчення узагальнених періодичних розв'язків.

У даній статті розглядається питання про існування узагальнених кусково-сталих розв'язків системи $2n$ лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними вигляду

$$\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_i(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial v_i(x,t)}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

де $x \in (0;1)$, $t \in \mathbb{R}_0^+$; $u_i : [0;1] \times \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$, $v_i : [0;1] \times \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$, $1 \le i \le n$, з крайовими умовами:

$$u_i(0,t) = v_i(0,t), \tag{3}$$

$$v_i(1,t) = f_i(u_i(1,t)). \tag{4}$$

Тут $t \in \mathbb{R}_0^+$, функції $f_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $1 \le i \le n$, – неперервні.

У випадку $n = 1$ подібна крайова задача вивчалася в статті Вітта А.А. [1], де побудовано модель реальної фізичної системи і досліджено її розв'язки за допомогою методів теорії функціональних рівнянь [2].

Крайова задача (1)-(4) є узагальненням подібної задачі для лінійного диференціального рівняння першого порядку з частинними похідними і нелінійною крайовою умовою, співіснування узагальнених періодичних розв'язків якої вивчалося в статтях [3, 4]. Зауважимо, що співіснування узагальнених періодичних розв'язків досліджуваних крайових задач розуміється не за періодом, як співіснування циклів одновимірного неперервного відображення відрізка в себе згідно теореми Шарковського О.М. [5], а за спеціальним чином побудованою моделлю типу циклу.

Використовуючи результати [6], у даній статті доведено теорему про співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі (1)-(4).

Зауважимо також, що оскільки симетрична гіперболічна система рівнянь з частинними похідними є узагальненням системи гіперболічних рівнянь другого порядку, то

отримані результати легко застосувати і для дослідження відповідної крайової задачі для системи гіперболічних рівнянь другого порядку.

2. Основна частина. Розглянемо для задачі (1)-(4) початкові умови:

$$u_i(x,0)=\varphi_i(x), \qquad (5)$$

$$v_i(x,0)=\psi_i(x), \qquad (6)$$

де $\varphi_i:[0;1]\to\mathbb{R}$, $\psi_i:[0;1]\to\mathbb{R}$, $x\in[0;1]$, $1\le i\le n$, – деякі функції.

Аналогічно [3, 4], щодо функцій $\varphi_i(x)$, $\psi_i(x)$, $1\le i\le n$, припускаємо, що ці функції є сталими, тобто для будь-якого $x\in[0;1]$ виконуються рівності $\varphi_i(x)=\varphi_i$, $\psi_i(x)=\psi_i$, де φ_i, ψ_i, $1\le i\le n$, – фіксовані дійсні числа, причому ці числа є періодичними точками відповідного (за номером) відображення $f_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Тоді в якості розв'язку задачі (1)-(6) можна розглядати періодичні кусково-сталі вектор-функції з $2n$ елементів, кожен з яких є кусково-сталим, та які задовольняють крайові і початкові умови (3)-(6). Такі функції називаються узагальненими кусково-сталими періодичними розв'язками задачі (1)-(6).

Сформулюємо означення узагальненого розв'язку крайової задачі (1)-(6). Доцільно зауважити, що прямі $x-t=const$ є характеристиками кожного з n рівнянь (1), а прямі $x+t=const$ є характеристиками кожного з n рівнянь (2).

З крайових умов (3), (4) випливає, що поведінку розв'язків крайової задачі (1)-(6) визначають прямі $t=x+j$, $t=-x+j$, де $j\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, які паралельні характеристикам системи рівнянь (1), (2). Оскільки крайова задача (1)-(6) визначена на множині $\{(x,t)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\,|0\le x\le 1,\ t\ge 0\}$, то замість прямих $t=x+j$, $t=-x+j$ доцільно розглядати множини вигляду

$$\underline{P_j}=\{(x,t)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\,|0<x<1,\ t=x+j\},$$

$$\overline{P_j}=\{(x,t)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\,|0<x<1,\ t=-x+j\},$$

де $j\in\mathbb{N}\cup\{0\}$.

