

В.К. Маслюченко, Д.М. Фаґе

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

ДО СТОЛІТНЬОГО ЮВІЛЕЮ М.К. ФАҒЕ

Дано нарис життя і діяльності Михайла Костянтиновича Фаґе, математика, професора Чернівецького і Новосибірського університетів, завідувача кафедри математичного аналізу Чернівецького університету з 1953 по 1960 рік.

We present an outline of life and professional activity of M.K. Fague, a mathematician, professor of Universities of Chernivtsi and Novosibirsk, the head of the department of mathematical analysis of Chernivtsi University from 1953 till 1960.



Михайло Костянтинович Фаґе
(1.07.1915 – 5.10.1995)

1. Вступ. Першого липня 2015 року виповнилося 100 років від народження відомого математика Михайла Костянтиновича Фаґе (1.VII.1915 - 5.X.1995), що працював у Чернівецькому університеті з 1947 до 1960 року, завідуючи кафедрою математичного

аналізу з 1953 року, а до цього працював на кафедрі алгебри і геометрії, зокрема, і завідував нею. У зв'язку із цим в Чернівцях була проведена наукова конференція 1-4 липня 2015 року. Дана стаття постала в результаті опрацювання матеріалів доповіді, виголошеної 1 липня 2015 року на цій конференції першим співавтором, тез [1] і спогадів [2,3].

2. Народження і батьки. Михайло Костянтинович Фаге народився 1 липня 1915 року у Томську в Сибіру в сім'ї чиновника Російської імперії Костянтина Карловича Фаге та дочки священника села Призначне Курської губернії Катерини Дмитрівни, з дому Садовської.



Батько: Костянтин Карлович Фаге – чиновник Російської імперії. На фото приблизно 1920 р.

Батько М.К. Фаге народився у 1884 році. Після закінчення Санкт-Петербурзького університету його було направлено служити у сибірські губернії. Закінчив своє життя у в'язниці ГПУ міста Кемерово, куди потрапив за належність до партії есерів.

Мати Катерина Дмитрівна по смерті чоловіка разом з семирічним сином переїхала до Москви, де отримала посаду директора школи.

Костянтин Карлович Фаге в юнацькі роки приятелював з Андрієм Сергійовичем Бубновим (видатним діячем більшовицької партії, що разом з Леніним брав участь у керівництві революцією 1917 року), який і взяв діяльну участь у долі сім'ї, що втратила годувальника, зокрема, допоміг родині



Мати: Катерина Дмитрівна Садовська-Фаге.

Фаге переїхати у Москву. Розстріляний, як і більшість безпосередніх учасників революції, у 1938 році.



А.С. Бубнов (1884-1938)

Місто Томськ, де народився Михайло Костянтинович – це давній університетський центр Російської імперії. Томський університет був заснований у 1888 році.

Цікаво, що остання публікація видатного українського математика Михайла Кравчука (1892-1942), закатованого сталінським режимом, вийшла саме у вістях Томського університету вже після арешту автора у 1937 році.



Томський університет



Місцезнаходження Тулузи у Франції



Кравчук М.П. (1892-1942)



Місто Тулуза

3. Предки. Родина Фаґе проживала на території Російської імперії з 1830 року, коли 19-річний син офіцера гвардії Наполеона, уродженець м. Тулуза, що на півдні Франції, Жан-Батист Фаґе (Jean-Baptiste Fague), прийняв рішення переселитися з революційної Франції до Росії.

Жан-Батист Фаґе мав семеро дітей, що народилися у Тбілісі, де в середині 19-го сторіччя мешкала його родина.

Один із синів Жана-Батиста Фаґе – Карл Іванович Фаґе – дід Михайла Костянтиновича Фаґе. Працював інженером у нафтовій компанії Альфреда Нобеля. Він одружився з Амалією-Кароліною, німкенєю із Східної Пруссії, і від цього шлюбу у 1884 році народився батько М.К. Фаґе – Костянтин Карлович Фаґе.

4. Освіта. У Москві Михайло Костянтинович закінчив школу та фабрично-

заводське училище, працював у бібліотеці Раднаркому, а пізніше вступив до Московського університету.

У Московському університеті М.К. Фаґе сприйняв традиції знаменитої московської школи з теорії функцій, створеної Д. Єгоровим (1869 – 1931) і М. Лузіним (1883 – 1950), з якої вийшов його науковий керівник А. Колмогоров.

Після закінчення університету М.К. Фаґе став першим аспірантом у академіка Андрія Миколайовича Колмогорова (1903 – 1987).

