

ИНЖЕНЕРНЫЕ ДЕФОРМАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Фомин С.Л., Резник П.А.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры
г. Харьков, Украина

АНОТАЦІЯ: Розроблено методику практичного розрахунку залізобетонних перерізів із використанням дволінійних діаграми напруження-деформації бетону для прямокутних перерізів і вказівок національних стандартів.

АННОТАЦИЯ: Разработана методика практического расчета железобетонных сечений с использованием двухлинейной диаграммы напряжения-деформации бетона для прямоугольных сечений и указаний национальных стандартов.

ABSTRACT: The technique of practical calculation of reinforced concrete sections with two-line stress-strain diagram of concrete for rectangular sections and guidance of national standards is presented.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Нелинейная деформационная модель, двухлинейная диаграмма, схема Еврокода распределения предельных деформаций.

В настоящее время появилась проблема дефицита примеров расчета сечений железобетонных элементов, связанная с отсутствием пособий по проектированию к новым национальным нормам ДБН [1] и стандарту ДСТУ [2]. Не исправило положение и появившееся в печати «Руководство для проектирования к Еврокоду 2» [7], в котором приведены два примера расчета элементов прямоугольного сечения с одинарной и двойной арматурой, выполненных с применением параболически-прямоугольной диаграммы напряжение-деформации, графиков-номограмм, безразмерных коэффициентов и нормативных параметров, принятых в Еврокоде 2.

Цель работы - создание методики практического расчета железобетонных сечений с использованием двухлинейной диаграммы напряжения-деформации бетона для прямоугольных сечений и указаний национальных стандартов.

Практические (упрощенные) методы расчета при совместном действии продольных сжимающих или растягивающих усилий и изгибающих моментов применяют при проектировании железобетонных элементов, имеющих сечения простой симметричной геометрической формы (прямоугольные, тавровые, двутавровые) с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой грани сечения.

Расчетные усилия от внешних воздействий (N , M) действуют в плоскости симметрии сечения.

Усилие и деформации в сечении, нормальном к продольной оси элемента, определяют, исходя из следующих предпосылок [1]:

- за расчетное принимается усредненное сечение, которое отвечает средним деформациям бетона и арматуры по длине блока между трещинами, если таковые имеются;
- деформации в арматуре одинаковы с окружающим бетоном, как при растяжении, так и при сжатии;
- для расчетного сечения считается справедливой гипотеза о линейном распределении деформаций по его высоте;
- связь между напряжениями и деформациями сжатого бетона принимается в виде двухлинейной диаграммы (рис. 1);

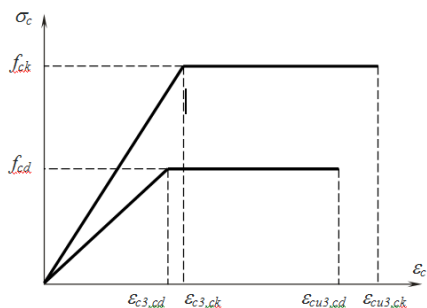


Рис. 1. Двухлинейная зависимость напряжения-деформации бетона

- связь между напряжениями и деформациями в арматуре принимается в виде двухлинейной диаграммы (рис. 2 [2]).

За критерий исчерпания несущей способности сечения принимается: разрушение сжатого бетона при достижении фибровыми деформациями предельных значений ϵ_{cu3} , или разрыв всех растянутых стержней арматуры в результате достижения в них предельных деформаций ϵ_{ud} .

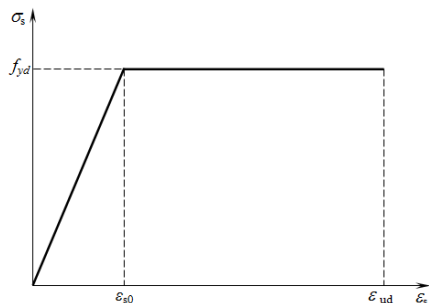


Рис. 2. Диаграмма состояния арматуры

Принимается такое правило знаков: для сжатия, как бетона, так и арматуры знак положительный, для растяжения – отрицательный.

Расчет производят на основе уравнений равновесия внешних и внутренних усилий в нормальном сечении, условий деформирования нормального сечения, диаграмм состояния бетона и арматуры.

