УДК 539.024.4

МЕТОД НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА СТЕРЖНЕВЫХ И ПЛАСТИНЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Раззаков Х.С., Раззаков Ж.С.

Самаркандский государственный архитектурно-строительный институт
г. Самарканд, Россия

АНОТАЦІЯ: Приведена методика розрахунку тривало завантажених залізобетонних стержневих і пластинчатих конструкцій із застосуванням початкових параметрів повзучості, що відображає властивості спадково старіючого середовища. Результати зіставлені з експериментальними даними, виконаними на моделях і натурних конструкціях.

АННОТАЦИЯ: Приведена методика расчета длительно загруженных железобетонных стержневых и пластинчатых конструкций с применением начальных параметров ползучести, отражающих свойства наследственно стареющей среды. Результаты сопоставлены с экспериментальными данными, выполненными на моделях и натурных конструкциях.

ABSTRACT: The paper presents the method of calculation of long duration load reinforced concrete rod and plate constructions with application of initial parameters of a creep, reflecting the properties of hereditary maturing surroundings. The results are compared with the experimental data, carried out on the models and natural constructions.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: метод расчета, начальные параметры ползучести, стержневые и пластинчатые конструкции.

Зависимость между деформациями и напряжениями элемента, материал которого обладает свойствами ползучести и старения, представим в виде соотношения, предложенного Г.Н. Масловым и Н.Х. Арутюняном [1]:

$$\varepsilon(t)=\sigma(\tau)\delta(t,\tau)+\int_{\tau}^{t}\text{[redacted]}\sigma(\tau)/d\tau\,\underline{\bar{\delta}}(t,\tau)d\tau. \tag{1}$$

Полная единичная деформация выражается функцией

$$\delta(t,\tau)=1/E(\tau)+C(t,\tau), \tag{2}$$

где $C(t,\tau)$ – мера ползучести;

$E(\tau)$ – модуль упругости.

В расчетной практике удобнее оперировать безразмерными функциями характеристик упругих деформаций и характеристикой ползучести, определяющихся выражениями соответственно:

$$a(\tau)=E(t_0)/E(\tau)=E_0/E_\infty, \tag{3}$$

$$\varphi(t,\tau)=E(t_0)C(t,\tau). \tag{4}$$

Соотношение (1) с учетом (2)-(4) приводится к виду

$$E_0\varepsilon(t)=a(t)\sigma(t)-\int_0^t\frac{\partial[a(\tau)+\varphi(t,\tau)]}{\partial\tau}\sigma(\tau)d\tau. \tag{5}$$

В имеющихся разновидностях теории ползучести аналитически аппроксимируется характеристика (мера) ползучести. При этом выбор наиболее корректной аппроксимации осуществляется по аналитическому критерию И.Е. Прокоповича и И.И.Улицкого [2]:

$$\begin{aligned}&\varphi(t,\tau)=\varphi_1[1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}]+\varphi_2(e^{-\gamma_2\tau}-e^{-\gamma_2 t}),\\&a(\tau)=a\ +\varphi_3e^{-\gamma_3\tau},\quad \varphi_3=1-a.\end{aligned} \tag{6}$$

Уравнение (5) представлено в виде

$$E_0\varepsilon(t)=a(t)\sigma(t)+\int_0^t\sigma(\tau)[\gamma_1\varphi_1e^{-\gamma_1(t-\tau)}+\gamma_2\varphi_2e^{-\gamma_2\tau}+\gamma_3\varphi_3e^{-\gamma_3\tau}]d\tau. \tag{7}$$

Применяя интегральную форму физических уравнений состояния материала, трудно получить разрешающие уравнения армированных стержневых и пластинчатых конструкций. В связи с этим при решении ряда задач ползучести для железобетонных конструкций применяем метод начальных параметров, предложенный А.Е Яценко [3].

С учетом (7) физические уравнения, записанные для j-го армированного элемента системы, приводятся к виду:

$$Л_{t,j}F^*(t)=M_{t,j}f^*(t), \tag{8}$$

где $Л_{t,j}$, $M_{t,j}$ – интегральные (дифференциальные) операторы времени;

$F^*(t)$ – искомая функция;

$f^*(t)$ - возбуждающая функция, отражающая заданный режим нагружения системы.

