

НОВІ ПІДХОДИ ДО РОЗРАХУНКУ ЗГИНАЛЬНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА МІЦНІСТЮ, ЖОРСТКІСТЮ ТА ТРИЩИНІСТІЙКІСТЮ

Кочкаръов Д.В., Бабич В.І.

Національний університет водного господарства
та природокористування
м. Рівне, Україна

АНОТАЦІЯ: Розглянуто нові підходи до розрахунку згинальних залізобетонних елементів із одиничним армуванням

АННОТАЦИЯ: Рассмотрены новые подходы при расчете изгибаемых железобетонных элементов с одиночным армированием

ABSTRACT: New approaches to the calculation of flexural concrete elements with single reinforcement are considered.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: згин, розрахунковий опір, деформаційна модель

Необхідність розрахунків залізобетонних елементів і конструкцій на основі нелінійної деформаційної моделі, прийнятих нормативними документами [1, 2], надала науковцям великий простір для теоретичних і експериментальних досліджень, а для проектувальників, практичних інженерів, студентів будівельних спеціальностей завдала багато складнощів у вигляді складних розрахунків.

Ведуться пошуки рішень, що спрощують розрахунки, розробляються комп'ютерні програми, пропонуються аналогії тощо [3, 4, 5, та інші]. Чим би це не закінчилось, але уже зараз ясно, що фізична суть розрахункового процесу губиться для споживача за складними формулами та розрахунковими операціями, за готовим продуктом комп'ютерних програм. Потрібні неординарні рішення, щоб, зберігаючи суть процесу, зменшити обсяг обчислювальних робіт.

Підхід, який ми пропонуємо полягає у тому, щоб із спільного рішення двох рівнянь рівноваги зовнішніх сил і внутрішніх зусиль

виділити ту частину, яка не залежить від абсолютних розмірів перерізів бетону та арматури, затабулювати її у залежності від впливових параметрів і використовувати ці таблиці для розрахунку елементів із довірливими перерізами бетону та арматури. При виконанні задачі приймаються практично ті ж передумови, що й в [2].

Маючи залежності між напругами та деформаціями для бетону та арматури, враховуючи деякі особливості деформування матеріалів для певних станів перерізів, напружено-деформований стан перерізів за будь-якого рівня навантаження можна описати двома рівняннями рівноваги зовнішніх сил і внутрішніх зусиль. Для згинального елемента прямокутного перерізу з одиничною арматурою рівняння рівноваги будуть мати вигляд (всі позначення прийняті за [1] і [2]):

$$\int_{Ac} \sigma_c dA_c + \int_{Act} \sigma_{ct} dA_{ct} - \varepsilon_s E_s A_s = 0; \quad (1)$$

$$\int_{Ac} \sigma_c x dA_c + \int_{Act} \sigma_{ct} (d-x) dA_{ct} - \varepsilon_s (d-x) E_s A_s = M. \quad (2)$$

На основі гіпотези про лінійність деформацій по висоті перерізу запишемо:

$$1/r = \varepsilon_c / x; \quad \varepsilon_s = \varepsilon_c (d-x) / x. \quad (3)$$

Рівняння (1) і (2) з урахуванням формул (3) і заміні $d/x=k$ і $A_s/bd=\rho_f$ після деяких перетворень подамо у вигляді:

$$\frac{1}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_{ct}} \sigma_{ct} d\varepsilon - (k-1)kE_s\rho_f\varepsilon_c = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon}{\varepsilon_c^2} + \frac{\int_0^{\varepsilon_{ct}} \sigma_{ct} \varepsilon_{ct} d\varepsilon}{\varepsilon_c^2} + (k-1) \left(1 - \frac{1}{k}\right) E_s \rho_f \varepsilon_c = \frac{M}{bd^2}. \quad (5)$$

Ці рівняння стануть базовими для розрахунку за граничними станами з урахуванням напруг і деформацій в матеріалах, що відповідають кожному стану, схеми яких показані на рис. 1.