Означення 1. Узагальненим розв'язком крайової задачі (1)-(6) називається вектор-функція довжини $2n$ вигляду $(u_1,v_1,\ldots,u_i,v_i,\ldots,u_n,v_n)$, де функції $u_i:[0;1]\times\mathbb{R}_0^+\to\mathbb{R}$, $v_i:[0;1]\times\mathbb{R}_0^+\to\mathbb{R}$, $1\le i\le n$, задовольняють рівності (1)-(6) для всіх $(x,t)\in[0;1]\times\mathbb{R}_0^+\setminus\bigcup\limits_{j\in\mathbb{N}\cup\{0\}}\left(\underline{P_j}\cup\overline{P_j}\right)$.

Сформулюємо низку необхідних означень.

Означення 2. Функція називається кусково-сталою, якщо множина її значень є скінченною.

Означення 3. Функція $\chi:\mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\Omega$, де $\Omega\subseteq\mathbb{R}$, називається n-періодичною, де $n\in\mathbb{N}$, якщо для будь-яких довільних значень x, $t\in\mathbb{R}$ має місце рівність $\chi(x,t+n)=\chi(x,t)$, і при цьому n є найменшим серед чисел, для яких виконується остання рівність.

Нехай $I=[0;1]$, $g\in C(I,I)$ – деяка неперервна функція. Як відомо, кожна неперервна функція дійсного аргументу породжує дискретну динамічну систему, тому трійка $(I,\mathbb{N}\cup\{0\},g^n(x))$, де $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, є дискретною динамічною системою, що породжена відображенням g.

Розглянемо $B=\{\beta_1,\ ...,\beta_i,\ \beta_{i+1},\ ...,\beta_n\}$ – довільний цикл періоду n відображення g, де $\beta_1<...<\beta_i<\beta_{i+1}<...<\beta_n$, причому виконуються наступні рівності $g(\beta_i)=\beta_{j_i}$, де $1\le j_i\le n$, $1\le i\le n$, то тоді відповідну циклу B циклічну перестановку можна записати наступним чином $\pi=\begin{pmatrix}1 & 2 & \ldots & n\\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n\end{pmatrix}$. Циклічне зображення перестановки π має вигляд $(1,\ \pi(1),\ ...,\ \pi^{i-1}(1),\ ...,\ \pi^{n-1}(1))$.

Отже, обмеження відображення на цикл є циклічною перестановкою, тобто g взаємно однозначно відображає на себе скінченну множину точок циклу, яка не містить власних інваріантних підмножин.

Означення 4. Циклічна перестановка π називається типом циклу B.

Типом довільної періодичної точки циклу називається тип цього циклу.

Означення 5. Розв'язок $(u_1,v_1,\ldots,u_i,v_i,\ldots,u_n,v_n)$ задачі (1)-(6) називається k-періодичним за Шарковським, де $k=$

$(k_1, \dots, k_i, \dots, k_n)$, якщо функції $u_i : \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \Omega$, де $\Omega \subseteq \mathbb{R}$, $1 \le i \le n$, є k_i^1-періодичними, функції $v_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \Omega$, $1 \le i \le n$, є k_i^2-періодичними, множини типів циклів функцій f_i, $1 \le i \le n$, не є рівними і виконуються співвідношення $k_i = \max_{\trianglelefteq}\{k_i^1, k_i^2\}$, де символ "$\triangleleft$" визначає порядок Шарковського на множині натуральних чисел: $1 \triangleleft 2 \triangleleft 2^2 \triangleleft 2^3 \triangleleft \dots \triangleleft 2^2 \cdot 5 \triangleleft 2^2 \cdot 3 \triangleleft \dots \triangleleft 2 \cdot 5 \triangleleft 2 \cdot 3 \triangleleft \dots \triangleleft 9 \triangleleft 7 \triangleleft 5 \triangleleft 3$. Якщо серед функцій f_i, $1 \le i \le n$, є такі, що множини типів їх циклів є рівними, то значення k_i з номерами, що відповідають таким функціям, є рівними і знаходяться за аналогічними формулами, де більше згідно порядку Шарковського число знаходять з-поміж всіх значень періодів, номери яких співпадають з номерами таких функцій f_i.

