

# **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ОСНОВАНИЯХ ЗДАНИЙ НА СВАЙНЫХ ФУНДАМЕНТАХ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ СИСТЕМОЙ КРУГЛЫХ УСЛОВНЫХ ФУНДАМЕНТОВ ВНУТРИ ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА**

Червинский А.Я.

ГП “Государственный научно-исследовательский институт  
строительных конструкций”  
г. Киев, Украина

**АНОТАЦІЯ:** Описано вирази з визначення вертикальних додаткових напружень в основах будівель на пальових фундаментах, що представлені системою круглих умовних фундаментів усередині лінійно-деформованого напівпростору.

**АННОТАЦИЯ:** Описаны выражения определения вертикальных дополнительных напряжений в основании зданий на свайных фундаментах, представленных системой круглых условных фундаментов внутри линейно-деформируемого полупространства.

**ABSTRACT:** Equations of determination of vertical addition pressures in building pile foundation base, when piles described as circle conditional foundations inside of linear deformable half-space are described.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** Расчет осадок, свайный фундамент, контактная задача, определение напряжений.

## **ВВЕДЕНИЕ**

При определении вертикальных дополнительных напряжений от системы условных фундаментов (каждая свая может также рассматриваться как отдельный условный фундамент) используется формула для нагрузки, равномерно распределенной по площади прямоугольника (или квадрата) на поверхности линейно-деформируемого полупространства,

основанной на решении Буссинеска. Эта формула дана в ДБН [4] (стр. 72, формула (Д.5)), также она приведена на стр. 123 книги В.А. Флорина [1]. Конструкция свайного фундамента обеспечивает то, что основная часть нагрузки, действующей на сваю, прикладывается внутри полупространства. Недостатком вышеуказанного выражения применительно к свайным фундаментам является то, что не учитывается работа грунта, расположенного выше нижнего конца сваи.

Если обозначить давление по площади условного фундамента как  $p_0$ , а глубину заложения нижнего конца сваи относительно дна котлована как  $z_p$ , то очевидным является необходимость соблюдения такого закона

$$\lim_{z_p \rightarrow \infty; a \rightarrow 0} \sigma_{z_p}(z_p; z = z_p + a) = \frac{p_0}{2}. \quad (1)$$

Формула (1) указывает на то, что вертикальные дополнительные напряжения на бесконечно малом расстоянии  $a$  (на глубине  $z = z_p + a$ ) по вертикали от плоскости заглубленного в бесконечность условного фундамента ( $z_p \rightarrow \infty$ ) равны половине давления  $p_0$ , приложенного по плоскости условного фундамента. На бесконечной глубине  $z$  мы переходим от полупространства к пространству.

В данной работе приведены выражения для определения вертикальных дополнительных напряжений от нагрузки, приложенной по площади круга (или кольца) внутри линейно-деформируемого полупространства.

**Цель работы:** сформулировать выражения для определения дополнительных вертикальных нормальных напряжений внутри линейно-деформируемого полупространства от нагрузки, распределенной по площади круга, и описать их применение к вычислению напряжений в основаниях свайных фундаментов.

## ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Формула для определения дополнительных вертикальных нормальных напряжений внутри линейно-деформируемого полупространства от нагрузки, распределенной по площади кольца, основана на решении Р. Миндлина и О. Ченя [2], которому соответствует закон (1), и имеет следующий вид [3]

$$\sigma_{z_p, cir} = -\frac{P}{8\pi(1-\mu)} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ - (1-2\mu)(z-c) \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z-c)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}} + \right. \\
& + (1-2\mu)(z+c) \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z+c)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}} - \\
& - 3(z-c)^3 \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z-c)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{5}{2}}} - \\
& - \left\{ 3(3-4\mu)z(z-c)^2 - 3c(z+c)(5z-c) \right\} \times \\
& \times \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z+c)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{5}{2}}} - \\
& \left. - 30cz(z+c)^3 \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z+c)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{7}{2}}} \right\}, \quad (2)
\end{aligned}$$

где  $p$  – равномерно распределенное по площади кольца давление, кПа;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$c, z, b, \rho, \theta, R_1, R_2$  – геометрические параметры задачи, приведенные на рис. 1.

На рис. 1 приведена расчетная схема с обозначениями величин формулы (2) по определению дополнительных вертикальных нормальных напряжений в основании сваи от равномерно-распределенной нагрузки внутри линейно-деформируемого полупространства.