1. Розрахунок за несучою здатністю. Приймаємо критерії досягнення несучої здатності:

$$dM_{dE}/d\varepsilon = 0 \text{ при } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}; \quad \sigma_s \leq f_{yd}; \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}. \quad (6)$$

Такі умови досягнення міцності можуть наступити за наступних варіантів співвідношення зусиль, напруг і деформацій:

$$\begin{aligned} 1) \frac{dM_{dE}}{d\varepsilon} = 0 \text{ і } \sigma_s = f_{yd}; \quad \sigma_s < f_{yd}; \quad 2) \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ і } \sigma_s = f_{yd}; \\ 3) \frac{dM_{dE}}{d\varepsilon} = 0 \text{ і } \sigma_s < f_{yd}; \quad 4) \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ і } \sigma_s < f_{yd}; \quad 5) \varepsilon_s = \varepsilon_{su}. \end{aligned} \quad (7)$$

Розглянемо випадки, коли напруги в арматурі досягають межі текучості (варіант 1 і 2). Враховуючи схему напруг і деформацій по рис.1, б) (бетон розтягнутої зони із роботи виключається), знаходимо із рівняння (4) значення x , підставляємо його у рівняння (5) і після нескладних перетворень отримуємо

$$\left(\frac{\frac{1}{\varepsilon_c^3} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon}{\left(\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon \right)^2} - \frac{\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon} \right) \rho_f^2 f_{yd}^2 + \rho_f f_{yd} = \frac{M_{dE}}{bd^2}. \quad (8)$$

Позначивши ліву частину формули (8) через D_1 , запишемо

$$D_1 = \frac{M_{dE}}{bd^2}. \quad (9)$$

Проробивши такі ж операції для випадів, коли при досягненні несучої здатності в арматурі не наступає межа текучості (варіанти 3), 4), 5)) (7), отримаємо вираз, аналогічний формулі (8), з деякою різницею лівих частин D_1 і D_2 . Подамо ці вирази у вигляді

$$6D_i = 6M_{dE} / bd^2 \quad \text{або} \quad M_{dE} = bd^2 6D_i / 6. \quad (10)$$

Якщо рахувати, що $bd^2/6$ є пружний момент опору робочого перерізу бетону W_c , то $6D_i$ буде не що інше, як розрахунковий опір залізобетону за згину f_{zM} , отже

$$M_{dE} = W_c f_{zM}. \quad (11)$$

Вираз D_i залежить від напруг в арматурі, коефіцієнта армування ρ_f і відносних деформацій бетону ε_c . Склавши програму та розрахувавши значення D_1 і D_2 за вказаними параметрами у можливих межах і взявши менші значення із двох, отримаємо таблицю розрахункових опорів залізобетону за згину. Фрагмент її поданий у табл. 1. Слід відмітити, що при розрахунках залежність між напругами та деформаціями бетону описувалась формулою, закладеною в Eurokode-2. За наявності таблиці розрахункових опорів залізобетону на згин розрахунок міцності нормальних перерізів на основі деформаційної моделі зводиться до простих операцій, закладених у класичному опорі матеріалів.

2. Розрахунок на утворення тріщин. Первинні тріщини у бетоні появляються за умов, що відповідають схемі напруг і деформацій за рис. 1, в. Враховуючи це, із формули (4) визначаємо k , і підставивши у формулу (5), отримаємо функцію, умовно подану у такому вигляді

$$D_W = M_W / bd^2, \quad (12)$$

яка тотожна формулам (9) і (10) і може бути аналогічно записана так

$$M_W = W_c f_{zW} \cdot \quad (13)$$

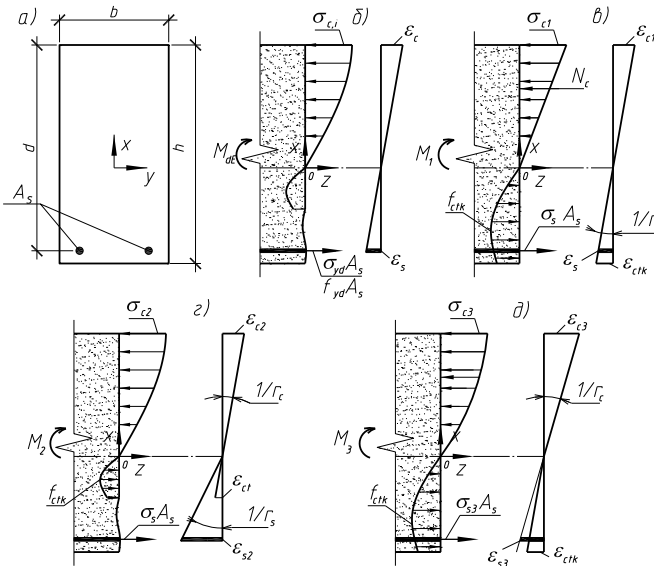


Рис. 1. Схеми напруг та деформацій у перерізах: а) переріз балки; б) у стадії руйнування; в) перед утворенням тріщини; г) після утворення тріщини; д) у перерізі між двома тріщинами

