

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СИЛОВОГО ОПОРУ  
СКЛАДНОНАПРУЖЕНИХ ПРОГІННИХ  
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ ДІЇ  
МАЛОЦИКЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ВИСОКИХ РІВНІВ**

Карпюк В.М., Албу К.І., Даниленко Д.С., Сьоміна Ю.А.

Одеська державна академія будівництва та архітектури  
м. Одеса, Україна

**АНОТАЦІЯ:** Стаття присвячена вивченню впливу малоциклового знакозмінного та знакопостійного навантаження високих рівнів на несучу здатність прогінних залізобетонних елементів з урахуванням зміни конструктивних чинників дослідних зразків та факторів зовнішньої дії.

**АННОТАЦИЯ:** Статья посвящена изучению влияния малоциклового знакопеременной и знакопостоянной нагрузки высоких уровней на несущую способность пролетных железобетонных элементов с учётом изменения конструктивных факторов опытных образцов, а также факторов внешнего воздействия.

**ABSTRACT:** The article is devoted to study of the influence of cyclic alternating loading and low cycle load of constant sign on bearing capacity of span reinforced concrete elements taking into account the change of structural factors of specimens and factors of external action.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** малоциклове знакозмінне та знакопостійне навантаження, несуча здатність, прогінні залізобетонні елементи.

Зміна знаку навантаження, його рівня та невизначене повторення в процесі експлуатації може призвести до наслідків, якісно відмінних від отриманих при розрахунку на стале навантаження одного знаку максимальної інтенсивності, на яке, власне, орієнтовані більшість діючих норм проектування.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Якщо у діючих вітчизняних та закордонних національних нормах проектування навіть при сталому навантаженні закладені методи розрахунку міцності похилих перерізів прогінних конструкцій, далекі від досконалості за точністю та надійністю прогнозу і які значно «відстають» у цьому відношенні від методів розрахунку міцності нормальних перерізів, то вплив небагатоповторного циклічного знакозмінного і знакопостійного навантаження в них не ураховується зовсім, тим більше високого рівня. Тому дослідження у вказаному напрямку являються важливими та актуальними.

## АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Далеко за межами України відомі роботи Є.М. Бабича [1], Г.Х. Масюка [2], В.С. Дорофєєва [3 - 6], М.І. Карпенка [7], В.М. Карпюка [8, 9], П.С. Гомона [10], О.О. Заречанського [11], М.С. Зінчука [12], С.Х. Карапетяна [13], О.І. Корнійчука [14] по вивченню працездатності складнонапружених залізобетонних конструкцій в умовах одноразових, повторних малоциклових та інших навантажень..

Є.М. Бабич та його учні малоцикловим називають навантаження, кількість повторення яких за весь термін служби складає десятки, сотні, а інколи й тисячі разів. В їхніх працях був встановлений критерій для визначення граничного числа повторних навантажень, суть якого полягає в стабілізації деформацій у бетоні, коли абсолютний приріст деформацій наступного навантаження незначно перевищує абсолютний приріст деформацій попереднього навантаження. Ними був зроблений важливий висновок про те, що основний процес деформування бетону закінчується після перших 10-ти циклів.

Початок дослідженням роботи залізобетонних елементів під дією знакозмінного навантаження, зафіксованих у доступній авторам науковій літературі, зробив В.Я. Немировський ще у 1949 році вивченням впливу знакозмінного навантаження на тріщиностійкість залізобетонних балок. Починаючи з 1961 року проблемою опору залізобетону дії циклічного навантаження зайнявся Л.П. Макаренко та його учні: Є.М. Бабич, Н.М. Бітько, А.В. Гергель, В.В. Масліченко, Г.Х. Масюк, В.Н. Рубель, І.Д. Свиначенко, Г.А. Фенко та інші.