Механические характеристики бетона, необходимые для проектирования, приведены в таблице 3.1[1], арматуры – в табл. 3.4 [2]. Для классов: А240С ($f_{yk}=240$ МПа, $E_s=2,1 \times 10^5$ МПа, $\epsilon_{ud}=25$ ‰); А400С ($f_{yk}=400$ МПа, $E_s=2,1 \times 10^5$ МПа, $\epsilon_{ud}=25$ ‰); А500С ($f_{yk}=500$ МПа, $E_s=2,0 \times 10^5$ МПа, $\epsilon_{ud}=20$ ‰); В500С ($f_{yk}=500$ МПа, $E_s=1,9 \times 10^5$ МПа, $\epsilon_{ud}=12$ ‰).

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s, \quad (1)$$

где γ_s – коэффициент надежности для арматуры, принимается по табл.2.1 ДБН [1]. Для А240С $\gamma_s=1,05$; для А400С диаметром 6-40 мм $\gamma_s=1,1$; для А500С диаметром 6-22 мм $\gamma_s=1,15$; для А500С диаметром 22-32 мм $\gamma_s=1,2$; для проволочной арматуры В500 $\gamma_s=1,2$.

Относительные деформации удлинения арматуры ϵ_{s0} определяются следующей зависимостью

$$\epsilon_{s0} = f_{yd} / E_s \quad (2)$$

Среднее значение плотности арматурной стали $\rho_s=2850$ кг/м³.

В Еврокоде EN 1992-1-1:2005 [3] приведена схема возможного распределения деформаций в предельном состоянии по несущей способности (рис. 6.1 [6]) и определены характерные области деформирования сечения. Используя эту модель деформирования А. Лапко [4] разработал методику практического расчета железобетонных сечений с привлечением параболически-прямоугольной диаграммы с параметрами: $\epsilon_{c2} = 2,0$ ‰, $\epsilon_{c2u} = 3,5$ ‰, ϵ_{ud} не более 10,0 ‰. В пособии [5] изложена эта методика и приведены примеры расчета железобетонных сечений при внецентренном сжатии и изгибе.

В национальных нормативных документах [1] и [2] в качестве расчетной принята двухлинейная (билинейная) диаграмма и в отличие от Еврокода ее параметры $\varepsilon_{c3,cd}$ и $\varepsilon_{cu\ 3,cd}$ принимаются в зависимости от класса бетона по таблице 3.1[1]. Расчетная предельная относительная деформация растянутой арматуры ε_{ud} зависит от классов арматуры и изменяется в пределах от 12 до 25 ‰. Учитывая изложенные отличия, разработана методика практического расчета железобетонных сечений на основе модели [3] с использованием двухлинейной диаграммы напряжения-деформации бетона для прямоугольных сечений и указаний [1] и [2].

На рис. 1 приведены варианты распределения деформаций в предельном состоянии: а) поперечное сечение с координатами x , y и началом на верхней грани сечения; б) - распределение перемещений по длине блока между трещинами, если таковые имеются при воздействии продольной силы и изгибающего момента (первая предпосылка [1]); в) - возможное положение плоского расчетного усредненного сечения $\varepsilon_c = \Delta dz/dz$ в предельном состоянии.

Для удобства идентификации в расчетах характерных областей деформирования сечений критерии прочности (2) – (13) целесообразно собрать в табл. 1 по типу табл. 6.4 [5].

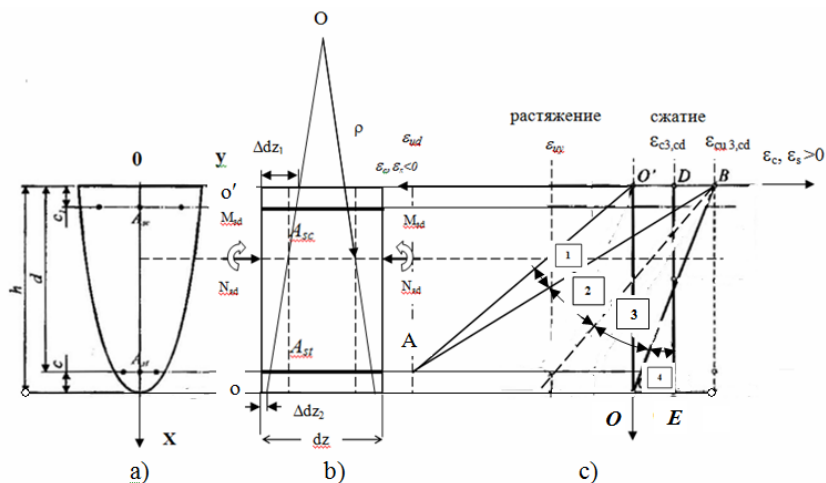


Рис. 3. Варианты распределения деформаций в предельном состоянии

На рис. 4, 5 приведены варианты распределения напряжений и усилий в предельном состоянии для характерных областей деформирования прямоугольного сечения.