Розрахунковий опір залізобетону на утворення тріщин f_{zW} , рівний δD_w , знаходимо залежно від класу бетону та процента армування перерізу і заносимо в таблицю. На основі схеми напруг і деформацій за рис.1, г, використовуючи додаткові умови, із спільного розв'язку рівнянь рівноваги (4) і (5) для будь-якого рівня навантаження можемо обчислити напруги у залізобетоні σ_{zW} , напруги в арматурі у перерізі з тріщиною σ_{sW} , суму відносних деформацій стиснутої грані та розтягнутої арматури $\Sigma \varepsilon_W$. Ці параметри обраховувались як для короточасної, так і тривалої дії навантаження. Вони будуть надалі використовуватись у розрахунках за деформаціями та шириною розкриття тріщин.

Для перерізів, які працюють без тріщин, за рівняннями (4), (5), використовуючи схему напруг і деформацій по рис.1, д, були обчислені ті ж параметри, що для перерізів з тріщинами: σ_z , σ_s , $\Sigma \varepsilon$ при короточасній і тривалій дії навантаження. Всі ці параметри внесені в таблицю, фрагмент якої за короточасного навантаження поданий в табл.2. У ній напруги σ_z , що відповідають M_w , є розрахунковим опором залізобетону на утворення тріщин f_{zW} .

Таблиця 1 (фрагмент)
Розрахунковий опір залізобетону на згин $f_{zМ}$, МПа

№ п/п	Клас бетону	Процент армування ρ_f %							
		0.05	0.5	1	1.25	1.75	2	2.5	3
		$f_{zd} = 375$ МПа							
1	C8/10	1.10	9.44	14.68	15.12	15.67	15.86	16.13	16.32
3	C12/15	1.11	9.97	17.38	20.09	21.27	21.60	22.10	22.45
4	C16/20	1.11	10.30	18.70	22.19	27.38	27.90	28.71	29.29
5	C20/25	1.11	10.49	19.48	23.40	30.11	32.88	34.82	35.65
6	C25/30	1.11	10.60	19.91	24.08	31.46	34.66	39.64	40.69
7	C30/35	1.12	10.68	20.24	24.59	32.45	35.96	42.12	45.45

3. Розрахунок прогинів. Прогин балки у точці k від певного виду навантаження зручніше визначати енергетичним способом, використовуючи інтеграл Мора

$$f_k = \int_0^l \frac{1}{r_x} M(x) dx, \quad (14)$$

де $1/r_x$ – функція кривини по довжині балки; $M(x)$ - функція моменту від одиничної сили, прикладеної точці k , по довжині балки.

За наявності тріщин функція кривини буде мати складний характер. У перерізах з тріщиною кривина різко збільшується, але така кривина поширюється на незначну ділянку балки. Детальні прорахунки показують, що наявність тріщин практично не впливає на значення прогину. Тому кривину у довільному перерізі слід обчислювати без наявності тріщин, покладаючи в розрахунках схему напруг і деформацій за рис. 1, д, коли $M > M_w$, або за рис.1, в, якщо $M \leq M_w$. Кривину балки у довільному перерізі знаходимо за формулою

$$\frac{1}{r_i} = \sum \varepsilon_i / d, \quad (15)$$

в якій $\sum \varepsilon_i$ - сумарні відносні деформації стиснутої грані та розтягнутої арматури в i -тому перерізі, прийняті по табл.2 залежно від діючого моменту, класу бетону та відсотка арматури; d - робоча висота перерізу.