Операторы $Л_{t,j}$ и $M_{t,j}$ не коммутируются с функциями времени и между собой; например, для двух разнотипных элементов имеем $M_{t,1}M_{t,2} \neq M_{t,2}M_{t,1}$. Это затрудняет построение и решение систем уравнений совместности деформаций неоднородных конструкций

Смысл метода начальных параметров ползучести заключается в том, что введением нового аргумента

$$\Phi(t) = 1 - e^{-\gamma t}, \quad 0 \le \Phi(t) \le 1, \tag{9}$$

(безразмерного масштаба времени) и заменой переменных t на $\Phi(t)$ уравнение (8) приводится к виду

$$Л_\phi F(\Phi) = M_\phi f(\Phi). \tag{10}$$

При этом функцию $F(\Phi)$ можно выразить через быстро сходящийся ряд Маклорена

$$F(\Phi) = F_0 + \dot{F}_0 \frac{\Phi}{1!} + \ddot{F}_0 \frac{\Phi^2}{2!} + \ldots = \sum_{r=0}^{\infty} F^r \frac{\Phi^r}{r!}, \tag{11}$$

обладающий начальными параметрами

$$F_0 = F(0), \quad \dot{F}_0 = \dot{F}(0), \quad \ddot{F}_0 = \ddot{F}(0), \quad \ldots \quad F_0^{(r)} = F^{(r)}(0),$$

составляющими r-мерный вектор.

Обозначив $k_i = \gamma_i / \gamma$; $\xi_I = \varphi_i / \varphi$; где $\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi(\infty,0)$, выразим уравнение (7) через переменную (9):

$$\begin{aligned} E_0\varepsilon(\Phi) &= \varphi[\alpha/\varphi + \xi_3(1-\Phi)^{k_3}]\sigma(\Phi) + \\ &+ \varphi\int_0^{\Phi} \sigma(\psi)[k_1\xi_1(1-\Phi)^{k_1}(1-\psi)^{-k_1-1} + k_2\xi_2(1-\psi)^{k_2-1} + \\ &+ k_3\xi_3(1-\psi)^{-k_3-1}]d\psi. \end{aligned} \tag{12}$$

Дифференцируя выражение (12) многократно по $\Phi(t)$ и принимая $\Phi(0) = 0$, получим последовательный ряд алгебраических уравнений

$$E_0\vec{\varepsilon} = (1 + \varphi C)\vec{\sigma}. \tag{13}$$

Здесь

$$\vec{\varepsilon}=\begin{vmatrix}\varepsilon_0\\ \dot{\varepsilon}_0\\ \ddot{\varepsilon}_0\\ \dots\end{vmatrix};\qquad \vec{\sigma}=\begin{vmatrix}\sigma_0\\ \dot{\sigma}_0\\ \ddot{\sigma}_0\\ \dots\end{vmatrix};\qquad E=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\ .&\dots&\end{vmatrix};\qquad C=\begin{vmatrix}1&0&0\\C_{11}&1&0\\C_{21}&C_{22}&0\\ &\dots&\end{vmatrix}.$$

Элементы матрицы C состоят из сумм, отражающих свойства k_1, φ_1 - обратимых и k_2, φ_2 -необратимых деформаций ползучести, а также и из k_3, φ_3 – упругих свойств материала.

В соответствие с этим данную матрицу можно представить в виде суммы трех матриц:

$$C = C_1 + C_2 + C_3,$$

нумерация которых соответствует нумерации входящих в них опытных постоянных.

При постоянном модуле упругости и при $\gamma = \gamma_2$

$$C=\begin{vmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{vmatrix}.$$

При обозначениях $\xi_1=\varphi_1/\varphi_0$; $\xi_2=\varphi_2/\varphi_0$; $\xi_3=\varphi_3/\varphi_0$ получим матрицы C_1, C_2, C_3; ввиду громоздкости они опущены.

В плоском напряженном состоянии изотропно и ортогонально армированной пластины (тонкой оболочки) соотношения между компонентами деформаций и напряжений приняты в дальнейшем в форме Н.Х. Арутюняна и И.Е. Прокоповича [1, 6]. Для изотропной радиально армированной круглой пластины (тонкой плиты) эти выражения представим так:

$$E_0\varepsilon_r(t)=a(t)\sum_r(t)-\int_0^t\left[\sum_r(\tau)\frac{da(\tau)}{d\tau}+\sum_{nr}(\tau)\frac{d\varphi(t,\tau)}{d\tau}\right]d\tau, \qquad (14)$$

$$G_0\gamma_{r\varphi}(t)=a(t)\tau_{r\varphi}(t)-\int_0^t\tau_{r\varphi}(\tau)\left[\frac{da(\tau)}{d\tau}+\frac{1+\nu_n}{1+\nu}\frac{d\varphi(t,\tau)}{d\tau}\right]d\tau, \qquad (15)$$

