УДК 620.193.4:624.012.45

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МНОГОЭТАЖНЫХ МНОГОПРОЛЕТНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА

Фомин В.М.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры
г. Одесса, Украина

АНОТАЦІЯ: Запропоновано алгоритм дослідження поведінки багатоповерхової багатопролітної залізобетонної рами під дією динамічних сил, зокрема, сейсмічних, при врахуванні нелінійних пружних і пластичних властивостей бетону. Алгоритм може бути застосований до розрахунку залізобетонних каркасних будівель на сейсмічні впливи при використанні акселерограм землетрусів.

АННОТАЦИЯ: Предложен алгоритм исследования поведения многоэтажной многопролетной железобетонной рамы под действием динамических воздействий, в частности, сейсмических, при учете нелинейных упругих и пластических свойств бетона. Алгоритм может быть применен к расчету железобетонных каркасных зданий на сейсмические воздействия при использовании акселерограмм землетрясений.

ABSTRACT: The research algorithm of behavior of multistory multispan reinforced concrete frames under dynamic impact, in particular, seismic, with taking into account nonlinear elastic and plastic properties of concrete, is proposed. The algorithm can be applied to design of reinforced concrete frame buildings under seismic impact using earthquake axelerograms.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: многоэтажные многопролетные железобетонные рамы, пластические свойства бетона, метод граничных элементов.

Одним из важных требований к расчетным моделям сооружений является учет физической и геометрической нелинейностей, а также пластических и реологических свойств материалов [1]. При исследовании поведения железобетонных каркасных зданий при сильных сейсмических воздействиях необходимо учитывать указанные выше факторы. Применение метода конечных элементов в таких случаях, как правило, приводит к решению систем с большим числом неизвестных из-за сложности напряженно-деформированного состояния элементов конструкции и различных упругих и прочностных свойств бетона в растянутых и сжатых зонах, а также при нагружении и разгрузке [2, 3]. Если же свести решение указанной проблемы к исследованию упрощенных моделей − консолей с одной или несколькими сосредоточенными массами, то такой подход может привести к искажению картины поведения конструкции. Поэтому логичной является попытка использования альтернативных методов − например, метода граничных элементов.

Для построения алгоритма, связанного с этим методом, необходимо наличие дифференциального уравнения изгиба железобетонной балки с учетом нелинейно-упругих и пластических (т.е. связанных с появлением и накоплением остаточных деформаций) свойств бетона. В работе [4] на основе теории конечных деформаций, а также теории пластического течения с упрочнением [5 - 7] такое уравнение для плоского изгиба железобетонной балки было построено. В статьях [8, 9] это уравнение было использовано для построения алгоритма метода граничных элементов для решения задач статики и динамики железобетонных рам.

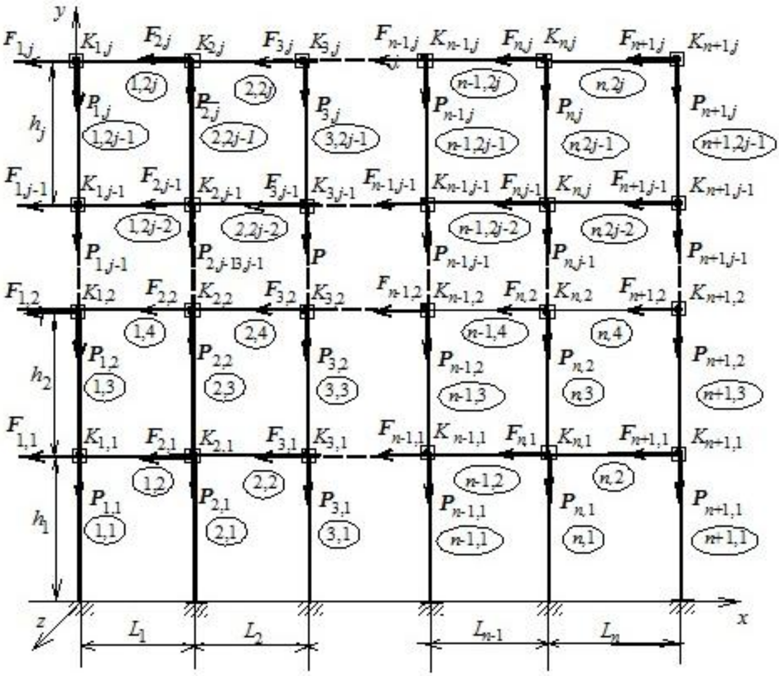

Рис. 1.