У множині вектор-функції з $2n$ елементів вигляду $(u_1, v_1, \dots, u_i, v_i, \dots, u_n, v_n)$ виділимо підмножину $\mathbb{A}_{2n}$ таких вектор-функцій, множина значень Θ_{2n} яких є скінченною підмножиною з простору $\mathbb{R}^{2n}$. Надалі під узагальненим розв'язком крайової задачі (1)-(6) розумітимемо кусково-сталу періодичну функцію, яка належить множині $\mathbb{A}_{2n}$ і є узагальненим розв'язком крайової задачі (1)-(6).

Аналогічно поняттю узагальненого періодичного розв'язку крайової задачі для одного лінійного диференціального рівняння першого порядку з частинними похідними [3, 4], введемо поняття типу узагальненого періодичного розв'язку крайової задачі (1)-(6).

Означення 6. Типом узагальненого кусково-сталого k-періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) називається таблиця T_n, кожен рядок з номером i, $1 \le i \le n$, якої дорівнює типу тієї періодичної точки серед точок φ_i, ψ_i, $1 \le i \le n$, період якої дорівнює відповідній за номером компоненті k_i вектора k.

Зауважимо, що тип узагальненого кусково-сталого k-періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) можна визначити різними способами і у означенні 6 запропоновано лише один з можливих варіантів такого означення.

Для дослідження співіснування узагальнених кусково-сталих періодичних розв'язків крайової задачі (1)-(6) за допомогою їх типів, необхідно сформулювати наступні означення [6].

Означення 7. Циклічна перестановка $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$ називається опуклою вгору [7], якщо виконуються нерівності $j_i < j_{i+1}$ при $1 \le i < \hat{i}$ і $j_i > j_{i+1}$ при $\hat{i} \le i < n$, де $2 \le \hat{i} \le n-1$ і $\pi(\hat{i}) = n$.

Аналогічно, циклічна перестановка $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$ називається опуклою вниз, якщо виконуються нерівності $j_i > j_{i+1}$ при $1 \le i < \check{i}$ і $j_i < j_{i+1}$ при $\check{i} \le i < n$, де $2 \le \check{i} \le n-1$ і $\pi(\check{i}) = 1$.

Нескладно бачити, що два неперервні відображення відрізку, одне з яких має цикли типу опуклої вгору циклічної перестановки, а інше – типу опуклої вниз циклічної перестановки, є топологічно спряженими, тому достатньо розглянути властивості лише опуклих вгору циклічних перестановок, адже властивості опуклих вниз циклічних перестановок встановлюються автоматично, використовуючи їх зв'язок з опуклими вгору циклічними перестановками. У зв'язку з цим надалі розглядатимемо лише відображення, що мають цикли, яким відповідають опуклі вгору циклічні перестановки. Такі перестановки називатимемо опуклими циклічними перестановками.

З опуклими циклічними перестановками тісно пов'язані цикли унімодальних неперервних відображень. Сформулюємо означення унімодального відображення.

Означення 8. Нехай $g \in C(I, I)$. Відображення g називається унімодальним, якщо існує значення $c \in (0; 1)$ таке, що g монотонно не спадає (монотонно не зростає) на відрізку $[0, c]$ і монотонно не зростає (монотонно не спадає) на відрізку $[c, 1]$.

Тобто унімодальне відображення має лише дві гілки монотонності.

Враховуючи те, що ми розглядаємо опуклі перестановки, вважатимемо унімодальне відображення g опуклим вгору. Виклад-

ки для випадку, коли g – унімодальне опукле вниз відображення, аналогічні викладкам для випадку унімодального опуклого вгору відображення.

Оскільки обмеження неперервного відображення на цикл є циклічною перестановкою, то типом будь-якого циклу унімодального відображення є опукла циклічна перестановка, але можливо таке, що двом різним циклам одного періоду унімодального опуклого вгору відображення може відповідати одна й та сама опукла циклічна перестановка. Для того, аби розрізняти цикли у такому випадку скористаємося результатами, отриманими у роботі [6].