Критерии идентификации характерных областей деформирования сечений

Области деформирования сечения	Относительные деформации в растянутой арматуре	Относительные деформации в сжатом бетоне	Примечание
1a	$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s$ (2)	$\varepsilon_{cc} < \varepsilon_{c3,cd}$ (3)	Бетон в сжатой зоне полностью не используется, разрушение по растянутой зоне
1b	$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{ud}$ (5)	$\varepsilon_{c3,cd} \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{cu,3,cd}$ (4)	Бетон в сжатой зоне и арматура A_{st} используется полностью
2	$ \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_{st} < \varepsilon_{ud} $ (7)	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu,3,cd}$ (6)	Бетон в сжатой зоне и арматура A_{st} используется полностью
3a	$0 \leq \varepsilon_{st} < \varepsilon_{s0} $ (9)	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu,3,cd}$ (8)	Растянутая арматура A_{st} полностью не используется, разрушение по сжатой зоне сечения
3b	$ \varepsilon_{st} > 0$ (11)	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu,3,cd}$ (10)	Арматура A_{st} (у менее сжатой грани сечения) сжата и не используется полностью
4	$ \varepsilon_{c3,cd} \leq \varepsilon_{st} < 0$ (13)	$\varepsilon_{c3,cd} \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{cu,3,cd}$ (12)	Арматура A_{st} сжата и может быть полностью использована

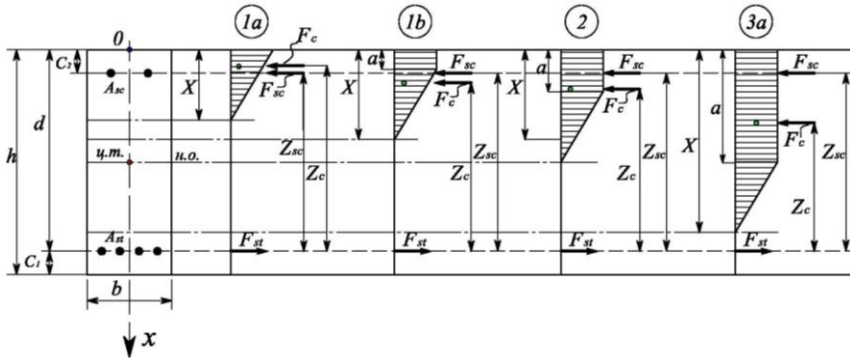


Рис. 4. Напряженное состояние сечений для характерных областей деформирования 1, 2, 3 при расчете изгибаемых, внецентренно сжатых и внецентренно растянутых элементов с двузначной эпюрой деформаций

Проектирование сечений при двузначной эпюре распределения относительных деформаций и напряжений в рамках упрощенной деформационной модели выполняют исходя из предпосылки о полном исполь-

зовании прочности сжатого бетона и растянутой арматуры (область деформирования 2).

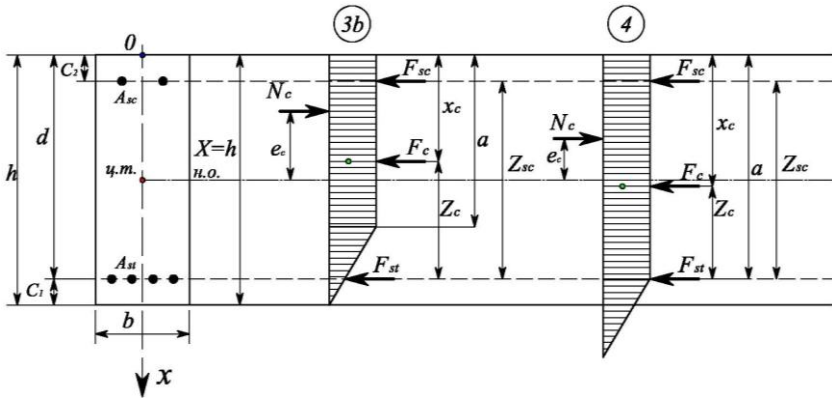


Рис. 5. Напряженное состояние сечений для характерных областей деформирования 3b, 4 при расчете внецентренно сжатых элементов с однозначной эпюрой деформаций

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СЕЧЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

Расчет сечений при двузначной эпюре распределения относительных деформаций и напряжений выполняют исходя из предпосылки о полном использовании прочности сжатого бетона и растянутой арматуры (область деформирования 2) с учетом расчетных усилий от внешних воздействий (N , M), геометрических размеров сечения, класса бетона и растянутой арматуры, прочностных и деформационных характеристик материалов и, при необходимости, последующем уточнении действительной области деформирования.

ПРЯМОУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ С ОДИНОЧНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

В прямой задаче определяют площадь продольной арматуры в прямоугольном сечении шириной b , высотой h , с одиночным армированием (рабочей высотой $d = h - c$) при изгибе расчетным моментом M (кН·м) от внешней нагрузки (рис. 6 а).

Задается класс тяжелого бетона C (табл. 3.1[1]) и класс арматуры A (табл. 3.4[2]).

Расчетный момент M , от внешней нагрузки, уравновешивается внутренним моментом сопротивления M_{Rd} в виде пары сил, -

равнодействующей напряжений в сжатой зоне бетона F_{cc} и усилия в растянутой арматуре F_{st} (рис. 6 с).

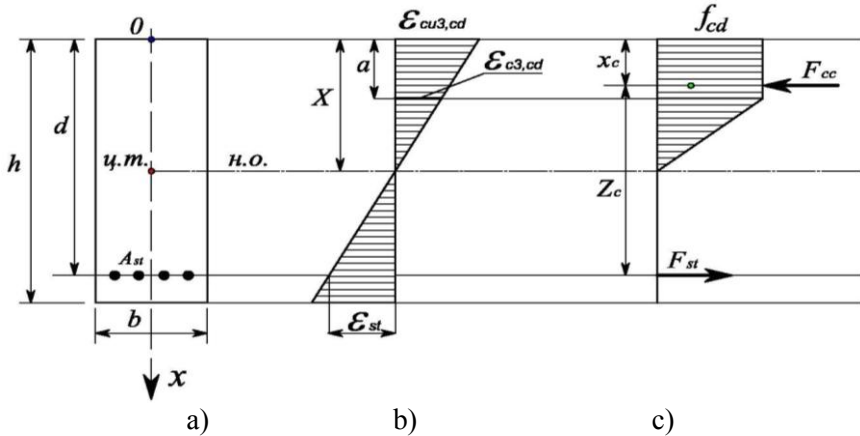


Рис. 6. Схемы распределения относительных деформаций и усилий при определении предельного момента

В соответствии с критериями исчерпания прочности (табл. 1) задаем по табл. 3.1[1] в зависимости от класса бетона С значения предельных относительных деформаций бетона $\varepsilon_{cu3,cd}$, деформаций бетона $\varepsilon_{c3,cd}$ и по табл. 3.2 [2] величину предельных относительных деформаций растянутой арматуры ε_{ud} для класса арматуры А (рис. 6 б).

Для заданного класса арматуры величина относительных деформаций растянутой арматуры ε_{s0} определяется по формуле (2):

$$\varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s \quad (13)$$

Условия равновесия для рассматриваемого случая имеют вид:

$$M \leq M_{Rd} \quad (14)$$

$$F_{cc} = F_{st} \quad (15)$$

Внутренний момент сопротивления

$$M_{Rd} = F_{cc} \cdot z_c = F_{st} \cdot z_c, \quad (16)$$

где $F_{cc} = F_{1c} + F_{2c}$ – усилие в бетоне сжатой зоны;

F_{st} – усилие в растянутой арматуре;

z_c – плечо внутренней пары сил, определяемое как расстояние между центрами тяжести растянутой арматуры и точкой приложения равнодействующей в бетоне сжатой зоны.

При расчете прочности прямоугольного сечения с одиночным армированием необходимо в первую очередь определить величину равнодействующей в бетоне сжатой зоны сечения и точку ее приложения в пределах сжатой зоны x_c .

При использовании расчетной двухлинейной диаграммы напряжения-деформации бетона и предполагая область деформирования 2 (рис.4), напряжения в сжатой зоне определяются по формулам (рис. 6):

при $0 \leq x \leq a$

$$\sigma_c = f_{cd}, \quad (17)$$

при $a \leq x \leq X$

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot X / (X - a) - f_{cd} \cdot x / (x - a), \quad (18)$$

где a – расстояние от верхней грани до деформации $\varepsilon_{c3,cd}$;

X – высота сжатой зоны сечения;

x – текущая координата (начало координат на верхней грани сечения);

b – ширина сечения;

f_{cd} – расчетное значение прочности бетона на сжатие.