5. Арешт матері і перші кроки на педагогічній ниві. Мати М.К. Фаґе Катерина Дмитрівна так і залишилась удовою і жила та працювала у Москві до 1939 року, коли її було арештовано і відправлено на заслання у Мінусинськ Красноярського краю. На той час Андрій Сергійович Бубнов вже був розстріляний, та Катерині Дмитрівні, яка була далекою від політики, пощастило: за вироком “трійки” вона отримала мінімальний строк – п’ять років виправно-трудових таборів. Після арешту матері М.К. Фаґе залишив аспірантуру та за власним бажанням



Карл Іванович та Амалія-Кароліна Фаґе з сином Костянтином, приблизно 1900р.



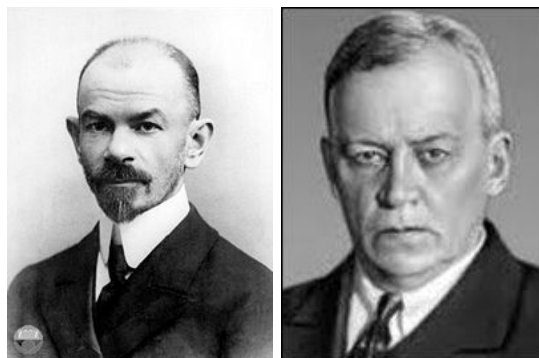
Московський університет імені М.В. Покровського

поїхав слідом за нею у Мінусинськ, ближче до місця ув'язнення Катерини Дмитрівни, де став викладачем математики у середній школі на золотих копальнях.

6. Війна та кандидатська дисертація. У 1941 році М.К. Фаґе повернувся до Москви, брав участь в ополченні і був важко поранений.

Лікуючись, він повернувся до занять математикою і в 1943 році захистив кандидатську дисертацію “Унитарные инварианты эрмитовых операторов” в Математичному інституті ім. В.А. Стеклова АН СРСР. Ця дисертація фігурує у списку його наукових праць під номером 3 (посилання на цей список ми будемо давати з літерою Ф), там стоїть і точна дата захисту: 8.02.1943р.

7. Праця в Ленінграді і переїзд до Чернівців. Після успішного захисту дисертації Михайло Костянтинович приступив до роботи викладачем у одній з військових академій Ленінграда, що на той час вже був звільнений від блокади. Пізніше М.К. Фаґе згадував, як він, маючи звання молодшого лейтенанта, навчав премудростям артилерійської стрільби та основам математичних обчислень балістичних траєкторій польоту снарядів майорів-фронтовиків, що повернулись з війни. Однак поганий клімат на берегах Неві виявився несприятливим для Михайла Костянтиновича, що ще не огов-



Єгоров Д.Ф. (1869-1931) Лузін М.М. (1883-1950)



Колмогоров А.М. (1903-1987)

тався після поранення, і у 1947 він полишає Ленінград, переїжджає до Чернівців і починає працювати у Чернівецькому університеті.

Невідомо, чи було це рішенням самого Михайла Костянтиновича, пов'язане зі станом його здоров'я, чи було викликане його викладацькою діяльністю у Ленінграді. Як відомо, у перші повоєнні роки з центру до Західної України активно заохочували до переселення “корінне населення” Радянського Союзу з метою реалізації сталінських планів “перемішування народів”, криваві наслідки яких ми бачимо зараз у нас на сході країни та і в інших місцях також.

У Чернівцях М.К. Фаґе заприятелював з родиною викладача фізики Олексія Михайловича Страшкевича. Олексій Михайлович походив з старої київської професорської родини і належав до древнього українсько-литовського дворянського роду. Після голоду та дистрофії, пережитих під час війни у окупованому Києві, він разом з дружиною



Михайло Костянтинович Фаге, офіційне фото до Дня перемоги, приблизно 1985 р.



З Олексієм Михайловичем Страшкевичем та сином Миколою



Чернівецький університет

Євдокією Іванівною переїхав до Чернівців, де умови для життя та роботи були набагато кращими у порівнянні з повоєнним Києвом.

8. Одруження і родина Покотилів.

У родині Страшкевичів М.К. Фаге познайомився з молодшою сестрою Євдокії Іванівни, Марією Іванівною Покотило, і невдовзі зробив їй пропозицію “руки та серця”, яку й було прийнято у 1948 році.