Розглянемо циклічне зображення типу $\pi = (1,\ \pi(1),\ ...,\ \pi^{i-1}(1),\ ...,\ \pi^{n-1}(1))$ циклу періоду n унімодального відображення. Запропонуємо наступні позначення: $\pi^i(1) = r_{i+1})$, $1 \leq i \leq n-1$ і перепишемо тип циклу у вигляді $(1,\ r_2,\ ...,\ r_n)$. Оскільки $r_n = n$ – максимальне число серед чисел $1,\ r_2,\ ...,\ r_n$, що утворюють тип $(1,\ r_2,\ ...,\ r_n)$ циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка π, а число r_{n-1} є прообразом елемента r_n, то послідовно порівняємо кожне число $1,\ r_2,\ ...,\ r_n$ з числом r_{n-1} і розіб'ємо цей тип $(1,\ r_2,\ ...,\ r_n)$ на блоки (упорядковані ланцюжки чисел, з дотриманням уже встановленого в типові порядку) за наступним правилом: кожен блок містить елементи, які або всі менші за число r_{n-1}, або ж всі не менші за r_{n-1}. Очевидно, що блоки з непарними номерами містять лише числа, що менші за r_{n-1}, а блоки з парними номерами – лише ті числа, що не менші за r_{n-1}.

Тоді тип $(1,\ r_2,\ ...,\ r_n)$ перестановки π можна записати наступним чином:

$$\begin{gathered}(|\,1,\ ...,\ r_{m_1}\,|\,r_{m_1+1},\ ...,\ r_{m_1+l_1}\,|\,...\\ |\,r_{m_1+l_1+...+l_{s-1}+1}, \ldots, r_{m_1+l_1+...+m_s}\,| \\ r_{m_1+l_1+...+m_s+1}, \ldots, r_{m_1+l_1+...+m_s+l_s}\,|),\end{gathered} \tag{7}$$

де символ $|$ розділяє сусідні блоки.

Аналогічно, тип $(1,\ r_2,\ ...,\ r_n)$ перестановки π можна записати так:

$$\begin{gathered}(|\,1,\ ...,\ r_{m'_1}\,|\,r_{m'_1+1},\ ...,\ r_{m'_1+l'_1}\,|\,...\\ |\,r_{m'_1+l'_1+...+l'_{s'-1}+1}, \ldots, r_{m'_1+l'_1+...+m'_{s'}}\,| \\ r_{m'_1+l'_1+...+m'_{s'}+1}, \ldots, r_{m'_1+l'_1+...+m'_{s'}+l'_{s'}}\,|),\end{gathered} \tag{8}$$

де блоки з непарними номерами містять лише числа, що не більші за r_{n-1}, а блоки з парними номерами – лише ті числа, що більші за r_{n-1}.

Кількість блоків у рядках (7) та (8) є парною, адже $r_n = n > r_{n-1}$, тобто кожен з рядків в (7), (8) закінчується блоком з парним номером $2s$ та $2s'$ відповідно.

При цьому виконуються наступні рівності:

$$\sum_{i=1}^{s}(m_i + l_i) = n, \qquad \sum_{i=1}^{s'}(m'_i + l'_i) = n.$$

З чисел $m_1,\ m_2,\ \ldots,\ m_s,\ l_1,\ l_2,\ \ldots,\ l_s,\ m'_1,\ m'_2, \ldots, m'_{s'},\ l'_1,\ l'_2, \ldots, l'_{s'}$, які фігурують в (7) і (8), утворимо числові набори вигляду:

$$(m_1,\ l_1,\ m_2,\ l_2,\ ...,\ m_{s-1},\ l_{s-1},\ m_s,\ l_s), \tag{9}$$

$$(m'_1,\ l'_1,\ m'_2,\ l'_2,\ ...,\ m'_{s'-1},\ l'_{s'-1},\ m'_{s'},\ 1), \tag{10}$$

де (9) відповідає рядку (7), а (10) – рядку (8).