Усилие в сжатой зоне может быть определено (рис. 6с):

$$F_{cc} = b \int_0^x \sigma_c \cdot dx = F_{c1} + F_{c2}. \quad (19)$$

Усилие в прямоугольной части эпюры напряжений

$$F_{c1} = b \cdot f_{cd} \cdot a, \quad (20)$$

Усилия в треугольной части

$$F_{c2} = b \cdot f_{cd} \frac{X - a}{2}. \quad (21)$$

Точку приложения равнодействующей – расстояние от верхней грани до F_{cc} , в пределах сжатой зоны определяем по формуле Ньютона–Лейбница:

$$x_c = \frac{F_{c1} \cdot x_{c1} + F_{c2} \cdot x_{c2}}{F_{c1} + F_{c2}} = \frac{F_{c1} \frac{a}{2} + F_{c2} \left(\frac{X - a}{3} + a \right)}{F_{c1} + F_{c2}}, \quad (22)$$

где x_{c1} , x_{c2} , – координаты центров тяжести прямоугольной и треугольной частей эпюры напряжений соответственно.

Плечо внутренней пары сил Z_c

$$Z_c = d - x_c. \quad (23)$$

Из условия равновесия (16) и (23) получим выражение

$$M_{Rd} = F_{cc} \cdot z = bf_{cd} \left(a + \frac{(X - a)}{2} \right) (d - x_c) = M. \quad (24)$$

Относительные деформации растянутой арматуры ε_{st} определяются из линейного уравнения деформаций - гипотезы плоских сечений (рис. 6b)

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3,cd} - \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{X} x, \quad (25)$$

при $x = d$ и $\varepsilon_c = \varepsilon_{st}$:

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{cu3,cd} - \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{X} d. \quad (26)$$

Расстояние a от верхней грани сечения (от начала координат) до положения деформации $\varepsilon_{cu3,cd}$ определяется из гипотезы плоских сечений (26) при $x = a$ и $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3,cd}$

$$a = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} X. \quad (27)$$

Подставляя (22) и (27) в (24) получим квадратное уравнение, из решения которого определим высоту сжатой зоны X .

Зная высоту сжатой зоны X , определяем ε_{st} по (26) и проверяем условие (7) (табл. 1):

$$|\varepsilon_{s0}| \leq |\varepsilon_{st}| < |\varepsilon_{ud}|$$

Если ε_{st} удовлетворяют условию (7) сечение работает в области 2 и арматура используется полностью при разрушении по растянутой зоне.

Если условие (7) не удовлетворяется, то растянутая арматура недоиспользуется и разрушение происходит по бетону сжатой зоны.

Граничное значение высоты сжатой зоны, при котором выполняется условие (7) определяется по формуле

$$X_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu3,c}} d = \frac{\varepsilon_{cu3,c}}{\left(\frac{f_{cd}}{E_s} + \varepsilon_{cu3,c} \right)} d \quad (28)$$

Величину требуемой растянутой продольной арматуры определяем по формуле

$$A_{st} = \frac{M_{sd}}{f_{yd} \cdot z_c} \quad (29)$$

Пример. Определение площади продольной арматуры для прямоугольного сечения с размерами: $b - 300$ мм, $h - 600$ мм, $c = 40$ мм. Бетон тяжелый класса C12/15 ($f_{kc}=11$ МПа, $\gamma_c = 1,3$; $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 11/1,3 = 8,46$ МПа, $E_{cd} = 16,3$ (ГПа), $\varepsilon_{c3,cd} = 0,52\%$, $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,33\%$). Арматура класса A500С ($f_{yk} = 500$ МПа, $E_s = 2,0 \times 10^5$ МПа, $\varepsilon_{ud} = -20\%$). Изгибающий момент, действующий в сечении $M = 200$ кН·м.

Решение. Для стержней из арматуры A500С диаметром 6-22 мм по табл.2.1 ДБН [1] $\gamma_s = 1,15$;

По формуле (1) $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1,15 = 434,8$ МПа,

По формуле (2) $\varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s = 434,8 / (2,0 \times 10^5) = 2,07\%$;

Определяем величину равнодействующей в бетоне сжатой зоны сечения $F_{cc} = F_{1c} + F_{2c}$ по формулам (20), (21) и точку ее приложения в пределах сжатой зоны x_c в предположении 2 области деформирования (рис. 4), по формуле (22).

