

## **УПРОЩЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ НАГРУЗКОЙ И ВЫСОТОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН ПРОМЗДАНИЙ**

Лучковский И.Я., Самородов А.В., Конюхов А.В.

Харьковский национальный университет  
строительства и архитектуры  
г. Харьков, Украина

**АННОТАЦИЯ:** Пропонується спрощена методика розрахунку позациентрово навантажених залізобетонних колон прямокутного перерізу.

**АННОТАЦИЯ:** Предлагается упрощенная методика расчета внецентренно нагруженных железобетонных колонн прямоугольного сечения.

**ABSTRACT:** a simplified method of calculation of eccentrically loaded reinforced concrete columns rectangular section is proposed.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** Колонна, сечение, внецентренное сжатие, зависимость, центральное сжатие.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В большинстве случаев при строительстве или реконструкции связевых каркасов производственных зданий, испытывающих значительные горизонтальные усилия от ветровых нагрузок, торможения кранов, работы технологического оборудования и других воздействий, в качестве связевых элементов можно применять отдельно стоящие опоры в виде колонн с увеличенной изгибной жесткостью (жесткая опора) (рис. 1).

### **АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Концентрация материала в жестких опорах позволяет получить существенную экономию бетона и стали. Например, в Белоруссии [1] при

строительстве корпуса №1 завода Ремстройгидромаш проектное решение по связевой схеме позволило получить экономию бетона - 40%, стали - 22%, а также снизить трудоемкость и сметную стоимость строительства по сравнению с традиционной рамной схемой. Исследованиями связевых каркасов промзданий занимались ученые еще в прошлом столетии [2, 3], однако, вопрос оптимизации таких каркасов остается актуальным.

Одним из основных критериев оценки эффективности конструктивного решения связевого каркаса является соотношение эквивалентных жесткостей связевой опоры и рядовой колонны. Для каркасов одноэтажных промзданий этот параметр может меняться в зависимости от объективных факторов в широких пределах – от 10:1 до 60:1 [1]. При назначении изгибной жесткости  $B_i$  рядовых и связевых колонн каркаса (рис. 1) необходимо задаваться геометрическими размерами всех колонн поперечника при различных эксцентриситетах продольной силы  $N$ , что влияет на изменения соотношения жесткостей и общего объема бетона, как одного из параметров оптимизации каркаса.

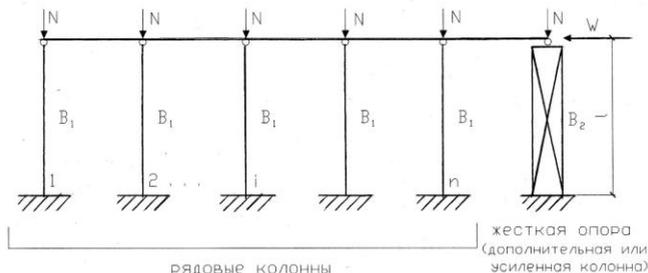


Рис. 1. Расчетная схема поперечника каркаса

Как предыдущие, так и новые нормативные документы по расчету железобетонных конструкций [4-7] не позволяют аналитически определять высоту поперечного сечения  $h$  внецентренно сжатых колонн каркаса от действующих усилий  $N$  и  $M$ .

**Целью** настоящих исследований является непосредственное определение высоты сечения  $h$  железобетонной внецентренно сжатой колонны при различных эксцентриситетах продольной силы  $N$  с использованием упрощенных зависимостей. При этом принимается классический подход наступления предельного равновесия прямоугольного симметрично армированного внецентренно сжатого железобетонного сечения [4].

### Случай больших эксцентриситетов ( $\zeta \leq \zeta_R$ )

Обозначим высоту прямоугольного поперечного сечения колонны -  $h$ , а ширину -  $b$ . Армирование колонн принимаем симметричным  $A_s = A'_s$  с защитным слоем  $c_{nom}' = c_{nom}$  (рис. 2).

