

ЗОНЫ СГУЩЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ НА СПЕКТРАХ БАЛОК, РАМ И ФЕРМ С ОДНОТИПНЫМИ ПАРЦИАЛЬНЫМИ ПОДСИСТЕМАМИ В МОДЕЛЯХ

Кулябко В.В., Ярошенко Д.С.

ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»

Нечитайло А.Е.

ГВУЗ «Национальный горный университет»
г. Днепропетровск, Украина

АНОТАЦИЯ: Порівнюються частотні спектри двох десятків моделей балок, рам і ферм, складених однотипними стержнями. Закономірності утворення зон згущення частот, їх зв'язок із парціальними підсистемами, видом вузлів і моделей дозволяють передбачати небезпечні резонансні явища, підвищувати якість демпфірування коливань, сеймопаспортизації і моніторингу споруд.

АННОТАЦИЯ: Сравняются частотные спектры двух десятков моделей балок, рам и ферм, составленных однотипными стержнями. Закономерности образования зон сгущения частот, их связь с парциальными подсистемами, видом узлов и моделей позволяют предвидеть опасные резонансные явления, повышать качество демпфирования колебаний, сеймопаспортизации и мониторинга сооружений.

ABSTRACT: Frequency ranges of two tens models of the beams, frames and trusses made by the same shafts are compared. Regularities of formation of zones of a condensation of frequencies, their communication with partial sub-systems, a type of knots and models allow to expect the dangerous resonant phenomena, to increase quality of vibration damping, seismocertification and monitoring of constructions.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: балки, рамы, фермы, частотные спектры, зоны сгущения, парциальные подсистемы, сейсмодинамическая паспортизация.

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сейсмостойкость зданий и сооружений во многом зависит от трёх факторов:

- 1) от структуры, частотного состава, мощности **возмущающих** нагрузок,
- 2) от **диссипативных** свойств сооружения и наличия эффективных демпфирующих устройств, гасителей колебаний, сейсмоизоляторов и т.п.,
- 3) от **собственных** частотных характеристик сооружения (его несущих конструкций и смежных сред).

Оставим проблемы **1-го фактора** «на растерзание» *сейсмологам*, а по состоянию «вечных» проблем **2-го фактора** сошлемся на обширные обзоры и современные исследования (в линейных и нелинейных постановках) в работах [1-3]. Безусловно, оба эти фактора являются сегодня актуальными и сложными задачами механики. Строители должны помнить ходовое среди сейсмологов выражение “**Не землетрясения убивают людей, а здания**” и терпеливо рассматривать **все альтернативные** пути повышения сейсмостойкости сооружений в расчетах, конструировании, обследовании и мониторинге. Это – актуально! Особая **важность 3-го фактора** видна из того, что спектральная плотность «выхода» (на пример, динамических **напряжений** в конструкции или **ускорений** на рабочих местах) зависит не только от «входа» (1-й фактор), но и от **квадрата (!)** частотной характеристики, на которую оказывают основное влияние 2-й и 3-й факторы!

Поэтому в данной статье представлены результаты исследований собственных **частотных спектров**, полученных при помощи МКЭ на основании модального анализа двух десятков моделей различных конструкций. Заметим, что спектры являются основой для составления во времени таких динамических **паспортов: теоретических** (в рабочем проекте), **первичных** (при сдаче в эксплуатацию) и **текущих** (по графику, либо после повреждений, реконструкций, опасных событий – в частности, при изменениях, например, **сейсмодинамических** условий). Целесообразно эти паспорта вместе с расчетными схемами и программами расстановки датчиков при испытаниях включать в **базу данных мониторинга** и хранить в региональном архиве в составе обязательной текущей исполнительной и эксплуатационной документации сооружения (в этой технологии определённые подвижки есть у учёных Запорожья, Киева и др.).