Расстояние a от верхней грани сечения (от начала координат) до положения деформации $\varepsilon_{cu3,cd}$ определяется из гипотезы плоских сечений (26)

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3,cd} - \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{X} \cdot x$$

при $x=a$ и $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3,cd}$

$$a = \frac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} \cdot X = \frac{3,33 - 0,52}{3,33} \cdot X = 0,84X$$

Усилие в бетоне прямоугольной части эпюры напряжений определяются по формуле (20)

$$F_{1c} = b \cdot f_{cd} \cdot a = 300 \cdot 8,46 \cdot 0,84X = 2131,92X \text{ Н}$$

Усилия в треугольной части – по формуле (21)

$$F_{2c} = b \cdot f_{cd} \cdot \frac{X-a}{2} = 300 \cdot 8,46 \cdot \frac{(X-0,84X)}{2} = 203,04X \text{ Н}$$

Величина равнодействующей в бетоне сжатой зоны сечения

$$F_{cc} = F_{c1} + F_{c2} = 2131,92X + 203,04X = 2334,96X$$

Координату приложения равнодействующей в пределах сжатой зоны определяем из (22)

$$x_c = \frac{F_{c1} \frac{a}{2} + F_{c2} \left(\frac{X-a}{3} + a \right)}{F_{c1} + F_{c2}} = \frac{2131,92 \cdot 0,84X / 2 + 203,04 \left(\frac{X-0,84X}{3} + 0,84X \right)}{2334,96} = 0,461X.$$

Плечо внутренней пары сил Z_c определяется по формуле (23)

$$Z_c = d - x_c = 560 - 0,461X.$$

Высоту сжатой зоны X определим из условия равновесия (14)

$$M \leq M_{Rd},$$

в котором момент внутренних сил в сечении определяется по формуле (16)

$$M_{Rd} = F_{cc} \cdot z_c = F_{st} \cdot z_c = M.$$

$$M = 2334,96X \cdot (560 - 0,461X) = 1307577,6X - 1076,42X^2.$$

Подставив значение изгибающего момента, действующего в сечении $M = 200 \text{ кН}\cdot\text{м} = 200 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$, получим квадратное уравнение

$$645,22X^2 - 960960X + 200 \cdot 10^6 = 0,$$

из решения которого найдем высоту сжатой зоны $X = 179,47 \text{ мм}$.

Плечо внутренней пары сил Z_c :

$$Z_c = d - x_c = d - 0,461X = 560 - 0,461 \cdot 179,47 = 477,44 \text{ мм}.$$

Относительные деформации растянутой арматуры ε_{st} определяются из гипотезы плоских сечений (26) при $x = d$ и $\varepsilon_c = \varepsilon_{st}$:

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{cu3,cd} - \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{X} d = 3,33 - \frac{3,33}{179,47} 560 = -7,06$$

проверяем условие (7) (табл. 1):

$$|\varepsilon_{s0}| \leq |\varepsilon_{st}| < |\varepsilon_{ud}|$$

Условие (7) удовлетворяются

$$-2,07 \text{ ‰} \leq 7,06 \text{ ‰} < -20 \text{ ‰}$$

Следовательно, сечение работает в области 2 и арматура используется полностью при разрушении по растянутой зоне.

Величину требуемой площади растянутой продольной арматуры определяем по формуле (29)

$$A_{st} = \frac{M_{sd}}{f_{yd} \cdot z_c} = \frac{200 \cdot 10^6}{434,8 \cdot 477,44} = 963,43 \text{ мм}^2.$$

Принимаем $4\varnothing 18 \text{ S500}$ ($A_{st} = 1018 \text{ мм}^2$).

ПРЯМОУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ С ДВОЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

При двойном армировании для прямоугольного сечения (рис. 7) условия равновесия имеют вид

$$M \leq M_{Rd}. \quad (30)$$

$$F_{cc} + F_{sc} = F_{st}. \quad (31)$$

Внутренний момент сопротивления

$$M_{Rd} = M_c + M_{sc} = F_{cc} \cdot z_c + F_{sc} \cdot z_s, \quad (32)$$

где M_c – момент, воспринимаемый бетоном сжатой зоны сечения и соответствующей ему частью растянутой арматуры;

M_{sc} – момент, воспринимаемый сжатой арматурой и соответствующей ей частью растянутой арматуры;

F_{cc} – усилие в бетоне сжатой зоны;

F_{sc} – усилие в сжатой арматуре;

F_{st} – усилие в растянутой арматуре;

Z_c – расстояние между центром тяжести растянутой арматуры и точкой приложения равнодействующей в бетоне сжатой зоны.

Z_s – расстояние между центрами тяжести растянутой и сжатой арматуры.