В статье [10] были рассмотрены квазистатические задачи для плоских многопролетных многоэтажных рам. В настоящей работе предлагается методика решения динамических задач для таких рам. Будем исследовать движение многопролетной многоэтажной железобетонной рамы под действием системы сосредоточенных переменных сил. При этом предполагается, что масса рамы сосредоточена в системе материальных точек, а переменные силы - $\boldsymbol{F}_{k,i}$,$\boldsymbol{P}_{k,i}$ (k = 1,2,…,n + 1; i = 1,2,…,j) (n – число пролетов рамы, j – число этажей) - горизонтальные $\boldsymbol{F}_k(t)$ и вертикальные $\boldsymbol{P}_k(t)$ (k = 1,2,…,n+1, n — число пролетов) приложены к этим точкам (рис. 1). Подобная задача рассматривалась в [10], однако там предполагалось, что частоты вынуждающих сил гораздо меньше наименьшей частоты собственных колебаний конструкции. В настоящей работе это не предполагается и поэтому необходимо учесть возникающие динамические эффекты.

Как и в [10] будем пренебрегать продольными деформациями стержней и смещениями точек стержней вдоль их первоначальных осей, вызванными искривлением этих осей. Тогда материальные точки, находящиеся на одном ригеле, будут двигаться синхронно по горизонтали как одна материальная точка (обозначим ее $K_{0,i}$) с суммарной массой $M_i = \sum\limits_{k=1}^{n+1} m_{k,i}$ (i – номер этажа, $m_{k,I}$ – масса точки $K_{k,i}$). Составляя систему основных уравнений динамики для точек $K_{0,i}$ (i = 1,2,3,..,j), получаем

$$M_i \hat{\Delta}\boldsymbol{a}_i = \hat{\Delta}\boldsymbol{F}_i + \hat{\Delta}\boldsymbol{P}_i + \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{H,i} + \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{V,i} \; (i = 1,2,\ldots,j). \tag{1}$$

Здесь

$$\hat{\Delta}\boldsymbol{F}_i = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\boldsymbol{F}_{k,i}, \hat{\Delta}\boldsymbol{P}_i = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\boldsymbol{P}_{k,i}, \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{H,i} = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{H,k,i}, \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{V,i} = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{V,k,i}$$

($\hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{H,k,i}$ и $\hat{\Delta}\boldsymbol{R}_{V,k,i}$ - горизонтальная и вертикальная составляющие реакции рамы, действующей на точку $K_{k,i}$).

Проектируя (1) на ось x глобальной системы координат, получим

$$\boldsymbol{M}\hat{\Delta}\boldsymbol{a} = \hat{\Delta}\boldsymbol{F} + \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_H, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \ldots & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 \ldots & M_j \end{bmatrix}, \hat{\Delta}\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \hat{\Delta}a_1 \\ \hat{\Delta}a_2 \\ \ldots\ldots \\ \hat{\Delta}a_j \end{bmatrix}, \hat{\Delta}\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \hat{\Delta}F_1 \\ \hat{\Delta}F_2 \\ \ldots\ldots \\ \hat{\Delta}F_j \end{bmatrix}, \hat{\Delta}\boldsymbol{R}_H = \begin{bmatrix} \hat{\Delta}R_{H,1} \\ \hat{\Delta}R_{H,2} \\ \ldots\ldots \\ \hat{\Delta}R_{H,j} \end{bmatrix}.$$

На основании метода линейных ускорений [11] имеем

$$\hat{\Delta}\boldsymbol{a} = \frac{6}{(\hat{\Delta}t)^2}[\hat{\Delta}\boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}\hat{\Delta}t - \frac{1}{2}\boldsymbol{a}(\hat{\Delta}t)^2]. \tag{3}$$

Здесь $\hat{\Delta}t$ - приращение времени (в соответствии с методом Вильсона $\hat{\Delta}t = \theta\Delta t$, $\theta > 1$ — скалярный множитель, Δt — временной шаг), $\hat{\Delta}\boldsymbol{v}$ — вектор-столбец, элементами которого являются приращения перемещений точек $K_{0,i}$ (i = 1,2,3,..,j), $\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{a}$ — вектора-столбцы, элементы которых скорости и ускорения этих точек, определенные на предыдущем шаге. Заметим, что приращения $\hat{\Delta}\boldsymbol{v}, \hat{\Delta}\boldsymbol{a}, \hat{\Delta}\boldsymbol{F}$ и $\hat{\Delta}\boldsymbol{R}_H$ соответствуют промежутку времени $\hat{\Delta}t$.