Авторы сочли актуальным следовать известным идеям и результатам по собственным колебаниям стержневых конструкций С.П. Тимошенко и др. И поставили в качестве **целей:** исследование влияния на спектры и на характер **зон сгущения** собственных частот, во-первых, - видов и структур динамических моделей, близких к обычным континуальным

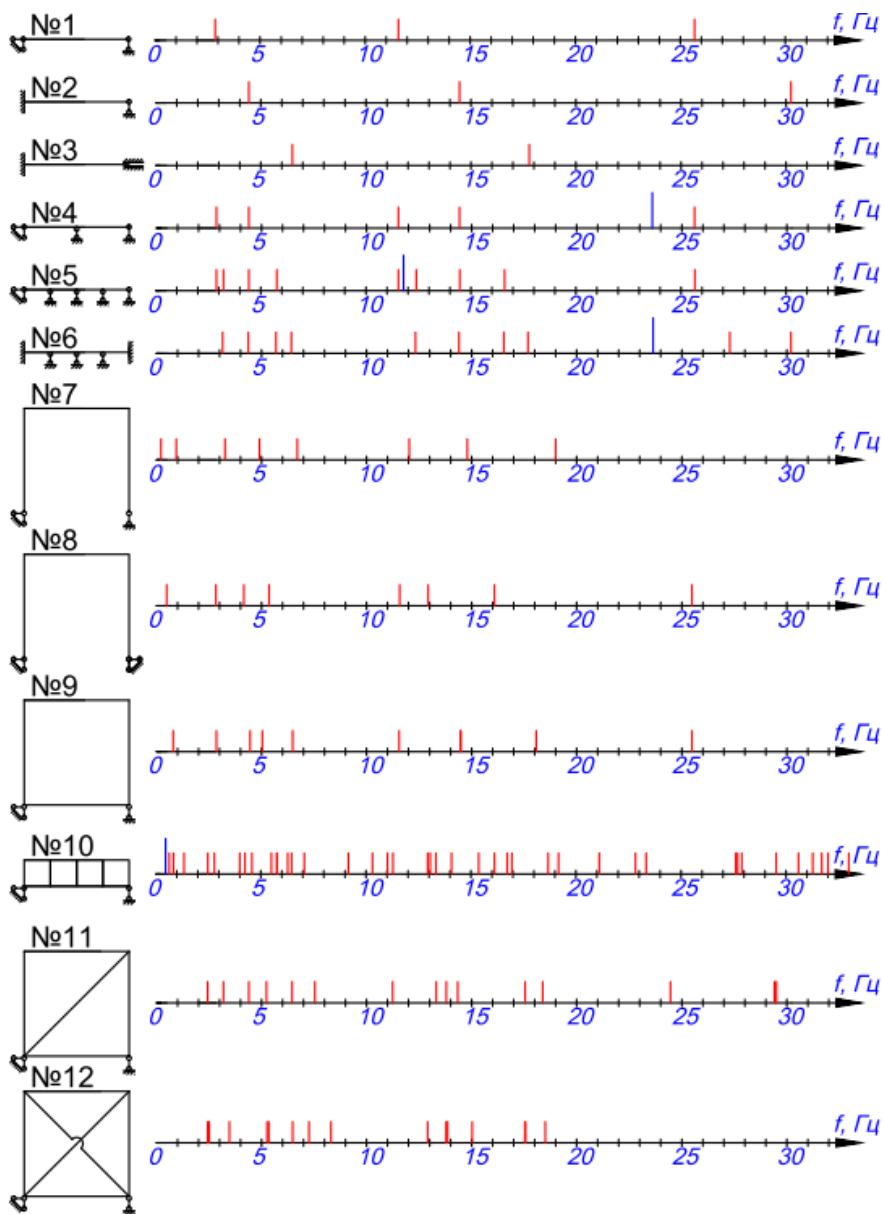


Рис. 1. Спектры балок №№1-6а и рам №№ 7-12

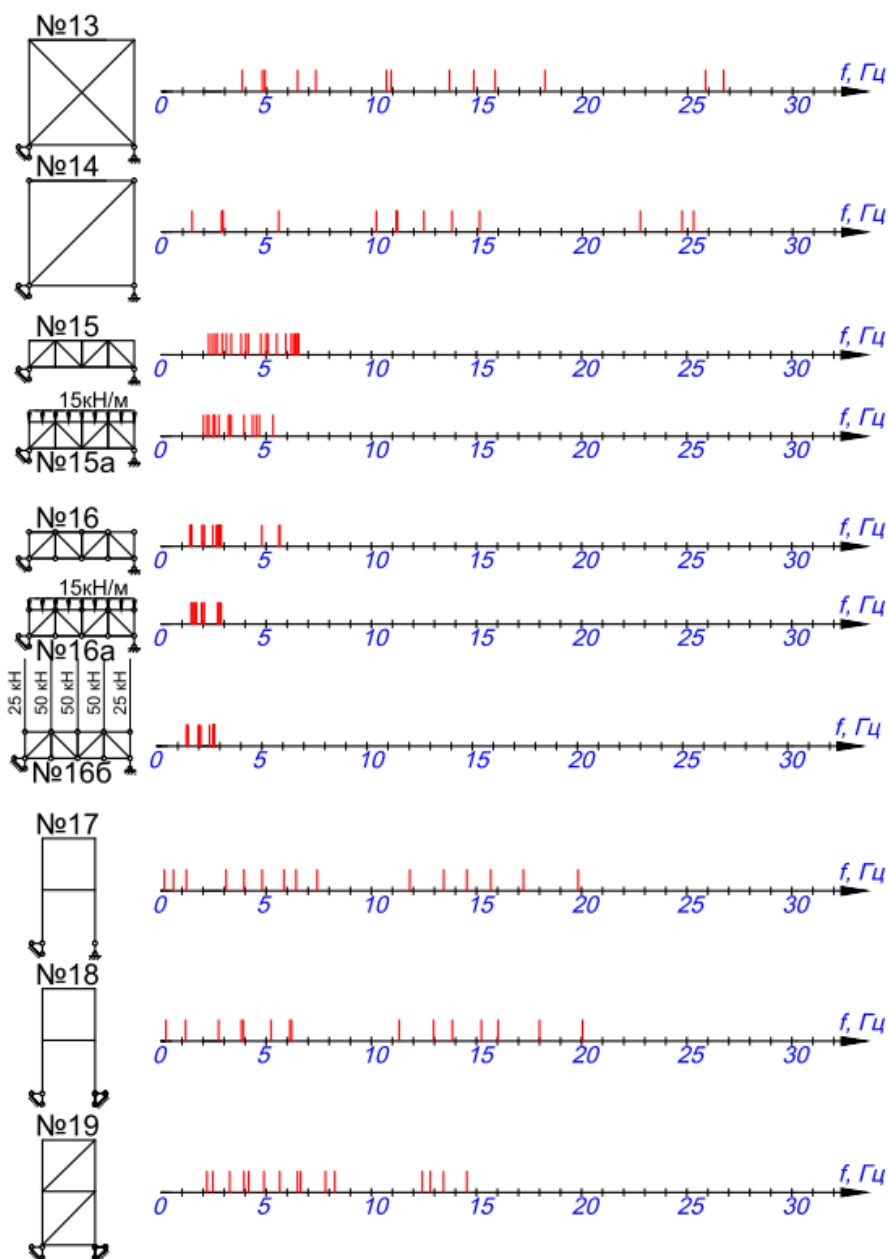


Рис. 2. Спектры рам №№ 13, 14, 17, 18 и ферм 15, 16, 19

инженерным конструкциям; а, во-вторых, - влияния **парциальных** подсистем (см. трактовки термина у академика В.А. Лазаряна, а также «диаграммы Вина», см. 1 т. в бт. «Вибрации в технике»).

В качестве динамических моделей сооружений авторы приняли: простые и неразрезные **балки**, однопролетные **фермы**, различные **рамы** (рис. 1 и 2).

«Построим» эти плоские стержневые модели для сопоставимости как бы **из элементов однотипных размеров**. Принимается основной элемент в виде стальной трубы 146 x 4,5 мм **длиной 5 м** (при устройстве более длинных раскосов углы их **наклона 45°**) с погонной **массой** (суммарной: трубы и смежных конструкций стен, перекрытий и т.п. при шаге труб 3...4 м) около 500 кг/пог. м и гибкостью около 100.