Родина Покотилів походила з козацького хутора Покотилівка Полтавської губернії, де у 1925 році й народилась майбутня дружина Михайла Костянтиновича Марія Іванівна. У 1930 році родина змушена була покинути хазяйство і втікати з хутора, рятуючись від розкуркулювання і майже неминучої смерті під час Голодомору. Вони переселилися у шахтарське селище на Донбасі, де жили і під

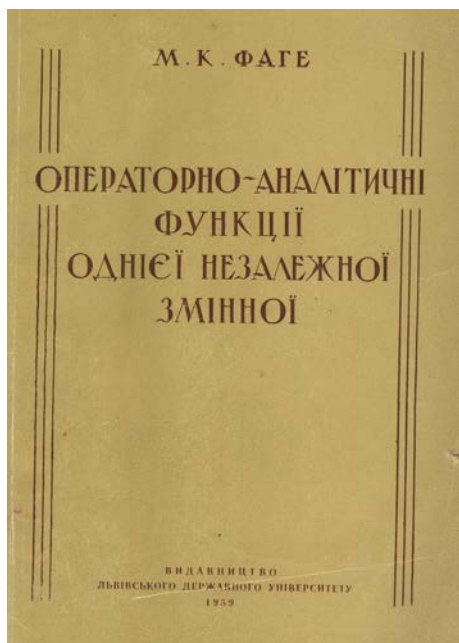
час війни.

9. М.К. Фаге в Чернівецькому університеті. М.К. Фаге працював у Чернівецькому університеті з 1947 до приблизно 1960 року, завідуючи кафедрою математичного аналізу з 1953 року, а до цього працював на кафедрі алгебри і геометрії, зокрема, і завідував нею.

З приходом М.К. Фаге на кафедрі математичного аналізу значно поживилася наукова робота. Сам Михайло Костянтинович у цей час активно працював над докторською дисертацією [Ф27], яку захистив 6.ІІІ.1958 у Математичному інституті імені В.А. Стеклова.

А в 1959 році за її матеріалами у Львові видав україномовну монографію “Операторно-аналітичні функції однієї незалежної змінної”, що вийшла з передмовою М.М. Боголюбова, який дав їй високу оцінку.

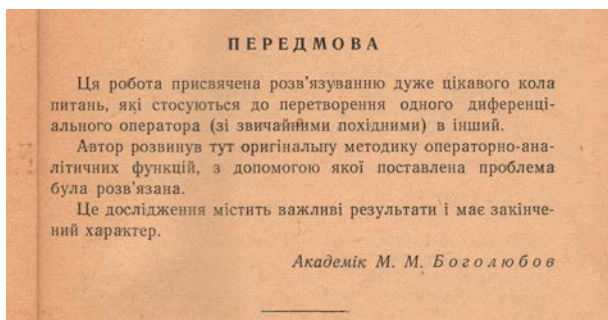
М.К. Фаге був науковим керівником К.М. Фішмана, який захистив кандидатську дисертацію у 1957 році. Крім того, він виховав у Чернівецькому університеті цілу плеяду учнів, серед яких І.Ф. Григорчук,



секретною. М.К. Фаге пропозицію І.В. Курчатова прийняв.



І.В. Курчатова (1902-1960)



В.В. Крехівський, Й.Ф. Кушнірчук, М.І. Березовський, пізніше провідні доценти факультету. З ініціативи Михайла Костянтиновича у Чернівецькому університеті в середині 50-х років ХХ століття на кафедрі математичного аналізу почали підготовку фахівців з обчислювальної математики.

10. М.К. Фаге в Інституті атомної енергії. Наприкінці 1950-х років Михайло Костянтинович отримав від Ігоря Васильовича Курчатова пропозицію очолити математичний відділ Інституту атомної енергії у Москві. Цю організацію було створено під час холодної війни для розробки та створення у СРСР атомного озброєння і спочатку вона приховувалась за назвою "ЛИ-ПАН", яка ні про що не говорила тим, хто не був утаємничений, - "Лабораторія Вимірювальних Приладів Академії Наук". Звичайно, робота у Курчатова була цілковито

Атомного виробництва у Москві, звичайно ж, не було. Капітан держбезпеки прилітав з Уралу від академіка А.Д.Сахарова і передавав до Інституту матеріали для математичних розрахунків у відділі М.К. Фаге. Розрахункова група складалась з великої кількості молодих співробітниць (у основному, там працювали дівчата), кожна з яких підраховувала дані у вузлах сітки для розв'язання відповідних диференціальних рівнянь та систем рівнянь ітераційними методами. Для обчислень застосовувались механічні та електромеханічні арифмометри (серійний випуск лампових ЕОМ тоді ще не досягав потрібних масштабів, знамениту транзисторну ЕОМ БЕСМ-6 було створено лише у середині 1960-х, а кишенькові калькулятори з'явилися лише у 1970 році).

11. Переїзд до Новосибірська. На початку 60-х років на одному з наукових семінарів у Обнінську Михайло Костянтинович познайомився з молодим вченим Гурієм Івановичем Марчуком (1925-2013), який став другом родини Фаге на всі наступні роки. На той час Гурій Іванович був уже добре відомим у середовищі вчених-атомників і займався числовими методами розрахунку реакторів і розв'язанням прикладних задач.