Вважатимемо, що числовий набір складається лише з повторюваних блоків, якщо його можна записати у вигляді

$$\begin{gathered}(m_1, l_1, m_2, l_2,\ \ldots, m_k, l_k, m_1, l_1, m_2, l_2,\ \ldots,\\ m_k, l_k,\ \ldots\ , m_1, l_1, m_2, l_2,\ \ldots, m_k, l_k),\end{gathered}$$

де $(m_1, l_1, m_2, l_2,\ \ldots, m_k, l_k)$ – повторюваний блок (k – довільний (фіксований) дільник числа s).

Означення 9. Якщо числовий набір (9), що побудований за опуклою циклічною перестановкою π, не складається лише з повторюваних блоків, що його утворюють, то набір (9) називається м - моделлю типу циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка π. Аналогічно, якщо числовий набір (10), що побудований за опуклою циклічною перестановкою π, не складається лише з повторюваних блоків, що його утворюють, то набір (10) називається р - моделлю типу циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка π.

Означення 10. Вагою моделі типу циклу, яка зображується числовим набором $(m_1, l_1, m_2, l_2, \ \dots \ , m_s, l_s)$, називається число σ, що визначається з рівності:

$$\sigma = \frac{\sum\limits_{i=1}^{s} \left((-2)^{\sum\limits_{j=i+1}^{s} l_j} \ 2^{\sum\limits_{j=i+1}^{s} m_j} (1 - (-2)^{l_i}) \right)}{1 - (-2)^{\sum\limits_{i=1}^{s} l_i} \ 2^{\sum\limits_{i=1}^{s} m_i}}. \quad (11)$$

Означення 11. Якщо опукла циклічна перестановка π має одну модель типу циклу, то її вагою називається вага цієї моделі типу циклу. Якщо опукла циклічна перестановка π має дві моделі типу циклу, то її вагою називається більша з ваг цих моделей типу циклу. Вага опуклої циклічної перестановки π позначається σ_π.

Означення 12. Моделлю типу узагальненого кусково-сталого k-періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) називається така таблиця, кожен рядок з номером i якої дорівнює моделі типу циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка періоду, що дорівнює компоненті k_i вектора k. Якщо ця перестановка має дві моделі типу циклу, то обираємо ту з них, вага якої більша.

Означення 13. Вагою моделі типу узагальненого кусково-сталого k-періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) називається вектор, що складається з ваг відповідних за номером рядків у таблиці-моделі типу цього розв'язку.

На множині векторів-ваг моделей типу узагальненого кусково-сталого k-періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) визначимо відношення порядку наступним чином: вважатимемо, що два довільні вектори-ваги $\sigma' = (\sigma_1', \dots, \sigma_i', \dots, \sigma_n')$ і $\sigma'' = (\sigma_1'', \dots, \sigma_i'', \dots, \sigma_n'')$ знаходяться у відношенні "$\preceq$", тобто $\sigma' \preceq \sigma''$, якщо для довільного номера i, $1 \leq i \leq n$, виконується співвідношення $\sigma_i' \geq \sigma_i''$.

Таким чином введене відношення $\preceq$ є відношенням часткового порядку на множині векторів-ваг.

Використовуючи відношення часткового порядку $\preceq$ на множині векторів-ваг, на множині типів узагальнених кусково-сталих k-періодичних за Шарковським розв'язків крайової задачі (1)-(6) визначимо відношення порядку "$\dashv$" наступним чином: дві довільні таблиці T_n' і T_n'' знаходяться у відношенні $\dashv$, тобто $T_n' \dashv T_n''$, якщо $\sigma_{T_n'} \preceq \sigma_{T_n''}$, де $\sigma_{T_n'}$ – вектор ваги типу T_n', а $\sigma_{T_n''}$ – вектор ваги типу T_n''. Зрозуміло, що введене таким чином відношення порядку $\dashv$ є відношенням часткового порядку на множині типів узагальнених кусково-сталих k-періодичних за Шарковським розв'язків крайової задачі (1)-(6).

Має місце наступна теорема.