Проведений авторами статті аналіз та подальші дослідження показали, що характер напружено-деформованого стану роботи і руйнування складнонапружених залізобетонних елементів під дією повторних навантажень високих рівнів суттєво відрізняється від прийнятих в указаних методах розрахункових схем і моделей, а наявних

рекомендацій в опублікованих джерелах недостатньо для достовірного прогнозу їх міцності, тріщиностійкості та деформативності.

**Мета** даної роботи – виявити вплив знакозмінного циклічного та малоциклового знакопостійного навантаження високих рівнів на несучу здатність залізобетонних балочних елементів, а також поповнити банк експериментальних даних для вдосконалення інженерної методики їх розрахунку на деформаційній основі.

## МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ

Згідно з прийнятою методологією [15] натурні експерименти виконуються за чотирьохфакторними трирівневими планами Бокса В<sub>4</sub>. Варіювання факторів здійснювали за даними літературного огляду джерел, який показав, що найбільш впливовим фактором  $X_1$  є величина відносного прольоту зрізу  $a/h_0$ , яка змінювалась на трьох рівнях:  $a = h_0, 2 h_0$  і  $3 h_0$ . Другим за величиною впливу, як правило, є такий конструктивний чинник як клас важкого бетону:  $X_2 \rightarrow C 16/20, C 30/35, C 40/50$ , а третім – величина (кількість) поперечного армування на припорних ділянках:  $X_3 \rightarrow \rho_{sw} = 0,0016; 0,0029; 0,0044$ . У якості четвертого прийнятий фактор зовнішньої дії  $X_4$  – рівень знакозмінного:  $\eta = \pm 0,50; \pm 0,65; \pm 0,80$  та знакопостійного навантаження:  $\eta = 0 \dots 0,50; 0 \dots 0,65; 0 \dots 0,85$  від фактичної міцності балок, тобто величини поперечного навантаження, при якому ширина розкриття похилих тріщин  $w_k$  перевищувала 0,4 мм, а стріла прогинів  $f \geq l/150$ .

Дослідні зразки-балок довжиною 2000, висотою 200 і шириною 100 мм зберігали у нормальних тепло-вологісних умовах при температурі  $20 \pm 2^\circ C$  і майже 100%<sup>III</sup> вологості повітря на протязі 100..110 днів. Перед випробуванням на бокові поверхні балок наносили тонкий шар вапняного розчину з метою полегшення фіксації утворення та розвитку нормальних та похилих тріщин, а потім висушували їх до природної вологості.

Деформації бетону, арматури і прогини дослідних зразків вимірювали за допомогою індикаторів годинникового типу з ціною поділки, відповідно, 0,001 мм і 0,01мм.

Випробування дослідних зразків здійснювали за схемою однопрогінної вільно обпертої балки, почергово завантаженої то зверху, то знизу двома зосередженими силами без зміни її (балки) положення.

Перед основним експериментом спочатку почергово випробували 25 дослідних балок (зразків-близнюків) першої серії на дію одноразового короткочасного ступеневого навантаження, практично, до руйнівного стану, коли ширина розкриття похилих тріщин і стріла прогинів значно перевищувала допустимі значення. Надалі випробовували аналогічні дослідні балки другої та третьої серій на дію, відповідно, знакозмінного та

знакопостійного небагатоповторного поперечного навантаження вказаних високих рівнів згідно плану експерименту.

Планом експериментів передбачені також повторні випробування підсилених металевими та вуглепластиками обоймами майже зруйнованих дослідних зразків-балок другої і третьої серій на дію аналогічного попередньому навантаження.