Гурій Іванович розповів М.К. Фаге про новий проект будівництва Академмістечка в



Г.І. Марчук (1925-2013)

лісі за 30 кілометрів від Новосибірська, куди він сам вже вирішив переїхати на запрошення академіка Михайла Олексійовича Лаврентьєва, який був засновником Академмістечка.



М.О. Лаврентьєв (1900-1980)

Г.І. Марчук запропонував М.К. Фаге також переїхати разом з родиною до Академмістечка, яке вже будувалось. М.К. Фаге прийняв цю пропозицію, не замислюючись, і ніколи не шкодував про це до кінця свого життя, хоча його дружина часто скаржилася, що Михайло Костянтинович “забрав і вивіз її з рідної України до чужого холодного Сибіру...”

12. Робота в Обчислювальному Центрі Сибірського відділення Академії Наук та Новосибірському університеті. 14 вересня 1962 року сім'я М.К. Фаге Транс-



Академмістечко з висоти пташиного польоту

сібiрською залізницею приїхала до Новосибiрська.



Обчислювальний Центр Сибірського відділення Академії Наук

У Академмістечку Михайло Костянтинович на посаді заступника Гурія Івановича почав працювати над створенням Обчислювального Центру СВАН СРСР (СВАН - це Сибірське відділення Академії наук). Він скоро відмовився від адміністративної роботи, й до кінця своїх днів працював на посаді звичайного завідувача лабораторії Обчислювального Центру СВАН. У цій лабораторії також працювали й кілька його аспірантів, які разом з ним переїхали до Городка з Чернівецького університету.

М.К. Фаге працював також професором Новосибірського державного університету.

Новосибірський Університет, що і зараз знаходиться у Академмістечку, вважався другим після Московського за якістю знань та викладацького складу (тільки Московський і Новосибірський університети та ще Фізтех здійснювали набір студентів на місяць раніше строку, що був встановлений для всіх інших вишів країни, у липні замість серпня), а викладацький склад набирали з

поміж наукових співробітників академічних інститутів, які за бажанням на півставки викладали в університеті.



Новосибірський університет

У Новосибірську М.К. Фаґе пропрацював до виходу на пенсію.



З дружиною Марією Іванівною та онуками, Академмістечко, 1992 р.

Там і жив до самої смерті, що настала 5 жовтня 1995 року.

13. Наукова діяльність: загальні зауваження. Ми не знайшли в літературі статей з аналізом наукової спадщини М.К. Фаґе. Отже, ця стаття є першою спробою такого аналізу. Ми публікуємо тут список праць М.К. Фаґе, що складений ним власноручно і підписаний. На жаль, посилання не містять сторінок. В деяких випадках ми їх уточнили, але завершити цю роботу поки, що не вдалося.

Тут ми висвітлимо основний результат М.К. Фаґе, що стосується еквівалентності диференціальних операторів. Щоб його довести, Михайло Костянтинович розвинув

нову теорію L -базисів, якій присвячена його докторська дисертація і монографія [Ф35]. Інших тем його наукової діяльності ми тут торкатися не будемо.

Теорію L -базисів та її застосування М.К. Фаґе розробив, працюючи в Чернівецькому університеті у 50-х роках ХХ століття. Цікаво, що після переїзду в Новосибірськ М.К. Фаґе не втрачав зв'язків з Чернівцями. Наприклад, у 1987 році вийшла спільна праця М.К. Фаґе і М.І. Нагнибіди "Проблема эквивалентности обыкновенных линейных дифференциальных операторов", до речі, свою докторську дисертацію М.І. Нагнибіда захищав у Новосибірську.

14. L -базиси. Тут і далі ми коротко викладемо елементи теорії L -базисів та підхід М.К. Фаґе до доведення його теореми про еквівалентність диференціальних операторів за монографією [Ф35].

Нехай $D = \frac{d}{dx}$, $L = D^n + p_{n-1}(x)D^{n-1} + \dots + p_0(x)$, $a < x < b$, $p_k \in C(a, b)$.

З кожною точкою x_0 інтервалу (a, b) пов'яжемо послідовність функцій

$$f_0(x, x_0), f_1(x, x_0), \dots, f_m(x, x_0), \dots,$$

визначених на (a, b) , перші n з яких є розв'язками однорідного рівняння

$$Lf_m(x, x_0) = 0 \quad (m = 0, 1, \dots, n - 1)$$

з початковими умовами

$$\frac{d^s}{dx^s} f_m(x, x_0)|_{x=x_0} = \delta_{m,s}, \quad s = 0, 1, \dots, n - 1,$$

де $\delta_{m,s}$ – символ Кронекера, а наступні функції визначаються рекурентно: якщо $f_m(x, x_0)$ вже визначена, то функція $f_{m+n}(x, x_0)$ буде розв'язком неоднорідного рівняння

$$Lf_{m+n}(x, x_0) = f_m(x, x_0)$$

з початковими умовами

$$\frac{d^s}{dx^s} f_{m+n}(x, x_0)|_{x=x_0} = 0, \quad s = 0, 1, \dots, n - 1.$$

15. Приклад L -базису. Побудовану послідовність функцій $f_m(x, x_0)$ називають L -базисом у точці x_0 .