Найдем зависимость между $\hat{\Delta}\boldsymbol{R}_H$ и $\hat{\Delta}\boldsymbol{v}$. Для этого, используя алгоритм, изложенный в [10], определяем матрицу $\boldsymbol{Y}$, столбцами которой являются векторы-столбцы приращений перемещений точек $K_{0,i}$ (i = 1,2,3,..,j), вызванные действием единичного приращения горизонтальной силы, приложенной к точке $K_{0,k}$ (k = 1,2,3,..,j). Очевидно, для вектора-столбца $\hat{\Delta}\boldsymbol{F}_{stat}$ произвольных приращений суммарных горизонтальных сил, действующих на $K_{0,i}$ (i = 1,2,3,..,j), будем иметь

$$\hat{\Delta}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{Y}\,\hat{\Delta}\boldsymbol{F}_{stat}, \tag{4}$$

а, следовательно,

$$\hat{\Delta}\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{Y}\,\hat{\Delta}\boldsymbol{R}_H\,. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (3), а затем (3) в (2), получаем

$$\hat{\Delta}\boldsymbol{R} = -[\boldsymbol{I} + \frac{6}{(\hat{\Delta}t)^2}\boldsymbol{MY}]^{-1}\{\frac{6}{(\hat{\Delta}t)^2}\boldsymbol{M}[\boldsymbol{V}\hat{\Delta}t + \boldsymbol{a}\frac{(\hat{\Delta}t)^2}{2}] + \hat{\Delta}\boldsymbol{F}\}. \tag{6}$$

Определив $\hat{\Delta}\boldsymbol{R}$, находим из (5) и (3) $\hat{\Delta}\boldsymbol{v}$ и $\hat{\Delta}\boldsymbol{a}$, а затем из формул [2]

$$\Delta\boldsymbol{a} = \hat{\Delta}\boldsymbol{a}/\theta,\ \Delta\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{a} + \Delta\boldsymbol{a}/2)\Delta t,\ \Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{V}\Delta t + (\boldsymbol{a} + \Delta\boldsymbol{a}/3)(\Delta t)^2/2 \tag{7}$$

находим приращения ускорений, скоростей и перемещений материальных точек, соответствующие промежутку времени Δt. Завершается шаг вычислением новых значений ускорений, скоростей и перемещений:

$$\boldsymbol{a}_{нов} = \boldsymbol{a} + \Delta\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{V}_{нов} = \boldsymbol{V} + \Delta\boldsymbol{V},\ \boldsymbol{v}_{нов} = \boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v}\,. \tag{8}$$

Пример. Исследуем движение двухэтажной двухпролетной железобетонной рамы (рис. 2), вызванное импульсным воздействием. Геометрические параметры, марка бетона и армирование такие же, как и в [10]. Как и в [10] предполагается, что нагружение рамы происходит в два этапа.

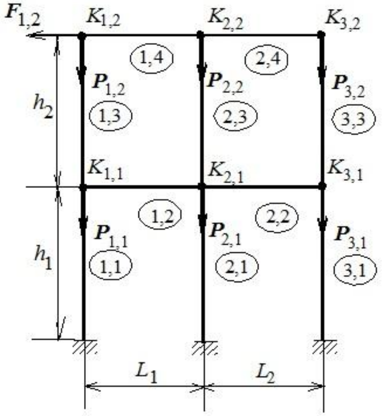

Рис. 2

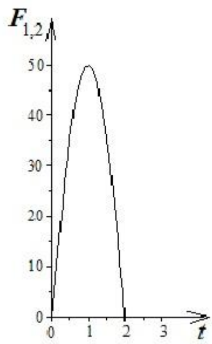

Рис. 3

На первом (предварительном) этапе происходит постепенное увеличение массы грузов (т.е. постепенное увеличение сил тяжести) от нуля до заданного значения. В дальнейшем они остаются неизменными. Затем при t = 0 начинается второй этап: на сосредоточенную массу $K_{1,2}$ воздействует импульс, график которого приведен на рис. 3 ($F_{1,2}$ в *кН*, t в *с*). После окончания действия импульса, продолжительность которого равна 2 *с,* рама с грузами совершает свободные колебания.

Графики движения грузов $K_{1,1}$ (сплошная линия) и $K_{1,2}$ (штриховая линия) представлены на рис. 4. Заметно затухание колебаний.

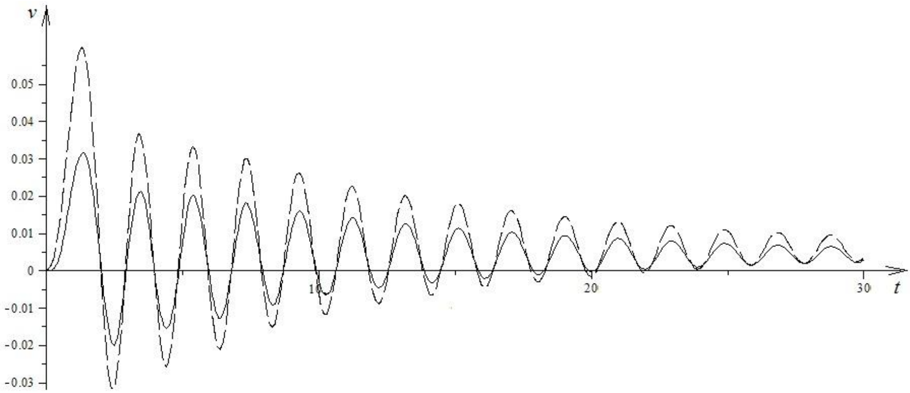

Рис. 4.