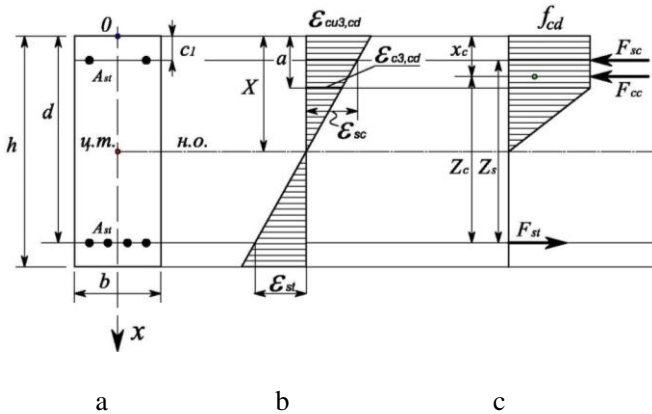


Рис. 7. Схемы распределения относительных деформаций и усилий при расчете прямоугольного сечения с двойным армированием:

- а) поперечное сечение; б) распределение относительных деформаций;
- с) распределение напряжений и усилий в бетоне и арматуре

Полная площадь сечения рабочей продольной арматуры A_{st} складывается из площади сечения A_{st1} , соответствующей по прочности бетону сжатой зоны сечения и площади сечения A_{st2} , соответствующей по прочности A_{sc} сжатой арматуры:

$$F_{cc} = f_{yd} A_{st1}, \quad (33)$$

$$A_{st1} = F_{cc} / f_{yd} \quad (34)$$

$$F_{sc} = A_{sc} \cdot \sigma_{sc} = A_{sc} \cdot E_{sc} \cdot \varepsilon_{sc} = A_{sc} \cdot E_{sc} \cdot \left(\varepsilon_{cu3,cd} - \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{X} C_1 \right). \quad (35)$$

$$A_{st2} \cdot f_{yd} = A_{sc} \cdot \sigma_{sc}, \text{ откуда}$$

$$A_{st2} = A_{sc} \frac{\sigma_{sc}}{f_{yd}}, \quad (36)$$

т. е. в общем случае $A_{st2} \leq A_{sc}$.

Наиболее экономичными оказываются элементы с минимально возможным содержанием сжатой арматуры. Это достигается созданием максимально возможной несущей способности бетона сжатой зоны сечения $M_c = M_{c,max}$. Только остаток внешнего момента $M_{scd} = M - M_{c,max}$ передают сжатой арматуре A_{sc} и соответствующей ей части растянутой арматуры A_{st2} [6]. При этих данных условие (30) можно записать в виде

$$M \leq M_{Rd} = M_c + M_{sc} = F_{cc} \cdot z_c + F_{sc} \cdot z_s = M_{c,max} + M. \quad (37)$$

Отсюда

$$A_{sc} = (M - M_{c,max}) / f_{ycd} \cdot Z_s, \quad (38)$$

или

$$A_{sc} = (M - M_{c,max}) / \sigma_d \cdot Z_s, \quad (39)$$

где f_{ycd} - расчетное значение прочности при сжатии арматуры на границе текучести (класс сжатой арматуры может быть выбран отличным от класса растянутой арматуры).

В прямой задаче определяют площадь продольной арматуры в прямоугольном сечении шириной b , высотой h , с двойным армированием (рабочей высотой d) при изгибе расчетным моментом M (кН·м), от внешней нагрузки (рис. 3.10 а).

Задается класс тяжелого бетона C (табл. 3.1) и класс растянутой и сжатой арматуры A (табл. 3.2).

Изгибающий момент M от внешней нагрузки, уравнивается внутренним моментом сопротивления M_{Rd} (32) или (37) (рис. 3.10 с).

В соответствие с критериями исчерпания прочности задаем по табл. 1 в зависимости от класса бетона C значения предельных относительных деформаций бетона $\varepsilon_{cu3,cd}$, деформаций бетона $\varepsilon_{c3,cd}$ и по табл. 3.2 величину предельных относительных деформаций растянутой арматуры ε_{ud} для класса арматуры A (рис. 3.10 б).

Для заданного класса арматуры величина относительных деформаций растянутой арматуры (рис 3.2) определяется по формуле (2):

$$\varepsilon_{sy} = f_{yk} / (\gamma_s \cdot E_s).$$

Методики расчета с использованием суперпозиции (37) состоит из двух частей.

В первой части определяют изгибающий момент M_c без учета сжатой арматуры по формулам (3.20) - (3.34) и проверяют условия (7) (табл. 1):

$$|\varepsilon_{s0}| \leq |\varepsilon_{st}| < |\varepsilon_{ud}|$$

Если условие (7) удовлетворяется, сечение работает в области деформирования 2 и арматура используется полностью при разрушении сечения по растянутой зоне, - установка дополнительной арматуры в сжатой зоне не требуется.

Если условие (7) не удовлетворяются, сечение работает в области 3а (табл. 1; $0 \leq \varepsilon_{st} < \varepsilon_{s0}$) (9); $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3,cd}$ (8)) растянутая арматура A_{st} полностью не используется, разрушение происходит по сжатой зоне сечения, - установка дополнительной арматуры в сжатой зоне целесообразна.