Приклад. Якщо $L = D^n$, то L -базисом буде послідовність функцій

$$1, \frac{x - x_0}{1!}, \dots, \frac{(x - x_0)^m}{m!}, \dots$$

Для функцій L -базису має місце співвідношення

$$D^r L^q f_m(x, x_0)|_{x=x_0} = \begin{cases} 1, m = qn + r, \\ 0, m \neq qn + r. \end{cases}$$

16. А-мажоровані послідовності і L -аналітичні функції. Умова аналітичності нескінченно диференційовної функції $f(x)$ на $[\alpha, \beta] \subseteq (a, b)$:

$$(\exists C > 0)(\forall m)(\forall x \in [\alpha, \beta]) \left(\left| \frac{d^m}{dx^m} f(x) \right| \leq C^m m! \right)^{\forall} U.$$

Послідовність чисел a_n називається A -мажорованою, якщо існує така константа $C > 0$, що

$$|a_m| \leq C^m m!$$

для кожного номера m .

Зауважимо, що з формули Стірлінга випливає, що $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[m]{m!}}{m} = \frac{1}{e}$.

Функція $f(x)$ називається L -аналітичною на інтервалі (a, b) , якщо для будь-якого відрізка $[\alpha, \beta] \subseteq (a, b)$ існує стала $C > 0$, така, що для всіх $q = 0, 1, 2, \dots$ і $r = 0, 1, 2, \dots, n-1$ на $[\alpha, \beta]$ виконується нерівність

$$|D^r L^q f(x)| \leq C^{qn+r} (qn + r)!.$$

17. L -ряди Тейлора.

Теорема 1. Нехай $(a_m)_{m=0}^{\infty}$ – A -мажорована послідовність,

$$\frac{1}{R} = e \overline{\lim}_{m \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[m]{|a_m|}}{m}$$

і $J = (x_0 - R, x_0 + R) \cap (a, b)$. Тоді ряд

$$\sum_{m=0}^{\infty} a_m f_m(x, x_0)$$

абсолютно збігається в інтервалі J рівномірно на кожному сегментові $[\alpha, \beta] \subseteq J$ і його сума $f(x) \in L$ -аналітичною функцією на (a, b) , до того ж

$$D^r L^q f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m D^r L^q f_m(x, x_0)$$

для довільних відповідних q і r , причому ці ряди збігаються так само як і вихідний ряд і

$$a_m = D^r L^q f(x)|_{x=x_0}, \text{ де } m = qn + r.$$

18. L -голоморфні функції. Функція $f(x)$, що задана на інтервалі (a, b) , називається L -голоморфною на (a, b) , якщо для кожної точки $x_0 \in (a, b)$ існує такий окіл $U = (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \subseteq (a, b)$, що

$$f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m f_m(x, x_0)$$

Теорема 2. Функція $f(x)$ буде L -голоморфною на (a, b) тоді і тільки тоді, коли вона буде L -аналітичною на (a, b) .

19. Регулярна збіжність послідовностей. Послідовність L -аналітичних функцій $f_k(x)$ регулярно збігається до L -аналітичної функції $f(x)$ на (a, b) , якщо $D^r L^q f_k(x) \rightarrow D^r L^q f(x)$ на (a, b) для довільних відповідних q і r і для будь-якого відрізка $[\alpha, \beta] \subseteq (a, b)$ існує така стала $C > 0$, що для всіх відповідних q і r на $[\alpha, \beta]$ виконується нерівність

$$|D^r L^q f_k(x)| \leq C^{qn+r} (qn + r)!.$$

20. Топологічне кільце A_{L, x_0} . Розглянемо сукупність A_{L, x_0} , що складається з усіх функцій $f(x)$, кожна з яких визначена і L -аналітична у деякому околі U_f точки x_0 , що залежить від функції, тобто є сумою деякого L -ряду

$$f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m f_m(x, x_0).$$

Ця сукупність утворює кільце відносно звичайних операцій додавання і множення функцій.

На кільці A_{L, x_0} вводиться збіжність: послідовність функцій $f_k \in A_{L, x_0}$ збігається до функції $f \in A_{L, x_0}$, якщо існує такий окіл U точки x_0 , що f_k регулярно збігається до f в U .

Теорема 3. A_{L, x_0} – це лінійне топологічне комутативне кільце, а оператор L –

це лінійне неперервне відображення кільця A_{L,x_0} в себе.