Также заметно появление остаточных деформаций, в результате чего при затухании колебаний оси колонн не стремятся к своей первоначальной прямолинейной форме, а остаются изогнутыми.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагается алгоритм, позволяющий применить метод граничных элементов при расчете динамики многопролетной железобетонной рамы с учетом физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Немчинов Ю.И. Сейсмостойкость зданий и сооружений / Немчинов Ю.И. – К., 2008. − 480 с.
2. Гришин А.В. Нелинейные динамические задачи расчета портовых гидротехнических сооружений / Гришин А.В., Федорова Е.Ю. − Одесса: Астропринт, 2001. − 136 с.
3. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных расчетах пространственных железобетонных конструкций / Клованич С.Ф., Безушко Д.И. − Одесса: ОНМУ, 2009. − 89 с.
4. Фомин В.М. Дифференциальное уравнение плоского изгиба железобетонной балки с учетом пластичности бетона при сложном нагружении / Фомин В.М. // Вісник ОДАБА. - Одесса, 2011. - Вып.44. – С. 345−353.
5. Черных К.Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах / Черных К.Ф. − Л.: Машиностроение, 1986. − 336 с.
6. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. − М.: Стройиздат, 1974 − 316 с.
7. Ивлев Д.Д. Теория упрочняющегося пластического тела / Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. - М.: Наука, 1971.- 231 с.
8. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при статических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона / Фомин В.М. // Вісник ОДАБА. – Одесса, 2013. - Вып.49, Ч.2. – С. 239–245.
9. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при динамических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона / Фомин В.М. // Вісник ОДАБА. – Одесса, 2013. - Вып. 50, ч.1. – С. 292-29.
10. Фомин В.М. Нелинейные квазистатические задачи для многоэтажных многопролетных железобетонных рам с учетом пластичности бетона / Фомин В.М. // Вісник ОДАБА. – Одесса, 2015. - Вып.58. – С. 372-381.
11. Клаф Р. Динамика сооружений / Клаф Р., Пензиен Дж. ─ М.: Стройиздат, 1979. ─ 319 с.

REFERENCES

1. Nemchinov Y.I. Seismic reliability of buildings and structures (in russian) / Nemchinov Y.I. – K., 2008. - 480 p.
2. Grishin A.V. Nonlinear dynamical problems in port hydraulic structure design (in russian) /Grishin, A.V. and Fedorova, E.Y. - Odessa: Astroprint, 2001. - 136 p.
3. Klovanich S.F. Finite element method in nonlinear spatial RC structure design (in russian) / Klovanich, S.F. and Bezushko D.I. - Odessa: ONMU, 2009. - 89 p.
4. Fomin V.M. Plane RC beam bending differential equation with concrete plasticity taken into consideration under combined loading (in russian) / Fomin V.M. – Odessa: Visnik ODABA, 2011. - Vol. 44. - P. 345–353.
5. Chernyh K.F. Nonlinear theory of elasticity in mechanical design (in russian) / Chernyh K.F. - Leningrad: Mashinostroenie, 1986. - 336 p.
6. Geniev G.A. Concrete and RC plasticity theory (in russian) / Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin, G.A. - M.: Stroyizdat, 1974. - 316 p.
7. Ivlev D.D. Hardening plastic body theory (in russian) / Ivlev D.D., Bikovtsev G.I. – M.: Nauka, 1971 p. – 231 p.
8. Fomin V.M. Boundary element method application to statical design of statically indeterminate RC beams and frames with nonlinear behaviour and concrete plasticity consideration (in russian) / Fomin V.M. - Odessa: Visnuk ODABA, 2013. – Vol. 49. – P. 239─245.
9. Fomin V.M. Boundary element method application to dynamical design of statically indeterminate RC beams and frames with nonlinear behaviour and concrete plasticity consideration (in russian) / Fomin V.M. - Odessa: Visnik ODABA, 2013. - Vol. 50. - P. 292─299.
10. Fomin V.M. Nonlinear quasistatical problems of multistory multispan RC frames with concrete plasticity consideration (in russian) / Fomin V.M. - Odessa: Visnik ODABA, 2015. - Vol. 58. - P. 372─381.
11. Clough R.W. Dynamics of structures / Clough R.W., Penzien J. - USA: University Ave, Berkeley, CA 94704, 1995. - 740 p.

Статья поступила в редакцию 28.07.2015 г.