Напряжение в растянутой арматуре определяется по расчетной деформации ε_{st} и модулю упругости E_s , МПа:

$$\sigma_{st} = \varepsilon_{st} \cdot E_s.$$

Величину требуемой площади растянутой продольной арматуры определяют из первого уравнения равновесия (15)

$$F_{cc} = \sigma_{st} \cdot A_{st1}.$$

$$A_{st1} = \frac{F_{cc}}{\sigma_{st}}, \text{ мм}^2$$

Изгибающий момент M_c , воспринимаемый бетоном сжатой зоны сечения и соответствующей ему частью растянутой арматуры равен

$$M_c = \sigma_{st} \cdot A_{st} \cdot Z_c, \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Вторая часть расчета состоит в определении сечения сжатой арматуры и дополнительной растянутой по моменту $M_{scd} = M - M_c$. Максимально возможная несущая способность бетона сжатой зоны сечения $M_c = M_{c,max}$ в данном случае достигается, если сечение работает в области деформирования 2.

M_{sc} - момент, воспринимаемый сжатой арматурой и соответствующей ему частью растянутой арматуры определяется из следующих соображений.

Сжатая арматура устанавливается одновременно с растянутой арматурой и, следовательно, работает одновременно с бетоном сжатой зоны. Учитывая гипотезу о совместной работе арматуры и бетона, получим, что она может не достигать расчетного сопротивления f_{scd} , поскольку ее максимальные деформации ограничены деформациями бетона:

$$\varepsilon_{sc,max} < \varepsilon_{c3,cd}.$$

Действительные деформации арматуры определяются по гипотезе плоских сечений, полученной из расчета на изгибающий момент M_c .

$$\varepsilon_{sc} = \varepsilon_{cu3,cd} - \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{X} C_1. \quad (40)$$

Напряжения в сжатой арматуре σ_{sc} вычисляют по формуле

$$\sigma_{sc} = \varepsilon_{sc} \cdot E_s. \quad (41)$$

Величину требуемой площади сжатой продольной арматуры определяют по формуле

$$A_{sc2} = \frac{M_{sd} - M_c}{\sigma_{sc} \cdot z_s}, \text{ мм}^2 \quad (42)$$

Если расчетные напряжения в сжатой арматуре σ_{sc} превышают f_{yd} их принимают равными f_{yd} и площадь сжатой продольной арматуры вычисляют по формуле:

$$A_{sc2} = \frac{M_{sd} - M_c}{f_{yd} \cdot z_s}, \text{ мм}^2 \quad (43)$$

Суммарная площадь растянутой арматуры от двух моментов равна

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2}, \text{ мм}^2.$$

Аналогичный подход распространяется на расчет тавровых и двутавровых сечений. В ряде случаев применяется быстро сходящийся итерационный процесс.

ВЫВОДЫ

1. Разработана методика практического расчета несущей способности железобетонных сечений с использованием двухлинейной диаграммы напряжения-деформации бетона для прямоугольных сечений и указаний национальных стандартов, гармонизированных с Еврокодами.

2. Методика наглядна, прозрачен физический смысл процесса вычисления, целесообразна не только для проектировщиков, но и для использования в учебном процессе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. - К. - Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2011. - 71 с.
2. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2010. - К. - Мінрегіонбуд України, 2011. - 118 с.
3. Еврокод EN 1992-1-1:2005 EN 1992-1-1:2005 Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings". After. "EN-ISO 13793:2001.
4. Lapko A. Projektowanie konstrukcji zelbetowych wg Wurocodu 2 I PN-B-03264:1999 – Arcady. Warszawa, 2000 -547 s.

5. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования: учебное пособие для студентов строительных специальностей; под ред. проф. Т.М. Пецольда и проф. В.В. Тура. – Брест: БГТУ, 2003 – 380 с.
6. Железобетонные и каменные конструкции: учеб. для строит. спец. вузов / [В.М. Бондаренко, Р.О. Бакиров, В.Г. Назаренко, В.И. Римшин]; под. ред. В.М. Бондаренко. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2002. – 876 с.
7. Биби Э.В. Руководство для проектирования к Еврокоду 2: Проектирование железобетонных конструкций: Руководство для проектировщиков к EN 1991-1-1 и EN 1991-1-2: Проектирование железобетонных конструкций. Общие правила и правила для зданий. Противопожарное проектирование строительных конструкций; пер. с английского / Э.В. Биби, Р.С. Нараянан. – М.: МГСУ, 2012.

Статья поступила в редакцию 05.03.2013 г.