Принимая нижнюю границу интегрирования  $R_1 = 0$  м, получаем выражение для нагрузки, распределенной по площади круга. Тогда решения двойных интегралов зависят от таких параметров:  $R_2, b, z, c$ . Для того, чтобы вычислить значение напряжений по выражению (2), необходимо подставить численные значения этих параметров для рассматриваемой сваи и точки, в которой определяются напряжения  $\sigma_{zp}$ , и выполнить численное интегрирование пяти двойных интегралов, например, методом Симпсона [5].

В качестве примера рассмотрим задачу определения напряжений в заданной точке упругого полупространства от двух свай. На рис. 2

приведена расчетная схема формирования условных фундаментов двух свай.

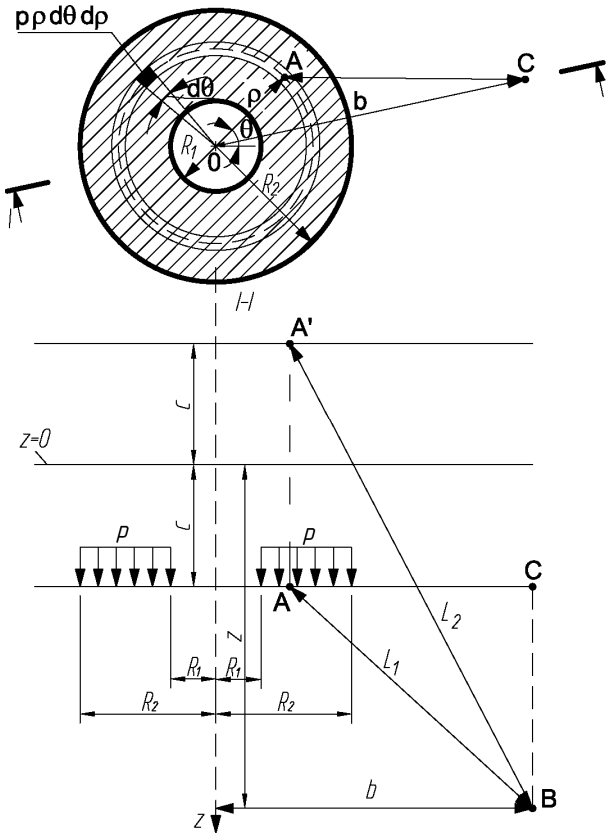


Рис. 1. Схема к определению вертикальных дополнительных напряжений в основании сваи от равномерно-распределенной нагрузки внутри линейно-деформируемого полупространства

Рассматривается случай, когда  $p_1$  и  $p_2$  распределяются по площадям условных фундаментов равномерно. Вертикальные дополнительные напряжения в т. А, только лишь от воздействия сваи 1, можно вычислить, используя следующее выражение:

$$\sigma_{zp,A} = \sigma_{zp,1,A} = -\frac{p_1}{8\pi(1-\mu)} \times \left\{ - (1-2\mu)(z_A - l_1) \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + (z_A - l_1)^2)^{\frac{3}{2}}} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + (1 - 2\mu)(z_A - l_1) \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + (z_A + l_1)^2)^{\frac{3}{2}}} - 3(z_A - l_1)^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + (z_A - l_1)^2)^{\frac{5}{2}}} - \\
& - \left\{ 3(3 - 4\mu)z_A(z_A - l_1)^2 - 3c(z_A + l_1)(5z_A - l_1) \right\} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + (z_A + l_1)^2)^{\frac{5}{2}}} - \\
& - 30l_1z_A(z_A + l_1)^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + (z_A + l_1)^2)^{\frac{7}{2}}} \Bigg\}, \quad (3)
\end{aligned}$$

где  $\sigma_{zp,1,A}$  – вертикальные дополнительные напряжения в т. А от воздействия сваи 1, кПа.