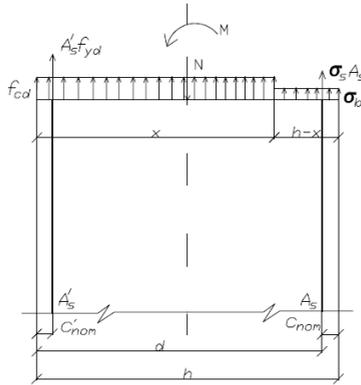


Рис. 2. Расчетная схема сечения колонны при внецентренном сжатии с большими эксцентриситетами

Высоту сжатой зоны найдем из суммы проекций сил на ось колонны, используя предпосылки [4]:

$$x = \frac{N}{b \cdot f_{cd}},$$

где  $f_{cd}$  - расчетное значение прочности бетона на сжатие, кПа.

Внешние усилия задаем в виде продольной силы  $N$  и момента внешних сил  $M$  относительно центра тяжести прямоугольного сечения колонны. Тогда предельный изгибающий момент может быть получен в форме

$$M = A_s f_{yd} (d - c_{nom}) - N \left( \frac{d - c_{nom}}{2} \right) + b x f_{cd} \left( d - \frac{x}{2} \right),$$

откуда получим рабочую высоту поперечного сечения колонны

$$d = \frac{M + 0,5 \frac{N^2}{b f_{cd}}}{(1 - \delta) A_s f_{yd} + 0,5(1 + \delta) N}, \quad (1)$$

где  $f_{yd}$  - расчетная прочность арматуры на границе текучести, кПа;

$$\delta = \frac{c_{nom}}{d}.$$

Учитывая, что  $h = d(1 + \delta)$ , из (1) получим

$$h = c \left( \frac{2M}{N} + \frac{N}{b f_{cd}} \right), \quad (2)$$

где

$$\bar{c} = \frac{N}{2\left(\frac{1-\delta}{1+\delta}\right)A_s f_{yd} + N}. \quad (3)$$

### Случай малых эксцентриситетов ( $\xi > \xi_R$ )

При малых эксцентриситетах напряжения  $\sigma_s$  в арматуре  $A_s$  изменяются от предельных растягивающих напряжений  $f_{yd}$  до предельных сжимающих напряжений  $f_{yd}$ , а граница между этими двумя случаями определяется граничной высотой сжатой зоны  $\xi_R$  (рис. 3). При этом следует отметить, что при уменьшении эксцентриситета до нуля формулы [4] не трансформируются в случай центрального сжатия.

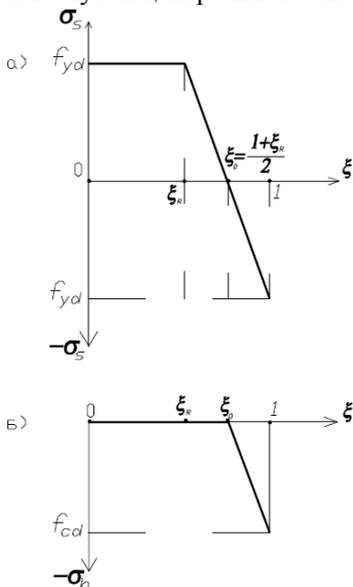


Рис. 3. Графики изменения напряжений в арматуре и бетоне наименее сжатой зоны внецентренно сжатых сечений колонн:

а) арматура наименее сжатой зоны; б) бетон наименее сжатой зоны

Если обозначить высоту сжатой зоны бетона, соответствующую отсутствию напряжений в арматуре  $A_s$  через  $\xi_0$ , то можно разделить случай малых эксцентриситетов на два подслучая.

а)  $\xi_R \leq \xi \leq \xi_0$ .

В соответствии с нормами

$$\sigma_s = [K(1-\xi)-1]f_{yd}, \quad (4)$$

$$K = \frac{2}{1-\xi_R}, \quad \xi = \frac{x}{d}.$$

при  $\xi = \xi_R$   $\sigma_s = f_{yd}$ ,

при  $\xi = 1$   $\sigma_s = -f_{yd}$ .