где

$$\sum_r(t)=\sigma_r(t)-\nu\sigma_\varphi(t);\quad \sum_{nr}(t)=\sigma_r(t)-\nu_n\sigma_\varphi(t).$$

Здесь γ_{xy}, $\gamma_{r\varphi}$ и τ_{xy}, $\tau_{r\varphi}$ – деформации сдвига и касательные напряжения; G_0 – начальный модуль сдвига, ν и ν_n – коэффициенты поперечных упругих деформаций и поперечных деформаций ползучести соответственно: индексы x, y и r, φ перестановочны.

После процедуры преобразований уравнений деформативности элемента, находящегося в плоском напряженном состоянии для ортогонально армированных элементов, для радиально армированных пластин эти выражения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_0\vec{\varepsilon}_r &= (1+\varphi C)\vec{\sigma}_r - \nu(1+\varphi B)\vec{\sigma}_\varphi; \\ E_0\vec{\varepsilon}_\varphi &= (1+\varphi C)\vec{\sigma}_\varphi - \nu(1+\varphi B)\vec{\sigma}_r; \\ E_0\vec{\gamma}_{r\varphi} &= 2[1+\varphi C + \nu(1+\varphi B)]\vec{\tau}_{r\varphi}. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь $B = (\nu_n/\nu)(C_1+C_2)+C_3$, ν и ν_n – коэффициенты поперечных упругих деформаций и поперечных деформаций ползучести. При условии $\nu_n = \nu$ следует $B = C$. При постоянном модуле упругости $B = (\nu_n/\nu)/C$.

Работа конструкций в эксплуатационной стадии при различных климатических и силовых воздействиях соответствует выражениям (1...16); меру ползучести бетона определяем по рекомендациям, разработанным С.Р. Раззаковым [5] для плоского и пространственного напряженно-деформированного состояния элементов:

$$C(t,\tau) = C_э(\infty,28)\prod_{i=1}^{n} K_i, \tag{17}$$

где $C_э(\infty,28)$ – нормативная предельная мера ползучести для эталонного бетона;

K_i, – система нормативных коэффициентов, учитывающих влияние основных факторов на величину меры ползучести бетона.

На основе матричных уравнений (13), (14), (15) и условий равновесия, а также гипотезы плоских сечений, условий совместности деформаций и закона Гука для армированных элементов, выведены основополагающие зависимости между компонентами деформаций, напряжений, перемещений и компонентами усилий M, N, Q исследованных пространственных систем типа железобетонных полигональных и конических оболочек, круглых пластин и мембран при оценки их работы в стадии эксплуатации

Выполнен расчет различных видов железобетонных куполов с учетом ползучести бетона методом сил, как это предусмотрено в своде правил [6] при рассмотрении упругих оболочек, железобетонных круглых мембран и экспериментально возведенных уникальных объектов – большепролетных спортивных сооружений, приведенных в [4].

При расчете куполов и круглых мембран за неизвестные усилия приняты изгибающий момент $M_0(\Phi)$ и распор $H_0(\Phi)$, возникающие по линии контакта оболочки купола и опорного кольца. Канонические уравнения представлены в виде:

$$C_{11}\vec{M}_0 + C_{12}\vec{H}_0 = C_{1p}\vec{P}_0;$$
$$C_{21}\vec{M}_0 + C_{22}\vec{H}_0 = C_{2p}\vec{P}_0, \tag{18}$$

где $\vec{P}$ - вектор начальных параметров обобщенного воздействия,

$C_{ij}(ij = 1, 2, p)$ – матричные операторы влияния ползучести.

При действии различных видов длительных нагрузок, а также усилий предварительного напряжения арматуры опорного кольца для куполов и круглых мембран построены уравнения для определения всех компонентов напряженно-деформированного состояния оболочки (мембраны) и опорного кольца. Выполненные численные расчеты куполов (рис.1) и круглых мембран показали, что при действии длительной внешней нагрузки усилия краевого эффекта, вызываемые ползучестью бетона, со временем увеличиваются в 1,7…2,2 раза за счет кручения опорного кольца.