21. Еквівалентність диференціальних операторів. Нехай тепер $L = D^n + p_{n-1}(x)D^{n-1} + \dots + p_0(x)$, $a < x < b$, і $M = D^n + q_{n-1}(y)D^{n-1} + \dots + q_0(y)$, $c < y < d$ – два лінійних диференціальних оператори з неперервними коефіцієнтами, $x_0 \in (a, b)$ і $y_0 \in (c, d)$.

Топологічні кільця A_{L,x_0} і A_{M,y_0} складаються відповідно з сум $f(x) = \sum a_m f_m(x, x_0)$ і $g(y) = \sum a_m g_m(y, y_0)$, де $(f_m(x, x_0))_{m=0}^\infty$ – це L -базис в точці x_0 і $(g_m(y, y_0))_{m=0}^\infty$ – це M -базис в точці y_0 , і послідовність коефіцієнтів задовольняє умову

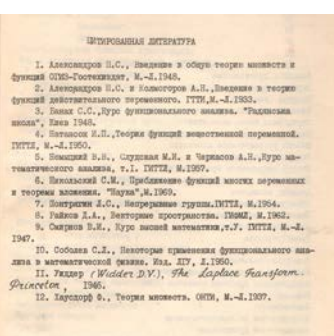
$$|a_m| \leq C^m m!, \quad m = 1, 2, \dots$$

Теорема 4. Перетворення T кільця A_{M,y_0} на кільце A_{L,x_0} , що ставить у відповідність функції $g(y) = \sum a_m g_m(y, y_0)$ функцію $f(x) = \sum a_m f_m(x, x_0)$, є ізоморфізмом топологічних кілець, причому

$$L = TMT^{-1},$$

отже, оператори L і M еквівалентні.

22. Викладацька діяльність. За матеріалами лекцій, що їх М.К. Фаге читав студентам Новосибірського університету (а раніше і студентам Чернівецького університету), він видав підручник “Теория линейных операторов” [Ф41], чудову і оригінальну книжку, корисну для кожного, хто хоче пізнати суть функціонального аналізу.



Зазначимо деякі оригінальні риси підручника М.К. Фаге [Ф41]. По-перше, Михайло Костянтинівич вважав, що топологічна підготовка людини, що збирається опанувати функціональний аналіз має бути ґрун-

товною, про що свідчить добір матеріалу у першому розділі підручника.

ОГЛАВЛЕНИЕ	
Предисловие	3
Введение	5
Глава I. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ И МЕТРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА	16
§ 1. Общие топологические пространства	18
§ 2. Метрические топологические пространства	19
§ 3. Метрические пространства	24
§ 4. Компактность	28
§ 5. Компакты	29
Глава II. БАНАХОВЫ ПРОСТРАНСТВА	37
§ 1. Основные определения и примеры	38
§ 2. Примеры (продолжение) пространств ℓ_p ($p > 1$)	44
§ 3. Банаховы пространства функций	48
§ 4. О вложениях банаховых пространств	53
§ 5. Размерность банахова пространства	59
Глава III. ЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЫ И ОПЕРАТОРЫ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ	63
§ 1. Линейные функционалы	64
§ 2. Пространство линейных функционалов (сопряженное пространство)	71
§ 3. Сопряженное линейного оператора	77
§ 4. Продолжение линейного функционала	83
§ 5. Продолжение линейного функционала (несчетное расширение)	87
§ 6. Нормы сопряженного оператора	91
§ 7. Операторы вложения	92
§ 8. Слабая сходимость линейных функционалов	94
§ 9. Линейные функционалы в сопряженном пространстве	97
§ 10. Линейные уравнения в банаховых пространствах	100

При викладі другого розділу відчувається вплив класичної книжки Стефана Банаха [4], яка була перекладена у 1948 році на українську мову, посилання на неї є у списку цитованої літератури.

§11. Проблема моментов	104
§12. Интегральное уравнение Фредгольма I рода	106
Глава IV. ПРОСТРАНСТВО НЕПРЕРВНЫХ ФУНКЦИЙ	109
§ 1. Универсальность пространства C	109
§ 2. Основные многочлены	113
Глава V. ПРОСТРАНСТВО ФУНКЦИЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ВАРИАЦИИ	118
§ 1. Функции ограниченной вариации	120
§ 2. Пространства V и V_0	124
§ 3. Интеграл Стильберса	127
§ 4. Линейные функционалы в пространстве непрерывных функций	133
§ 5. Векторные подпространства пространства	138
§ 6. Классическая проблема моментов (КМ)	148
§ 7. Специальные случаи КМ	156
§ 8. Координаты в пространстве V_0	164
Добавление I (к §1 гл. II). Эквивалентность банаховых норм в конечно-мерном линейном пространстве	167
Добавление II (к §1 гл. III). О линейных функционалах в конечно-мерном банаховом пространстве	172
Добавление III (к §§ 10-12 гл. III). Три признака совместности алгебраической системы линейных уравнений и проблема моментов в конечно-мерном банаховом пространстве	174
Цитированная литература	179
Алфавитный указатель	180
Оглавление	183

При викладі матеріалу про лінійні оператори і функціонали підкреслюється особлива роль проблеми моментів, їй присвячено і доповнення III в даному підручнику.