В линейных расчетах используем МКЭ и разбивку «почти континуальной модели» такого элемента на 10 (в наклонных - 14) конечных элементов (чтобы не потерять информацию о собственных формах парциальных подсистем-стержней с одной-двумя полуволнами). Причем, анализируем в данном виде сооружений, в основном, собственные изгибные (поперечные) колебания оси балки без учета трения в системах и без учета так называемых «вутов» и «жестких вставок» (повышения жесткости стержней вблизи узла). Анализ величин нормальных напряжений, перемещений здесь не принципиален и будет сделан в докладе отдельно.

ОСОБЕННОСТИ ЧАСТОТНЫХ СПЕКТРОВ БАЛОЧНЫХ СИСТЕМ. МОДЕЛИ 1-6

Однопролётные балочные **модели 1, 2 и 3** (рис. 1) тестировались по известным аналитическим решениям для континуальных стержневых систем:

$$f_i = \frac{i^2 \pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad (1)$$

и дали для линейной частоты f_i (i – номер формы; m – погонная масса) близкие к точным результаты по трём нижшим поперечным (изгибным) собственным формам колебаний. Обратим внимание на классические соотношения частот этих форм: для шарнирно опёртой балки 1:4:9, а защемлённой с двух сторон 1:2,76:5,39. Промежуточный вариант модели 2 дает 1:3,25:6,73. Ввод в систему каждой дополнительной внешней связи, в соответствии с известной теоремой теории колебаний, повышает частоты (для низшей частоты моделей 1-2-3: 2,86 Гц – 4,46 Гц – 6,47 Гц, т.е. в пропорции 1:1,56:2,26), но и снижает темп нарастания частот в масштабе собственного спектра.

Неразрезные многопролетные балки имеют характерные зоны сгущения, связанные с количеством пролётов (в каждой зоне число частот одинаково и равно числу пролётов балки), с близостью частот собственных форм, однотипных по количеству узлов колебаний в пролёте, и с ограничениями соответствующих «предельных» частот моделей 1 и 3. В каждой следующей зоне сгущения парциальный стержневой элемент добавляет в пролёте один узел колебаний.

Например, для **модели 4** двухпролетной балки в 1-й зоне сгущения находятся две собственные формы (с частотами 2,86 и 4,46 Гц), которые не имеют узлов колебаний между опорами. В формах 2-й зоны (11,42 и 14,45 Гц) появляется в каждом пролёте один такой узел колебаний, в формах 3-й зоны (начинается с частоты 25,68 Гц) – два узла и т.д.

Добавление к модели 4 ещё таких же двух пролетов (модель 5 балки с четырьмя пролетами) приводит к спектру 2,86-3,33-4,46-5,76 Гц в 1-й зоне сгущения частот форм изгибных колебаний и 11,42-12,39-14,45-16,67 Гц во 2-й зоне. Частоты 1 и 3 форм совпадают с 1-й зоной частот двухпролётной балки модели 4, а 5 и 7 изгибных форм модели 5 – со 2-й зоной модели 4.

Интересно, что на частоте 23,7 Гц в модели 4 и 11,85 Гц в модели 5 проявилась низшая частота основного тона **продольных** колебаний балки (на спектрах эти частоты показаны удлиненной линией). В моделях 4 и 5 у конструкции – стержня закреплен один (левый конец); если четырехпролетную балку закрепить и в правой опоре, то частота вырастет в два раза (по сравнению с №5) до 23,7 Гц. Это важно для расчетов опорных устройств и деформационных швов протяженных сооружений. Оказывается, что в таких объектах (мосты, подкрановые балки, диски температурных блоков покрытий и перекрытий), подвергающихся динамическим нагрузкам, не следует ограничиваться изучением поперечных (изгибных) и стандартных «квазистатических» температурных деформаций. Для изучения (а, возможно, и исключения) резонансных явлений при динамических плоских и пространственных перемещениях следует включать анализ и продольных форм собственных колебаний. Если температурный блок сооружения типа модели 5 удлинять в несколько раз «вправо», то частоты собственных продольных колебаний станут сопоставимыми с изгибными формами 1-й зоны сгущения (а, возможно, и ниже их), что следует учитывать проектировщику опор и швов сооружения при их расчетах на разнообразные вынужденные колебания.