Виходячи з того, що кривина по довжині балки задана дискретно, інтеграл Мора замінюємо формулою Симпсона

$$f_k = \frac{l}{3nd} \left[\sum_{i=1}^n (\alpha_{ik} \sum \varepsilon_i)_{kp} + 2 \sum_{i=1}^n (\alpha_{ik} \sum \varepsilon_i)_{cp} \right] M_k, \quad (16)$$

де M_k - момент від одиничної сили, прикладеної у точці k ; n - кількість ділянок на які розділена балка; $\sum_{i=1}^n (\alpha_{ik} \sum \varepsilon_i)_{kp}$, $\sum_{i=1}^n (\alpha_{ik} \sum \varepsilon_i)_{cp}$ - сума добутків

долі одиничного моменту M_k в i -тій ділянці на сумарні відносні деформації у цій ділянці по всій довжині балки l відповідно по крайніх ($кр$) і середніх ($ср$) перерізах i -х ділянок.

4. Розрахунок ширини розкриття тріщин. Ширину розкриття тріщин W_k розраховуємо як різницю видовження арматури та бетону на ділянці між суміжними тріщинами S_r

$$W_k = \int_0^{S_r} \varepsilon_s(x) dx - \int_0^{S_r} \varepsilon_c(x) dx. \quad (17)$$

За малістю видовження бетону його можна не враховувати.

Таблиця 2 (фрагмент)

Значення параметрів для розрахунку за граничними станами другої групи

Клас бетону	Рівень нає.	Значення параметрів при проценті армування									
		0.5			1			2			
		σ_{zM} , МПа	$\varepsilon_s \times 10^4$	$\Sigma \varepsilon_s \times 10^4$	σ_{zM} , МПа	$\varepsilon_s \times 10^4$	$\Sigma \varepsilon_s \times 10^4$	σ_{zM} , МПа	$\varepsilon_s \times 10^4$	$\Sigma \varepsilon_s \times 10^4$	
C20/25	M_{crcl}	3.38	1.51	2.88	4.01	1.50	3.01	5.25	1.48	3.25	
			1.51	2.88			1.50		3.01		1.48
	M_{crcl2}	3.38	4.11	6.13	4.01	3.85	6.00	5.25	3.25	5.59	
			-	-			-		-		-
	0.4	10.63		18.54	25.58	12.74	12.72	19.54	14.8	8.31	14.77
				13.90	20.47			9.51		15.79	
	0.6	15.94		28.69	40.31	19.12	19.07	30.15	22.2	12.18	22.62
				23.99	35.17			15.82		26.34	
	0.8	21.26		39.28	56.98	25.49	25.73	42.53	29.6	16.27	32.05
				34.65	51.89			22.51		38.64	
	1.0	26.57		52.62	84.83	31.86	34.45	65.43	37	21.81	51.58
				47.83	77.96			30.70		58.02	

Примітка. Значення ε_s і $\Sigma \varepsilon$ подані у чисельнику для перерізів з тріщинами, у знаменнику - для перерізів без тріщин.

Відстань між тріщинами визначаємо із умови, що різниця зусиль в арматурі у перерізі з тріщиною σ_{s1} і в перерізі, де вона має утворитись σ'_{s2} , сприймається зсувними зусиллями між арматурою та бетоном (рис.2)

$$S_r = \frac{(\sigma_{s1} - \sigma'_{s2})d}{4\tau_m}, \quad (18)$$

де d - діаметр (усереднений діаметр) арматури; τ_m - усереднені по довжині S_r напруги зчеплення арматури з бетоном, які на основі оброблення експериментального матеріалу пропонуємо знаходити за формулою

$$\tau_m = \frac{\alpha_f f_{ck} - \alpha_t f_{ckt}}{f_{yk}} \sigma_{s1} + \alpha_t f_{ckt}, \quad (19)$$

в якій коефіцієнт α залежить від профілю арматури, виду каркасу і приймається у межах 0,125-0,4; коефіцієнт $\alpha_t=0,4$.