М.К. Фаге подає у розділі IV теорему про універсальність простору неперервних функцій, дбаючи про належний теоретичний рівень викладу матеріалу, а не тільки про його обчислювальні аспекти.

23. Прикінцеві зауваження. М.К. Фаґе був не тільки чудовим математиком, що полишив за собою оригінальну спадщину, хорошим педагогом, який виховав багатьох учнів, та добрим сім'янином, він виховав з дружиною трьох синів, але й цікавою і активною людиною. Ще навчаючись в Московському університеті він захопився альпінізмом і був обраний президентом клубу альпіністів. А проживаючи в Чернівцях, він був організатором лижних прогулянок, в яких брали участь викладачі та аспіранти. Ця традиція продовжувалась і коли Михайло Костянтинович виїхав у Новосибірськ. Вийшовши на пенсію, Михайло Костянтинович вів активний спосіб життя, зокрема, залюбки послуговувався велосипедним транспортом.

Михайло Костянтинович Фаґе, як представник Московської школи теорії функцій, продовжив у нашому університеті ті традиції чесної математичної праці, що були започатковані Леопольдом Гегенбауером, Густавом фон Ешеріхом, Йосипом Племелем та Гансом Ганом, які перенесли в Чернівці традиції Відня і Геттінгена, розвинуті Симионом Стоїловим та Мироном Николеску, вихованцями математичних шкіл Бухареста і Парижа, і закріплені видатним представником Київської математичної школи Миколою Боголюбовим. Ці традиції живуть і розвиваються і нині.

СПИСОК ВИБРАНИХ ПРАЦЬ М.К. ФАґЕ

1. Об абстрактных комплексах. Сборник научных ступенч. работ КТУ, вып XXIII (1940).
2. Об одной работе Неймана. Сборник научных ступенч. работ КТУ, вып XXIII (1940).
3. Унитарные инварианты эрмитовых операторов. Кандидатская диссертация, защищенная 8.2.1943г. в Ученом совете Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР.
4. Обобщение неравенства Адамара для определителей. Доклады АН СССР, т. 54 (1946).
5. Теорема симметрии для эрмитовых операторов. Математический сборник, т.24, №1 (1949), 107-117.
6. Спектральные многообразия ограниченного линейного оператора в гильбертовом пространстве. Доклады АН СССР, т.58 (1947).
7. Спектральные многообразия и резольвента ограниченного линейного оператора в гильбертовом пространстве. Ученые записки Черновицк. гос. унив-тета, т.8, серия физ.-мат. наук, вып.1 (1948).
8. О положительно-определенных ядрах. Ученые записки Черновицк. гос. унив-тета, т.8, серия физ.-мат. наук, вып.1 (1948).
9. Ограниченный самоспряженный оператор и абсолютно-монотонные функции. Ученые записки Черновицк. гос. унив-тета, т.4, серия физ.-мат. наук, вып.2 (1954).
10. Идемпотентные операторы и их спрямление. Доклады АН СССР, т. 73 (1950).
11. Спрявление базисов в гильбертовом пространстве. Доклады АН СССР, т. 74 (1950).
12. О симметризуемых матрицах. Успехи мат. наук т. XI, №3 (1951), 153-156.
13. О параболическом базисе В.Н. Козлова. Укр. мат. журнал, т. IX, №2 (1952), 212-214.
14. Симметризаторы квадратных матриц. Сб. общ. VI н. конф. ЧГУ (1952).
15. О симметричности и симметризуемости функции влияния. Математический сборник, т. 32, №2 (1953), 345-352.
16. Об одном обобщении спектральной теории линейных операторов. Доклады АН СССР, т. 95 (1954).
17. Приведение к простейшему виду задачи Коши для обыкновенного линейного дифференциального уравнения второго порядка. Доклады АН СССР, т. 99 (1954).
18. Построение операторов преобразования и решение одной проблемы моментов для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений произвольного порядка. Успехи мат. наук, т. XII, вып. I(73) (1957), 240-245.
19. Дифференциальные уравнения с чистосмесанными производными и главным членом. Доклады АН СССР, т. 108 (1956).
20. Решение одной задачи Коши путем увеличения числа независимых переменных. Доклады АН СССР, т. 108 (1956).
21. Решение одной задачи Коши путем увеличения числа независимых переменных. Труды III Всесоюзного математического съезда, т. I (1956).
22. Локальная эквивалентность обыкновенных линейных дифференциальных операторов равного порядка. Труды III Всесоюзного математического съезда, т. IV (1956).
23. Операторно-аналитические функции одной независимой переменной. Доклады АН СССР, т. 112 (1957).