Найдем  $\xi = \xi_0$ , соответствующую  $\sigma_s = 0$

$$\frac{2}{1-\xi_R}(1-\xi_0)-1=0,$$

откуда

$$\xi_0 = \frac{1}{2}(1+\xi_R). \quad (5)$$

Сумма проекций всех сил на ось колонны дает равенство

$$N + \sigma_s A_s = f_{cd}bx + f_{yd}A_s' - f_{cd}A_s'.$$

Используя (4), далее получим относительную высоту сжатой зоны

$$\xi = \frac{[N + (K-2)f_{yd}A_s'] + f_{cd}A_s}{bf_{cd}d + Kf_{yd}A_s},$$

или

$$\xi = \frac{\alpha_n + (K-2)\alpha_s + \alpha_s \frac{f_{cd}}{f_{yd}}}{1 + K\alpha_s}, \quad (6)$$

где  $\alpha_n = \frac{N}{bf_{cd}d}$ ;  $\alpha_s = \frac{f_{yd}A_s}{bf_{cd}d}$ .

Из уравнения суммы моментов относительно оси арматуры  $A_s$  получим

$$M = f_{cd}bdx - \frac{1}{2}f_{cd}bx^2 + f_{yd}A_s'd\left(1 - \frac{c_{nom}}{d}\right) - f_{cd}A_s'd\left(1 - \frac{c_{nom}}{d}\right) - \frac{N}{2}(d - c_{nom}),$$

откуда

$$\alpha_m = \xi - \frac{1}{2}\xi^2 + \alpha_s(1-\delta)\left(1 - \frac{f_{cd}}{f_{yd}}\right) - \frac{\alpha_n}{2}(1-\delta), \quad (7)$$

где  $\alpha_m = \frac{M}{bf_{cd}d^2}$ .

Если приближенно принять  $\delta \cong 0,1$ ;  $\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cong 0,1$ ;  $\xi_R = 0,55$ , то

получим приближенные формулы

$$\alpha_n \approx \xi - 0,5\xi^2 + 0,81\alpha_s - 0,45\alpha_n; \quad (8)$$

$$\xi \cong \frac{\alpha_n + (K-1,9)\alpha_s}{1 + K\alpha_s}. \quad (9)$$

Граница подслучая при  $\xi = \xi_0$

$$\alpha_{n0} \cong 0,775 + 0,9\alpha_s. \quad (10)$$

б)  $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ .

Принимаем, что бетон сечения делится на две области (рис. 4).

В пределах высоты  $x$  напряжения в бетоне равны  $f_{cd}$ , а в остальной области  $0 \leq \sigma_b \leq f_{cd}$ . При этом (рис. 3) получим

$$\frac{\sigma_b}{f_{cd}} = \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0},$$

откуда

$$\sigma_b = Kf_{cd}(\xi - \xi_0). \quad (11)$$

Процеируя все силы на ось колонны, найдем

$$N + \sigma_s A_s = f_{yd} A'_s - f_{cd} A'_s - \sigma_b A_s + f_{cd} b x + \sigma_b b (h - x).$$

После подстановки (11) и ряда упрощений получим

$$\xi^2 - \xi \left[ 1 + \delta + \xi_0 + \frac{(Kf_{yd} A_s - Kf_{cd} A_s + f_{cd} b d)}{K b f_{cd} d} \right] + \left[ (1 + \delta) \xi_0 + \frac{N + (K - 2) f_{yd} A_s + f_{cd} A_s (1 - K \xi_0)}{K b f_{cd} d} \right] = 0,$$

а затем найдем

$$\xi^2 + \xi \left[ 2 + \delta + \left( 1 - \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) \alpha_s \right] + \left\{ (1 + \delta) \xi_0 + \frac{1}{K} \left[ \alpha_n + (K - 2) \left( 1 - \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) \alpha_s \right] \right\} = 0. \quad (12)$$

При  $\delta = 0,1$ ;  $\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,1$ ;  $\xi = 0,55$  получим приближенно

$$\xi^2 - (2,1 + 0,9\alpha_s)\xi + (0,225\alpha_n + 0,495\alpha_s + 0,8525) = 0, \quad (13)$$