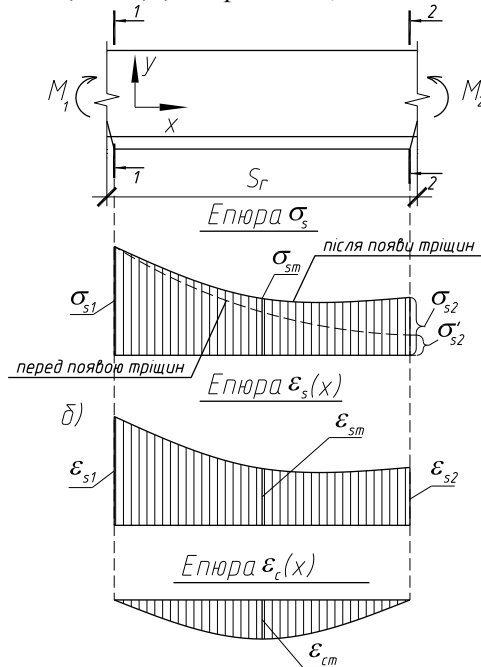


Рис.2. Напруги та деформацій в арматурі та бетоні між тріщинами

Всі напруги в арматурі σ_{s1} , σ_{s2} , σ'_{s2} обчислюються як $\sigma_{si} = \epsilon_{si} E_s$, приймаючи деформації арматури по табл.2 у залежності від значення моменту, наявності тріщини у перерізі та процента армування. При обчисленні за формулою (18) значення σ'_{s2} у першому наближенні знаходяться по моменту M_1 , але у перерізі без тріщини, а коли S_r стане відомим, корегуються по моменту M_2 .

Після утворення суміжної тріщини у перерізі 2-2 (рис.2) деформації арматури будуть змінюватись по криволінійному закону, який з достатньою точністю можна описати квадратною параболою:

$$\epsilon_s(x) = 2 \frac{\epsilon_{s1} + \epsilon_{s2} - 2\epsilon_{sm}}{S_r^2} x^2 + \frac{4\epsilon_{sm} - 3\epsilon_{s1} - 2\epsilon_{s2}}{S_r} x + \epsilon_{s1}. \quad (20)$$

Підставивши формулу (20) у вираз (17), отримаємо

$$W_k = \frac{\epsilon_{s1} + \epsilon_{s2} - 4\epsilon_{sm}}{6} S_r. \quad (21)$$

Ввівши поняття: "розрахунковий опір залізобетону на згин f_{zM} ", "розрахунковий опір залізобетону на утворення тріщин f_{zW} ", "напруги у залізобетоні σ_{zM} ", "сума відносних деформацій стиснутої грані бетону та розтягнутої арматури $\Sigma\varepsilon$ " та склавши таблиці їхніх значень, розрахунок згинальних залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі зведено до простих операцій класичного опору матеріалів:

а) за міцністю $M_{dE}/W_c \leq f_{zM}$; б) за утворенням тріщин $M_W/W_c \leq f_{zW}$;
в) за прогинами $\sigma_{zM} = M_e/W_c \rightarrow \Sigma\varepsilon \rightarrow 1/r = \Sigma\varepsilon/d \rightarrow f$; г) за розкриттям тріщин $\sigma_{zM} = M/W_c \rightarrow \varepsilon_{si} \rightarrow \sigma_{si} \rightarrow S_r \rightarrow W_k$.

ВИСНОВОК

Пропонований підхід до розрахунків залізобетонних елементів відповідає вимогам чинних норм і стандартів [1, 2], базується на основних положеннях і значно зменшує об'єм обчислювальних робіт, залишаючи під контролем виконавця суть розрахункових операцій.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
2. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2010. – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 166 с.
3. Проектування бетонних і залізобетонних конструкцій за національними нормативними документами ДБН В.2.6-98:2009 та ДСТУ Б В.2.6-156:2010 / [Бамбура А.М., Немчинов Ю.І., Гурківський О.Б., та ін.] // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – К.: ДП НДІБК, 2011. – Вип.74. – Кн.1. – С.10-19.
4. Барашиков А.Я. Спрощені розрахунки несучої здатності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів за деформаційною моделлю / Барашиков А.Я., Задорожнікова І.В. // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: зб. наук. ст. – Рівне, 2005. – Вип. 12. – С. 109-115.
5. Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Расчёт изгибаемых элементов с учётом полной диаграммы деформирования бетона: монография / Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. – Одесса: ОГАСА, 2003, - 210 с.

Стаття надійшла до редакції 03.03.2013 р.