Кількість циклів знакозмінного і знакопостійного навантаження була продиктована критерієм стабілізації деформацій, насамперед, у бетоні Є. М. Бабича та його учнів і складала не менше 10, якщо дослідні зразки-балки не зруйнувалися при меншому числі циклів.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В результаті обробки отриманих авторами експериментальних даних перших трьох серій, вилучення незначимих та перерахунку тих коефіцієнтів, що залишилися, за допомогою ефективної комп'ютерної програми СОМРЕХ вивели *адекватні математичні моделі системного силового опору* складнонапружених прогінних залізобетонних конструкцій, які мають добру інформативну корисність та показують гарну збіжність з дослідженими даними (коефіцієнти варіації  $\bar{U}$  знаходяться в межах 5...9%) і характеризують - *міцність дослідних елементів:*

$$\hat{Y} V_{u,1} = 98 - 41X_1 + 12X_2 + 6X_3 + 16X_1^2 - 7X_2^2 - 5X_3^2 - 7X_1X_2, \text{кН},$$

$$\bar{U} = 5,2\%; \quad (1)$$

$$\hat{Y} \frac{V_{u,1}}{bh_0} = 5,60 - 2,34X_1 + 0,69X_2 + 0,34X_3 + 0,91X_1^2 - 0,40X_2^2 - 0,29X_3^2 - 0,40X_1X_2, \text{МПа}; \quad (1a)$$

$$\hat{Y} V_{u,2} = 80 - 33X_1 + 13X_2 + 6X_3 - 2X_4 + 21X_1^2 - 12X_2^2 - 5X_3^2 - 7X_1X_2, \text{кН}, \quad \bar{U} = 5,8\%; \quad (2)$$

$$\frac{V_{u,2}}{bh_0} = 4,57 - 1,89X_1 + 0,74X_2 + 0,34X_3 - 0,11X_4 + 1,20X_1^2 - 0,69X_2^2 - 0,29X_3^2 - 0,40X_1X_2, \text{МПа}; \quad (2a)$$

$$\hat{Y} V_{u,3} = 90 - 36X_1 + 10X_2 + 7X_3 - 3X_4 + 18X_1^2 - 6X_2^2 - 6X_3^2 - 2X_4^2 - 8X_1X_2 + 2X_1X_4, \text{кН}, \quad \bar{U} = 5,1\%; \quad (3)$$

$$\hat{Y} \frac{V_{u,3}}{bh_0} = 5,14 - 2,06X_1 + 0,57X_2 + 0,40X_3 - 0,17X_4 + 1,03X_1^2 - 0,34X_2^2 - 0,34X_3^2 - 0,11X_4^2 - 0,46X_1X_2 + 0,11X_1X_4, \text{МПа}; \quad (3a)$$

- *максимальну ширину розкриття похилих тріщин на приопорних ділянках при заданих планом рівнях навантаження:*

$$\hat{Y} W_{cr,1}'^{\eta F_u} = 0,35 - 0,06X_1 - 0,03X_2 - 0,01X_3 + 0,14X_4 - 0,01X_1X_3 - 0,03X_2X_4 - 0,02X_3X_4, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 10,4\%; \quad (4)$$

$$\hat{Y} W_{cr,2}'^{\eta F_u} = 0,63 + 0,05X_1 + 0,05X_2 - 0,06X_3 + 0,24X_4 - 0,02X_2^2 + 0,02X_3^2 + 0,02X_4^2 + 0,11X_1X_2 - 0,03X_1X_3 - 0,06X_3X_4, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 11,5\%; \quad (5)$$

$$\hat{Y} W_{cr,3}'^{\eta F_u} = 0,40 - 0,05X_1 - 0,03X_2 + 0,16X_4 - 0,03X_1X_3, \text{ мм}, \bar{U} = 6,0\%; \quad (6)$$

**- максимальну ширину розкриття нормальних тріщин в зоні чистого згину при заданих планом рівняннях навантаження:**

$$\hat{Y} W_{cr,1,2,3}^{+, \eta F_u} = 0,14 + 0,02X_1 + 0,03X_2 + 0,01X_3 + 0,05X_4 + 0,01X_1^2 - 0,03X_2^2 + 0,02X_4^2 + 0,01X_1X_3 + 0,01X_3 + X_4, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 6,2\%; \quad (7)$$