откуда

$$\xi \cong 0,5(2,1 + 0,9\alpha_s - \sqrt{1 + 1,8\alpha_s + 0,81\alpha_s^2 - 0,9\alpha_n}). \quad (14)$$

Из выражения (12) при  $\xi = 1$  получим формулу несущей способности центрального сжатого прямоугольного сечения

$$\alpha_n = 1 + \delta + 1,8\alpha_s. \quad (15)$$

Далее из уравнения суммы моментов получим

$$M = f_{cd}bdx - \frac{1}{2}f_{cd}bx^2 + f_{yd}A_s d(1 - \delta) - f_{cd}A_s d(1 - \delta) - \frac{N}{2}(d - a) + \sigma_b b(h - x) \left( \frac{h - x}{2} - c_{nom} \right).$$

После упрощения получим

$$\alpha_m = \xi - 0,5\xi^2 + \alpha_s(1 - \delta) \left( 1 - \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) - 0,5\alpha_n(1 - \delta) + \frac{K}{2}(1 - \xi)(\xi - \xi_0)(1 + 2\delta - \xi). \quad (16)$$

При  $\delta = 0,1$ ;  $\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,1$ ;  $\xi_R = 0,55$  получим приближенную формулу

$$\alpha_m = \xi - 0,5\xi^2 + 0,81\alpha_s - 0,45\alpha_n + 2,222(1 - \xi)(\xi - 0,775)(1,2 - \xi). \quad (17)$$

На рис. 5 представлены графики зависимости  $\alpha_m$  и  $\alpha_n$  при  $\alpha_s = 0,8$  и  $\alpha_s = 0,2$ . При этом для упрощения принято  $\delta = 0,1$ ,  $\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,1$  и  $\xi_R = 0,55$ .

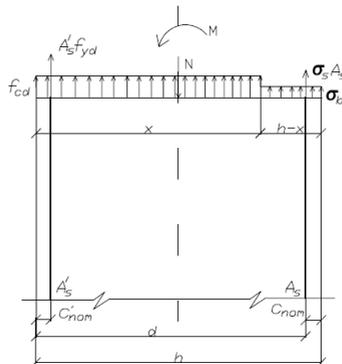


Рис. 4. Расчетная схема сечения колонны при внецентренном сжатии с малыми эксцентриситетами

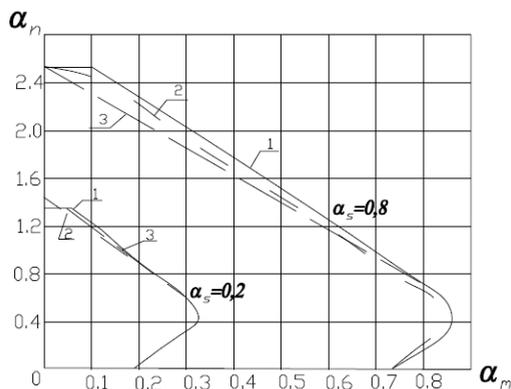


Рис. 5. Графики для расчета внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения с симметричной арматурой:  
 1 – по СНиП [4]; 2 - предложенное решение;  
 3 - упрощенная линейная зависимость

На графиках нанесены кривые, построенные по полученным зависимостям и по формулам СНиП [4]. Здесь же для области малых эксцентриситетов нанесена упрощенная линейная зависимость. Эта зависимость, так же как и полученное нами решение дает плавный переход от внецентренного сжатия к центральному сжатию.

На рис. 6 представлен график зависимости для расчета внецентренно сжатых прямоугольных сечений. Параметры линейной зависимости в области малых эксцентриситетов найдены следующим образом: формула (15) дает максимальное значение  $\alpha_n^{\max}$ , соответствующее центральному сжатию  $\alpha_n^{\max} \cong 1,1 + 1,8\alpha_s$ .