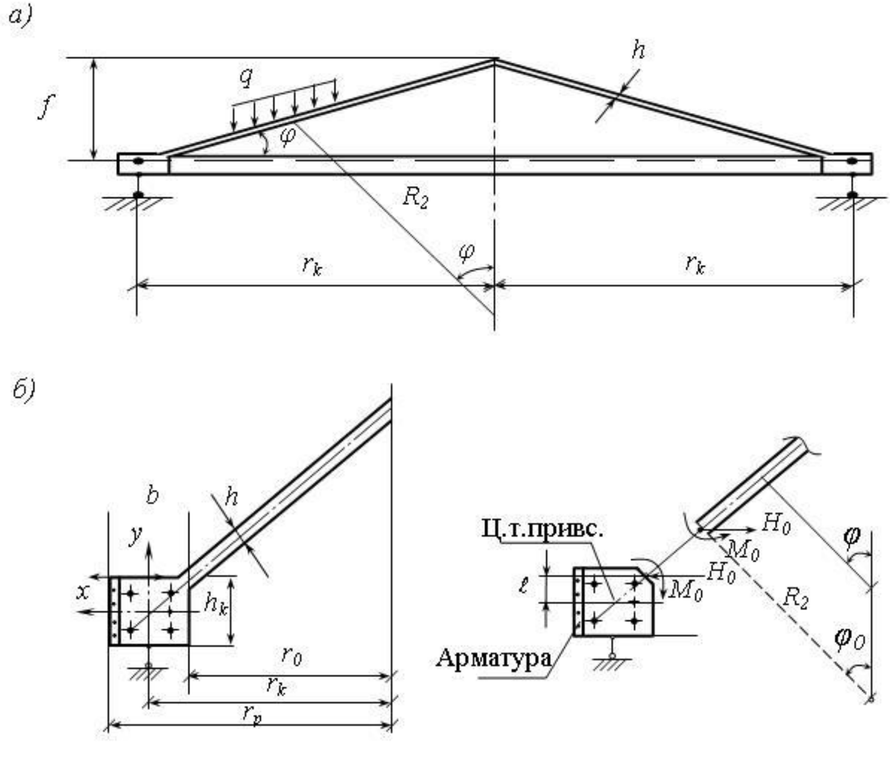

Рис 1. Коническая оболочка, сопряженная с опорным кольцом:
а – заданная система; б – опорное кольцо

При этом кольцевые растягивающие и сжимающие напряжения вблизи опорного кольца увеличиваются в 1,5…1,7 раза, что способствует прогрессированию трещинообразования оболочки купола. При этом в наиболее благоприятных условиях работает опорное кольцо круглой мембраны.

Следует отметить, что при действии усилий предварительного напряжения арматуры опорного кольца влияние ползучести на изменение во времени усилий краевого эффекта было незначительным.

Результаты теоретических исследований подтверждены экспериментами, проведенными на моделях конических оболочек в масштабе 1:5 и 1:10, (рис.1) круглых мембран в масштабе 1:10, и натурных пространственных конструкций различных геометрических форм [4, 5], загруженных длительными нагрузками различного вида. Эксперименты показали хорошее соответствие с теоретическими данными по текущим напряжениям в материалах, нагруженных с различными уровнями в оболочках, пластинах, и стержневых конструкциях, находящихся в эксплуатационной стадии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н.Х. Расчет строительных конструкций с учетом ползучести / Арутюнян Н.Х., Зевин А.А. – М.: Стройиздат, 1988. - 256 с.
2. Прокопович И.Е. О теории ползучести бетона / Прокопович И.Е., Улицкий И.И. // Ползучесть строительных материалов и конструкций. – М.: Стройиздат, 1964. - С. 232-246.
3. Яценко Е.А. Метод начальных параметров ползучести в линейной теории / Яценко Е.А. – Новосибирск, 1984. - С. 168-169.
4. Шугаев В.В. Инженерные методы в нелинейной теории предельного равновесия оболочек / Шугаев В.В. – М.: Готика, 2001. - 368 с.
5. Метод начальных параметров ползучести для расчета стержневых и пластинчатых пространственных конструкций / [Матниязов Б.И., Раззаков Х.С., Раззаков Ж.С, Раззаков Н.С.] // Пространственные конструкции зданий и сооружений. Исследование, расчет, проектирование, применение. - М., 2008. - Вып.11. - С 93-98.
6. Железобетонные пространственные конструкции покрытий и перекрытий. Часть 1. Метод расчета и конструирование: СП 52 -117-2008. - М.: ФГУП «НИЦ строительство», 2008. – 144 с.

Статья поступила в редакцию 12.02.2013 г.