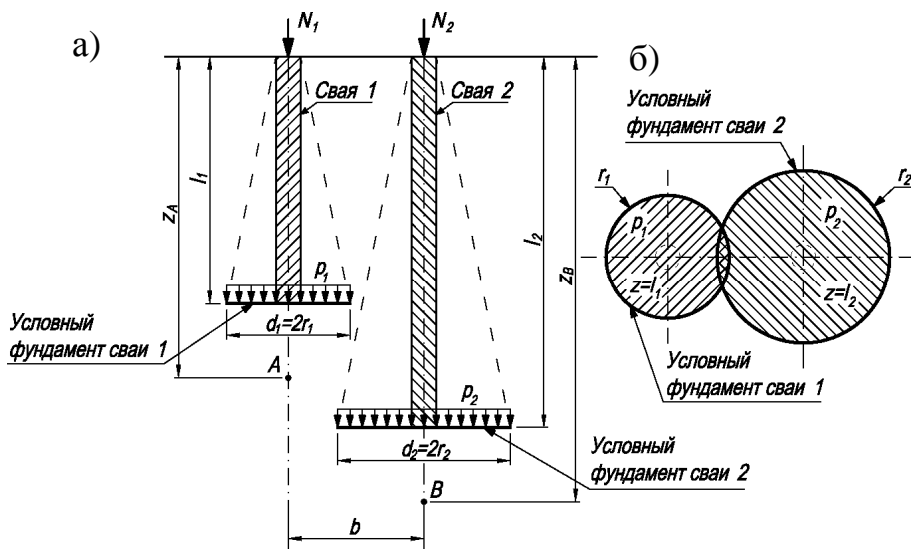


Рис. 2. Схема формирования условных фундаментов двух свай:  
а) разрез; б) план

Полагая, что в т. В напряжения формируются как от воздействия сваи 2, так и от воздействия сваи 1, запишем следующее выражение

$$\sigma_{zp,B} = \sigma_{zp,1,B} + \sigma_{zp,2,B}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{zp,1,B}$  и  $\sigma_{zp,2,B}$  – вертикальные дополнительные напряжения в т. В от, воздействия, соответственно, сваи 1 и сваи 2, определяемые по выражениям:

$$\begin{aligned} \sigma_{zp,1,B} = & -\frac{P_1}{8\pi(1-\mu)} \times \\ & \times \left\{ -(1-2\mu)(z_A - l_1) \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z_A - l_1)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}} + \right. \\ & + (1-2\mu)(z_A - l_1) \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z_A + l_1)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}} - \\ & - 3(z_A - l_1)^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z_A - l_1)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{5}{2}}} - \\ & - \left\{ 3(3-4\mu)z_A(z_A - l_1)^2 - 3l_1(z_A + l_1)(5z_A - l_1) \right\} \times \\ & \times \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z_A + l_1)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{5}{2}}} - \\ & \left. - 30l_1z_A(z_A + l_1)^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + b^2 + (z_A + l_1)^2 - 2b\rho \cos \theta\right)^{\frac{7}{2}}} \right\}; \\ \sigma_{zp,2,B} = & -\frac{P_2}{8\pi(1-\mu)} \left\{ -(1-2\mu)(z_B - l_2) \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + (z_B - l_2)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \right. \\ & + (1-2\mu)(z_B - l_2) \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + (z_B + l_2)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \\ & - 3(z_B - l_2)^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + (z_B - l_2)^2\right)^{\frac{5}{2}}} - \\ & \left. - \left\{ 3(3-4\mu)z_B(z_B - l_2)^2 - 3l_2(z_B + l_2)(5z_B - l_2) \right\} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{\left(\rho^2 + (z_B + l_2)^2\right)^{\frac{5}{2}}} - \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left. -30l_2 z_B (z_B + l_2)^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + (z_B + l_2)^2)^{\frac{7}{2}}} \right\}.$$

Для диапазона нагрузок на сваи, при котором основание имеет линейный характер деформирования, при определении осадок свай можно пользоваться выражением (Д.1) ДБН [4], подставляя вместо  $\sigma_{zp,i}$  величины напряжений вычисленные по (3) и (4).

## ВЫВОДЫ

1. Сформулировано выражение, для определения дополнительных вертикальных нормальных напряжений внутри линейно-деформируемого полупространства от нагрузки, равномерно-распределенной по площади круга.
2. Описан принцип применения данного выражения на примере двух свай разной длины, который может быть распространен на любое конечное число свай.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Том 1. Общие зависимости и напряженное состояние оснований сооружений / Флорин В.А. – ЛМ. : Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1959. – 360 с."
2. Миндлин Р. Сосредоточенная сила в упругом полупространстве / Р. Миндлин, О. Чень // Механика: сборник сокращенных переводов иностранной периодической литературы. – 1952. – № 4/14. – С. 1-10.
3. Червинський О.Я. Осадки буронабивних та буроін'єкційних паль при дії вертикальних стискаючих навантажень : дис. ... канд. техн. наук: 02.23.02 / Червинський Олександр Якович. – К., 2009. – 155 с.
4. Основи та фундаменти споруд. Основні положення проектування : ДБН В.2.1-10-2009. – [Чинний від 2009-07-01]. – К. : Мінрегіонбуд України, 2009. – 104 с.
5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / Марк Яковлевич Выгодский – М. : Наука, 1965. – 872 с.

Статья поступила в редакцию 04.10.2013 г.