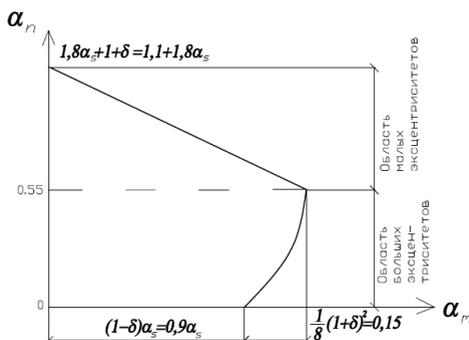


Рис. 6. График линейной зависимости для расчета внецентренно сжатых прямоугольных сечений с малыми эксцентриситетами

Для больших эксцентриситетов из (1) нетрудно найти

$$\alpha_m \cong \frac{\alpha_n}{2} (1,1 - \alpha_n) + 0,9\alpha_s,$$

при этом

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{N}{bdf_{cd}} = \alpha_n.$$

При  $\xi = \xi_{\max} = 0,55$  ( $\alpha_n = 0,55$ ) получим

$$\alpha_n^{\max} = 0,15 + 0,9\alpha_s.$$

Теперь нетрудно получить приближенную линейную зависимость для расчета симметрично армированных прямоугольных сечений

$$\alpha_n = 1,1 + 1,8\alpha_s - \frac{(0,55 + 1,8\alpha_s)}{(0,15 + 0,9\alpha_s)} \alpha_m. \quad (18)$$

Воспользовавшись полученной зависимостью, найдем выражение для высоты поперечного сечения колонны.

Из (18) получим квадратное уравнение относительно  $d$ , а затем найдем  $h = d(1 + \delta) \cong 1,1d$

$$h = \bar{A}N \left( 1 + \sqrt{1 + \bar{c} \frac{M}{N^2}} \right), \quad (19)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \bar{A} &= \frac{0,55}{(1,1 + 1,8\alpha_s b f_{cd})}; \\ \bar{c} &= \frac{8(1,1 + 1,8\alpha_s)(0,55 + 1,8\alpha_s)}{0,3(1 + 6\alpha_s)} b f_{cd}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

При  $M=0$  получим высоту сечения в случае центрального сжатия

$$h = \frac{1,1N}{(1,1 + 1,8\alpha_s) b f_{cd}}. \quad (21)$$

## ВЫВОДЫ

На основании проведенных теоретических исследований определения высоты сечения внецентренно сжатых колонн можно сделать основные выводы:

- как предыдущие, так и новые нормативные документы по расчету железобетонных конструкций [4-7] не позволяют аналитически определять высоту поперечного сечения внецентренно сжатых колонн каркаса от действующих усилий;

- предложена упрощенная методика определения высоты сечения внецентренно нагруженных железобетонных колонн поперечника связевого каркаса промздания;

- даны новые расчетные схемы работы бетона и арматуры при малых эксцентриситетах. Случай малых эксцентриситетов разделен на два подслучая, что позволило получить плавный переход работы рабочей арматуры от растяжения к сжатию и, как частный случай, переход от внецентренного сжатия к центральному;

- представлен графический метод подбора арматуры, в том числе, и упрощенный – линейный.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершанок Р.А. – Каркасы с элементами жесткости для одноэтажных промзданий / Гершанок Р.А. // Бетон и железобетон, 1989. - №5.
2. Шапов А.В. Действительная работа элементов жесткости в железобетонном бескрановом каркасе одноэтажного производственного здания: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук / Шапов А.В. - М., 1990.
3. Иванов А.В. Экспериментальные и теоретические исследования элементов жесткости для каркасов одноэтажных промышленных зданий / Иванов А.В. // Повышение качества и эффективности применения бетона и железобетонных изделий и конструкций: сб. научных трудов НИИЖБ. - М.: Госстрой СССР, 1988. – С. 47-54.
4. Бетонные и железобетонные конструкции: СНиП 2.03.01-84. - М.: Госстрой СССР, 1989. - 86 с.
5. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов (без предварительного напряжения) / ЦНИИПромзданий, НИИЖБ. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 192 с.
6. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
7. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2010. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с.

Статья поступила в редакцию 20.03.2013 г.