24. Операторно-аналитические функции одной независимой переменной. Успехи математ. наук, №2 (1957), 216-219.
25. Интегральное представление операторно-аналитических функций одной независимой переменной. Доклады АН СССР, т. 115 (1957).
26. Две спектральные матрицы распределения. Успехи математ. наук, т. XIII, №1 (1958), 207-210.
27. Операторно-аналитические функции одной независимой переменной. Докторская диссертация, защищена 6.3.1958 г. в Ученом совете Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР.
28. Операторно-аналитические функции одной независимой переменной. Труды Московск матем. общества, т. 7 (1958).
29. Задача Коши для уравнения Бианки. Матем. сборник, т. 45, №3 (1958), 281-322.
30. Операторно-аналитические функции. Доклад на Межвузовской конференции по функциональному анализу (Одесса, 1958).
31. Решение одной задачи путем увеличения числа независимых переменных. Математич. сб., т. 46, №3 (1958).
32. Интегральное представление операторно-аналитических функций одной независимой переменной. Труды Московск. матем. общества, т. * (1959).
33. Об эквивалентности двух обыкновенных линейных дифференциальных операторов с аналитическими коэффициентами. Сб. "Исследования по соврем. проблемам теории функций компл. переменного" (Москва, 1961).
34. Эквивалентность обыкновенных линейных дифференциальных операторов. Математическое просвещение, т.4 (1959).
35. Операторно-аналітичні функції однієї незалежної змінної. (книга на укр. языке. Полный текст докторской диссертации). Видавництво Львівського національного університету. Львів, 1959.
36. О движении заряженных частиц в некоторых магнитных полях. Тезисы докладов на XVII научной конференции Чернов. ун-та (1961).
37. Отчет №... Института атомной энергии имени И.В Курчатова (1962).
38. Отчет №... Института атомной энергии имени И.В Курчатова (1962).
39. О методе перегонки. Доклады АН СССР, т. 191 (1970).
40. Лекции по математическому анализу (для заочн. отдел. Новосибирск. у-та). Шесть выпусков (1971).
41. Теория линейных операторов (лекции для студентов НГУ) (1972).
42. Операторно-аналитические функции и некоторые их применения. Сборник трудов Всесоюзн. симп. по обратн. задачам для дифференциальных уравнений (1972). Новосибирск.
43. О приближенном решении систем линейных дифференциальных уравнений. Сб. трудов III конференции АН ЧССР по приклад. математике. Прага (1973).
44. Некоторые нелинейные задачи математической химии и физики. Сборник "Некоторые проблемы вычислительной и прикладной математики". Новосибирск, "Наука" (1975).
45. Рациональные функции Чебышева и основы их применения в приближенном анализе. Препринты ВЦ СО АН СССР № 41 и 42 (1977).
46. Рациональные функции Чебышева и основы их применения в теретической механике. Препринт ВЦ СО АН СССР № 114 (1978).
47. О делении рациональных функций. Препринт ВЦ СО АН СССР № 210 (1980).
48. О длине рационального вектора. Препринт ВЦ СО АН СССР № 264 (1980).
49. Трехлинейные симметрические матрицы. Препринт ВЦ СО АН СССР № 435 (1983).
50. Алгоритм рациональной длины рационального вектора. Препринт ВЦ СО АН СССР № 513 (1984).
51. Трехлинейные матрицы. Сборник Отдела условно-коррект. задач.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Маслюченко В.К., Фаге Д.М.* До 100-річчя від народження М.К.Фаге // Наук. конф. присв. 100-річчю від народження К.М. Фішмана та М.К. Фаге. 1-4 липня 2015. Тези доповідей. – Чернівці: ЧНУ, 2015. – С.11-16.
2. *Фаге Д.М.* Фаге Михайло Костянтинівич // Наук. конф. присв. 100-річчю від народження К.М. Фішмана та М.К. Фаге. 1-4 липня 2015. Тези доповідей. – Чернівці: ЧНУ, 2015. – С.149-164.
3. *Маслюченко В.К.* Про моє заочне знайомство з М.К. Фаге // Наук. конф. присв. 100-річчю від народження К.М. Фішмана та М.К. Фаге. 1-4 липня 2015. Тези доповідей. – Чернівці: ЧНУ, 2015. – С.166-170.
4. *Банах С.С.* Курс функціонального аналізу. Радянська школа. – Київ. – 1948.