**- максимальну довжину проекції небезпечної похилої тріщини на повздовжню вісь елемента перед руйнуванням:**

$$\hat{Y} \max l'_{cr,1} = 201 + 53X_1 - 19X_3 - 4X_1X_2 - 23X_1X_3, \text{ мм}, \bar{U} 6,9\%; \quad (8)$$

$$\hat{Y} \max l'_{cr,1}/h_0 = 1,15 + 0,30X_1 - 0,11X_3 - 0,02X_1X_2 - 0,13X_1X_3; \quad (8a)$$

$$\hat{Y} \max l'_{cr,2} = 173 + 41X_1 - 15X_3 + 20X_4 + 16X_1X_2 - 7X_1X_3 + 14X_1X_4 - 11X_3X_4, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 8,9\%; \quad (9)$$

$$\hat{Y} \max l'_{cr,2}/h_0 = 0,99 + 0,23X_1 - 0,09X_3 + 0,11X_4 + 0,09X_1X_2 - 0,04X_1X_3 + 0,08X_1X_4 - 0,06X_3X_4; \quad (9a)$$

$$\hat{Y} \max l'_{cr,3} = 156 + 13X_1 + 33X_4 + 28X_1X_4, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 8,0\%; \quad (10)$$

$$\hat{Y} \max l'_{cr,3}/h_0 = 0,89 + 0,07X_1 + 0,19X_4 + 0,16X_1X_4; \quad (10a)$$

**- кут нахилу небезпечної похилої тріщини до поздовжньої осі елемента:**

$$\hat{Y} \alpha_{cr,1}^0 = 41,2 - 6,8X_1 + 1,6X_2 + 2X_3, \text{ град.},$$

$$\bar{U} = 3,4\%; \quad (11)$$

$$\hat{Y} \alpha_{cr,2}^0 = 43,0 - 5,3X_1 - 2,9X_4, \text{ град.},$$

$$\bar{U} = 5,1\%; \quad (12)$$

$$\hat{Y} \alpha_{cr,3}^0 = 46,5 - 2,1X_1 - 5,2X_4, \text{ град.},$$

$$\bar{U} = 6,7\%; \quad (13)$$

**- віддаль між нормальними тріщинами в зоні чистого згину:**

$$\hat{Y} l_{cr,1}^{\pm\pm} = 68 - 6X_1 + 2X_2 + 3X_1X_3, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 3,1\%; \quad (14)$$

$$\hat{Y} l_{cr,1}^{\pm\pm}/h_0 = 0,39 - 0,03X_1 + 0,01X_2$$

$$+ 0,02X_1X_3; \quad (14a)$$

$$\hat{Y} l_{cr,2}^{\pm\pm} = 70,9 - 2,5X_1 + 1,9X_2 - 1,4X_3, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 1,7\%; \quad (15)$$

$$\hat{Y} l_{cr,2}^{\pm\pm}/h_0 = 0,41 - 0,014X_1 + 0,011X_2$$

$$- 0,01X_3; \quad (15a)$$

$$\hat{Y} l_{cr,3}^{\pm\pm} = 67 - 4X_1 + 1X_2 - 2X_3 - 6X_4 - 2X_1X_2, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 3,5\%; \quad (16)$$

$$\hat{Y} l_{cr,3}^{\pm\pm}/h_0 = 0,38 - 0,02X_1 + 0,01X_2 - 0,01X_3 - 0,03X_4$$

$$- 0,01X_1X_2; \quad (16a)$$

**- віддаль між похилими тріщинами на приопорних ділянках:**

$$\hat{Y} l_{cr,1}^{//} = 97 + 27X_1 + 2X_2 - 3X_3, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 8,0\%; \quad (17)$$

$$\hat{Y} l_{cr,1}^{//}/h_0 = 0,55 + 0,15X_1 + 0,01X_2$$

$$- 0,02X_3; \quad (17a)$$

$$\hat{Y} l_{cr,2}^{//} = 98,7 + 23,4X_1 - 5,2X_3 + 6,5X_1X_2 - 4,2X_1X_3 - 5,1X_2X_3, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 5,2\%; \quad (18)$$