Теорема. Нехай задана крайова задача (1)-(4), де $f_i \in C(I, I)$ – неперервні функції, $1 \leq i \leq n$, з початковими умовами (5), (6), де початкові функції є сталими і значення цих сталих є точками опуклих циклів динамічної системи породженої відповідними відображеннями f_i. Якщо крайова задача (1)-(4) має узагальнений кусково-сталий періодичний розв'язок типу T_n' , то вона також має узагальнений кусково-сталий періодичний розв'язок типу T_n'', де $\sigma_{T_n'} \preceq \sigma_{T_n''}$.

Схема доведення теореми. Оскільки крайова задача (1)-(6) складається з n незалежних крайових задач для систем з двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними і нелінійною крайовою умовою, то для кожної такої задачі з відповідним номером, який дорівнює номеру функції f_i з крайової умови, з означення типу узагальненого кусково-сталого періодичного розв'язку крайової задачі (1)-(6) випливає, що одне зі значень сталих функцій φ_i, ψ_i з початкових умов з відповідним номером є періодичною точкою типу $\pi_i' \in \Pi$ відображення f_i, де π_i' – рядок з відповідним номером i з таблиці типу T_n' розглядуваного узагальненого кусково-сталого періодичного розв'язку крайової задачі (1)-(6).

Далі, використовуючи формулу Д'Алам-

бера та сталість функцій у початкових умовах, кожну з n незалежних крайових задач для системи з двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, що разом становлять крайову задачу (1)-(6), зведемо до різницевого рівняння з дискретним аргументом та початковими умовами, значення яких рівні значенням початкових умов відповідної крайової задачі.

Внаслідок редукції до різницевого рівняння кожен з рядків таблиці типу $T_n^{'}$ є типом циклу неперервного відображення f_i з відповідним номером.

Використовуючи теорему [6], про те, що у випадку, коли неперервне відображення відрізку має цикл типу опуклої циклічної перестановки, то воно також має цикл більшого типу згідно відношення порядку на множині опуклих циклічних перестановок, отримаємо, що кожне неперервне відображення f_i з відповідним номером також має цикл більшого типу, ніж $\pi_i^{'}$, за відношенням порядку на множині опуклих циклічних перестановок.

Знову використавши зв'язок кожної крайової задачі, що є компонентою крайової задачі (1)-(6), з динамікою відображення f_i з відповідним номером i, отримаємо, що крайова задача (1)-(6) має узагальнений кусково-сталий періодичний розв'язок деякого типу $T_n^{''}$, де $\sigma_{T_n^{'}} \preceq \sigma_{T_n^{''}}$.

3. Висновки. Розглянуто питання співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними та нелінійними крайовими умовами. Використовуючи запропоновані поняття моделі типу циклу, вектора ваги моделі типу циклу і відношення часткового порядку, що існує на множині типів узагальнених періодичних розв'язків розглядуваної крайової задачі, доведено теорему про співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Витт А.А.* К теории скрипичной струны // Журн. тех. физики. – 1936. – **6**, №9. – С. 1459 – 1479.

2. *Шарковский А.Н., Майстренко Ю.Л., Романенко Е.Ю.* Разностные уравнения и их приложения. – К.: Наукова думка, 1986. – 278 с.

3. *Тищук Т.В.* Узагальнені періодичні розв'язки нелінійної крайової задачі для диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку гіперболічного типу // Буковинський математичний журнал. – 2014. – **2**, №1. – С. 113 – 117.

4. *Самойленко В.Г., Тищук Т.В.* Кусочно-постоянные решения линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серия 4. Физика. Математика. – 2015. – №1. – С. 41 – 46.

5. *Шарковский А.Н.* Сосуществование циклов непрерывного преобразования прямой в себя // Укр. мат. журн. – 1964. – **16**, №1. – С. 61 – 71.

6. *Самойленко В.Г., Тищук Т.В., Федоренко В.В.* Співіснування типів унімодальних циклів неперервного відображення відрізка в себе // Буковинський математичний журнал. – 2014. – **2**, №4. – С. 64 – 73.

7. *Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Сивак А.Г., Федоренко В.В.* Динамика одномерных отображений. – К.: Наукова думка, 1989. – 216 с.