Устранение на неразрезной балке шарниров крайних опор модели 6 (по сравнению с 5, два шарнира заменили защемлениями) приводит к 1-й зоне сгущения на частотах: 3,33-4,46-5,76-6,4 Гц; 2-й: 12,39-14,45-16,67-17,84 Гц и 3-й: 27,12-30,13-33,29-34,92 Гц. Как видим, большинство частот не изменилось, только снизилась на 16% частота низшей формы изгибных

колебаний: частота 2,86 Гц как бы исчезла из 1-й зоны и после трёх совпадающих частот в этой зоне добавилась новая форма с частотой 6,47 Гц.

ПОИСК В СПЕКТРАХ РАМНЫХ СИСТЕМ И ФЕРМ ВЛИЯНИЯ «СКРЫТЫХ ЛОМАННЫХ БАЛОЧНЫХ ПОДСИСТЕМ» С РАЗЛИЧНЫМИ УЗЛАМИ. МОДЕЛИ 7-14, 15-16, 17-18

Образуем из тех же однотипных элементов **П-образную одноэтажную однопролётную статически определимую раму** (5x5 м, модель 7). В собственной форме, имеющей низшую частоту (0,22 Гц), все сечения и массы движутся в одной фазе, узлов колебаний нет, а наибольшее перемещение – нижнего конца правой изгибаемой стойки (на шарнирно подвижной опоре). В следующей, 2-й, форме (0,92 Гц) на этой стойке появляется узел колебаний, наибольшее перемещение – там же, но оно – в противофазе с верхним сечением этой стойки и со всеми остальными массами рамы. И 3-я форма (3,24 Гц) похожа на 2-ю, только более активными стали безузловые изгибные перемещения ригеля и левой стойки – приближение к «балочной 1-й зоне сгущения». Аналогична ей и 4-я форма (4,91 Гц), но на правой стойке наблюдаются уже два узла колебаний. В 5-й форме (6,73 Гц) нет активного изгиба, но зато в 6-й (12,05 Гц) и 7-й (14,79 Гц) – видна «попытка рамы» проявить формы из 2-й зоны сгущения, с узлом на каждом элементе.

Установка **дополнительной горизонтальной опорной связи на шарнирно подвижной опоре** (правой - на рассмотренной выше П-образной раме модели 7) превращает систему, **модель 8**, в статически («один раз») **неопределимую**. Причём, такая рама из трёх элементов ведёт себя почти как трёхпролётная балка, но с двумя немного смещаемыми (верхними у рамы) узлами – взаимными опорами стержней! Активное горизонтальное смещение ригеля при очень слабом изгибе теперь происходит на 1-й форме с более высокой (чем у модели 7) частотой 0,42 Гц. А 2-я форма рамы 8 (2,85 Гц) соответствует активному изгибу всех стержней без узлов колебаний – это явная 1-я зона сгущения, как в 3-х пролётной неразрезной балке. В неё входят и 3-я, и 4-я формы с частотами того же порядка (4,28 и 5,32 Гц). Затем настает черёд 3-й «условно балочной» зоны сгущения: 5-я, 6-я и 7-я собственные формы с одним узлом колебаний рамы 8 имеют 11,64-12,96-16,12 Гц. Наконец, 3-ю зону в раме 8 «открывает» 8-я форма (25,40 Гц; напомним, что в балках с 2 и 4 пролётами было 25,68 Гц!) с двумя узлами на изгибных деформациях каждого элемента рамы.

Образуем далее из модели 8 **замкнутый рамный контур 9**, соединив нижние части стоек стержнем с жесткими узлами. Он имеет $ССН=4$, включая одну внешнюю «лишнюю» связь и три – внутренние связи. Расчеты показали чёткую аналогию частотного спектра такого рамного контура

9 с 4-х пролётной балкой модели 6. Исключением явилась низшая форма (0,76 Гц) с поступательным смещением ригеля. Далее расположились все изгибные формы зон сгущения рамы: **2,85 Гц** (начало 1-й зоны условной балки, без узла колебаний в пролете) – 4,45-5,03-6,44 Гц; **11,58 Гц** (начало 2-й зоны, с 1 узлом) – 14,34-14,37-18,10 Гц; **25,39 Гц** (начало 3-й зоны, с 2 узлами колебаний на каждом стержне) и т.д.