$$\hat{Y} l_{cr,2}^{//}/h_0$$

$$= 0,56 + 0,13X_1 - 0,03X_3 + 0,04X_1X_2 - 0,02X_1X_3$$

$$- 0,03X_2X_3; \quad (18a)$$

$$\hat{Y} l_{cr,3}^{//} = 66 + 12X_1 + 2X_2 - 1X_3 - 4X_1X_3, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 5,1\%; \quad (19)$$

$$\hat{Y} l_{cr,3}^{//}/h_0 = 0,38 + 0,07X_1 + 0,01X_2 - 0,01X_3$$

$$- 0,02X_1X_3; \quad (19a)$$

**- стрілу прогинів дослідних елементів перед їх руйнуванням ( $F \approx 0,95F_u$ ) при однократному ступеневому статичному навантаженні:**

$$\hat{Y} f_1^{0,95F_u} = 11 + 1X_3 - 0,5X_3^2, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 5,9\%; \quad (20)$$

$$\hat{Y} f_1^{0,95F_u}/l = 7,00 + 0,63X_3 - 0,32X_3^2$$

$$* 10^{-3}; \quad (20a)$$

**- стрілу прогинів дослідних зразків при заданих планом рівнях однократного ступеневого статичного навантаження (серія I):**

$$\hat{Y} f_1^{\eta F_u} = 8 + 0,5X_3 + 1,7X_4 - 0,4X_3^2, \text{ мм},$$

$$\bar{U} = 8,7\%; \quad (21)$$

$$\hat{Y} f_1^{\eta F_u} / l = 5,08 + 0,32X_3 + 1,08X_4 - 0,25X_3^2 * 10^{-3}; \quad (21a)$$

- стрілу прогинів дослідних балок при заданих планом експерименту рівнях знакозмінного малоциклового навантаження (серія 2):

$$\hat{Y} f_2^{\eta F_u} = 7,7 + 0,3X_2 + 0,5X_3 + 1,8X_4, \text{ мм}, \\ \bar{U} = 5,0\%; \quad (22)$$

$$\hat{Y} f_2^{\eta F_u} / l = 4,89 + 0,19X_2 + 0,32X_3 + 1,14X_4 * 10^{-3}; \quad (22a)$$

- стрілу прогинів дослідних елементів при заданих планом рівняннях знакопостійного малоциклового навантаження (серія 3):

$$\hat{Y} f_3^{\eta F_u} = 7,0 + 0,3X_2 + 0,5X_3 + 1,5X_4, \text{ мм}, \\ \bar{U} = 7,5\%; \quad (23)$$

$$\hat{Y} f_3^{\eta F_u} / l = 4,44 + 0,19X_2 + 0,32X_3 + 0,95X_4 * 10^{-3}; \quad (23a)$$

- відносні деформації розтягнутої арматури перед руйнуванням ( $F \approx 0,95F_u$ ) дослідних зразків-балок при однократному ступеневому статичному навантаженні:

$$\hat{Y} \varepsilon_s^{0,95F_u} = 35 + 4X_1 + 2X_2 + 2X_3 - 2X_1^2 - 1,5X_2^2 - 1,5X_3^2 + 1X_1X_3 * 10^{-4}; \quad (24)$$

- те ж при заданих планом експерименту рівнях навантаженнях (серія 1):

$$\hat{Y} \varepsilon_{s,1}^{\eta F_u} = 25 + 3X_1 + 1X_2 + 2X_3 + 5X_4 - 2X_1^2 - 1X_2^2 - 1,5X_3^2 - 0,5X_4^2 + 1X_1X_3 * 10^{-4}; \quad (25)$$