Наконец, «построим» из контура 9 **безраскосную ферму или Балку Виренделя 10**. Она 12 раз «внутренне» статически неопределима и имеет 4 смежных контура типа рам 9. Вначале проявляются три тона изгибных колебаний **всей Балки Виренделя** как простой балки (0,37-0,84-1,35 Гц) с вертикально поступательными без изгиба смещениями стоек, причем среди них есть и форма на 0,65 Гц, которая, наоборот, соответствует, как и в контуре 9, только горизонтально-поступательному движению верхнего пояса. Далее с частоты формы №5 2,51 Гц «открывается» 1-я зона сгущения «парадом» изгибных безузловых (на пролёте стержня) колебаний парциальных подсистем, соединяющих в условные неразрезные балки-рамы, во-первых, все 13 стержней, а, во-вторых, ещё некоторые (**комбинаторные**) сочетания «увеличенных до двух-трёх стержней особых новых парциальных подсистем». Почти полная аналогия с зонами сгущения неразрезных балок 1-6 видна и в рамах 7-10. Но, если в автономном рамном контуре модели 9 границы 1-й зоны из условных четырёх форм были от 2,85 Гц до 6,44 Гц (там влияло смещение верхнего ригеля по горизонтали), то в **балке-ферме 10** таких «влияний» ещё больше, условные границы 1-й зоны с 1 узлом: 2,51 Гц (5-я форма, после балочного изгиба всего пролета) – 7,16 Гц (17-я форма!). Узел колебаний в «пролётах парциальных стержней» активно проявился в стойках и поясах на 9,12 (18-я) – выше 18 Гц (более 31-й формы). Обратим внимание на примерное равенство и здесь количества частот в зоне сгущений и количества основных стержней с жесткой связью между собой.

Для анализа **моделей 11-14 рам с диагональными связями-раскосами** вернёмся к контуру 9 и рассмотрим влияние установки в нём диагональных связей (раскосов – при той же трубе и погонной массе, хотя гибкость диагонали при таких условиях и повысится примерно до 140). **Модель 11** можно трактовать как **два смежных замкнутых контура треугольного типа** – исключились смещения ригеля по горизонтали (в модели 9 была частота 1-й формы 0,76 Гц), но проявился прежде всего изгиб гибкой диагонали 2,44 Гц. А затем следуют со 2-й формы (3,22 Гц) – формы изгиба внешнего периметра – 1-й зоны сгущения без узла колебаний в пролете: 4,42-5,25-6,44 Гц. Вторая зона сгущения (с 1 узлом) начинается с формы №6 на частоте 7,62 Гц. Третья с №13 (с 2 узлами) на частоте 24,41 Гц и т.д.

Наконец, в модели 14 все узлы условно сделаны, как раньше любители расчетчики «вручную» ферм, - шарнирными. Сравнение результатов 11 и 14 моделей показало, что в шарнирной конструкции эффект зон сгущения от неразрезности исчез, но появляются поочередно все классические балочные три формы на каждом стержне, начиная с самого гибкого – раскоса: 1,43 Гц, а далее все 4 стержня «показывают» основной тон изгиба на 2,83-2,85 Гц. На втором тоне эти цифры увеличились до 5,67 (раскос) и 10,25-11,38 Гц (ортогональные элементы).

Сравнение 11 и 14 схем начнём с анализа спектра шарнирной схемы 14: сначала практически автономно проявляется изгиб основного тона диагонального раскоса (1,43 Гц). Его 2-я форма изгибных колебаний имеет частоту 5,67 Гц (на 6-м месте в спектре), 3-я 12,45 на 11-м, 4-я 22,73 – на 13-м. Соотношение 1:3,96:8,7:15,9 - весьма близко к балочному 1:4:9:16, возможно слабое влияние упругого закрепления условных опорных шарниров раскоса, разбивки на 10 участков КЭ и т.п. И между этими «реперными» точками спектра и расположились зоны сгущения изгибных колебаний ортогональных элементов контура шарнирной рамы. Первая зона (без узлов колебаний): 2,83-2,84-2,85-2,85 Гц, их четыре, т.к. в условной балке-периметре 4 «пролёта», и они почти одинаковы, автономны. Вторая (с 1 узлом): 10,25-11,25-11,32-11,38 Гц. Третья зона (с 2 узлами): 24,75-25,27- и т.д. И здесь соотношение частот близко к идеальному балочному.

Важно отметить, что часто применяемые при расчете, например, ферм на прочность «шарнирные упрощения» могут в динамических расчетах внести большую ошибку, в данной раме **низшая частота понизилась в схеме 14 по сравнению с 11-й в 1,7 раза!** И вся первая зона сгущения в жесткой раме имеет частоты примерно в 2 раза выше, чем в шарнирной. При расчетах на динамическую гармоническую загрузку это может изменить условные амплитуды напряжений и ускорений в десятки раз, привести к аварийным резонансным режимам (в примере – к разрушению раскоса, со снижением жесткости рамы и колебаниям ригеля по горизонтали на низкой частоте 0,76 Гц, см. схему 9).

Модели ферм 15-16. «Добавим» в балку Виренделя 10 восходящие опорные раскосы: модели 15 (с жесткими узлами, «рамная ферма») и модели 16 (со всеми шарнирными узлами, «шарнирная ферма»). Модели 15а и 16а имеют дополнительную массу 15кН/м на верхнем поясе (на 16б – она сосредоточена в узлах фермы). **Рамы 17-18-19** имеют особенности, аналогичные рамам 7-8-11.

ВЫВОДЫ

В работе показано, что известные в балочных конструкциях **зоны сгущения** собственных частот характерных однотипных форм колебаний проявляются также ярко и в частотных спектрах рам и ферм, располагаясь

между частотами основных характерных форм конкретной конструкции. Они связаны со свойствами простейших конструктивных элементов моделей - **парциальных** подсистем. Все формы колебаний, расположенные в k -й зоне сгущения, имеют на своих как бы балочно-неразрезных последовательно расположенных (условно парциальных) элементах количество узлов колебаний, равное $(k - 1)$. Найденные здесь особенности и закономерности позволяют при *проектировании* сооружений предупреждать опасные **резонансные** явления, точнее определяя места **установки демпфирующих устройств и их рациональные параметры**. При вибродинамических *обследованиях, испытаниях и мониторинге* – составлять динамические, виброэкологические и сейсмодинамические паспорта, а также более точно создавать и обосновывать схемы минимально необходимой расстановки датчиков. Необходимы серьёзные работы по созданию, например, инженерных пособий типа «Атласа основных динамических характеристик зданий и сооружений», «Методики проектирования сейсмостойких сооружений с демпфирующими устройствами и расчетом нелинейных напряжений и ускорений в конструкциях» и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование зданий с заданным уровнем обеспечения сейсмостойкости / [Немчинов Ю.И., Марьенков Н.Г., Хавкин А.К., Бабик К.Н.]. - К.: Гудименко С.В., 2012. – 384 с.
2. Егупов К.В. Сейсмостойкость железобетонных каркасных зданий и сооружений: автореф. дис. на соискание ученой степени докт. техн. наук / К.В. Егупов, 2012. - 37 с.
3. Ярошенко Д.С. Разработка схем и способов расчета нелинейного динамического взаимодействия сооружений рамного типа с демпфирующими устройствами: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук / Д.С. Ярошенко, 2014. - 22 с.

REFERENCES

1. The designing buildings with a predetermined level to ensure seismic stability / [Nemtchinov Y.I., Maryenkov N.G., Khavkin A.K., Babik K.N.]. - K.: Gudimenko S.V., 2012. – 384 p.
2. Yegupov K.V. Seismic design of frame worker in force-concrete building and constructions: avtoref. dis. on the competition of graduate degree of dokt. tekhn. sciences, 2012. - 37 p.
3. Yaroshenko D.S. Development of schemes and methods of calculating the nonlinear dynamic-interaction of a frame-type structures with damping devices: avtoref. dis. on the competition of graduate degree of dokt. tekhn. sciences, 2014. - 22 p.

Статья поступила в редакцию 07.08.2015 г.