- те ж при малоцикловому знакозмінному навантаженні (серія 2):

$$\hat{Y} \varepsilon_{s,2}^{\eta F_u} = 27,3 + 3,3X_1 + 1,1X_2 + 2,2X_3 + 5,5X_4 - 2,2X_1^2 - 1,1X_2^2 - 1,6X_3^2 - 0,55X_4^2 + 1,1X_1X_3 * 10^{-4}; \quad (26)$$

- те ж при малоцикловому знакопостійному навантаженні (серія 3):

$$\hat{Y} \varepsilon_{s,3}^{\eta F_u} = 26,3 + 3,2X_1 + 1,1X_2 + 2,1X_3 + 5,3X_4 - 2,1X_1^2 - 1,1X_2^2 - 1,6X_3^2 - 0,53X_4^2 + 1,1X_1X_3 * 10^{-4}; \quad (27)$$

- відносні деформації стиснутої зони бетону перед руйнуванням ( $F \approx 0,95F_u$ ) дослідних зразків-балок при однократному ступеневому статичному навантаженні:

$$\hat{Y} \varepsilon_c^{0,95F_u} = - 19 + 2,5X_1 - 1X_2 + 1,5X_3 - 1X_1^2 - 1X_2^2 - 1X_3^2 - 1X_1X_2 + 1X_1X_3 * 10^{-4}; \quad (28)$$

*- те ж при заданих планом експерименту рівняннях навантаженнях (серія I):*

$$\hat{Y} \varepsilon_c^{\eta F_u} = - 12 + 1,5X_1 + 1,0X_3 + 3X_4 - 0,5X_1^2 - 0,5X_3^2 - 0,5X_1X_2 + 0,5X_1X_3 + 0,5X_1X_4 * 10^{-4}. \quad (29)$$

Представлені адекватні математичні моделі (1)...(29) мають суттєву перевагу над іншими статистичними методами постановки експериментів та обробки їх результатів, яка полягає, насамперед, у тому, що вони дозволяють оцінити вплив кожного дослідного фактора на вихідний параметр не тільки зокрема, а й у взаємодії один з одним, а також порівняти величину цього впливу як в окремо взятій серії, так і за всіма описаними серіями разом. Геометрична інтерпретація та детальна характеристика приведеної несучої здатності дослідних зразків-балок буде представлена у наступних публікаціях.

Виконаними експериментальними дослідженнями реалізується системний підхід щодо визначення складного напружено-деформованого стану прогінних залізобетонних елементів, доведених малоцикловим знакозмінним та знакопостійним навантаженням високих рівнів до вичерпання несучої здатності, вперше отримані нові дані про синергетичний вплив на їхню міцність, тріщиностійкість та деформативність як конструктивних чинників, так факторів зовнішньої дії.

Проведені дослідження дозволили розкрити особливості характеру деформування, тріщиноутворення та руйнування дослідних зразків-балок, що зазнають складного напружено-деформованого стану, виявити механізм та нові схеми руйнування цих елементів, а також встановити їх залежність від відповідного співвідношення дослідних факторів.

## ВИСНОВКИ

Серед отриманих результатів та розроблених висновків основними є такі:

1. Завдяки прийнятій методології отримані нові експериментальні дані та суттєво уточнені фізичні моделі роботи приопорних та інших ділянок дослідних елементів аж до їх руйнування з урахуванням дії зазначеного навантаження високих рівнів, в результаті чого вперше визначений системний синергетичний вплив на тріщиностійкість, деформативність та міцність дослідних зразків-балок величини прольоту



зрізу  $a/h_0$ , класу бетону  $C$ , коефіцієнта поперечного армування  $\rho_{sw}$ , рівня знакозмінного та знакопостійного навантаження  $\eta$ .

2. Розкриті особливості напружено-деформованого стану дослідних зразків-балок, що зазнають малоциклового знакозмінного та знакопостійного навантаження високих рівнів. Вперше встановлена залежність характеру і виду руйнування їхніх приопорних ділянок від відповідного співвідношення конструктивних чинників та факторів зовнішнього впливу. Систематизовані відомі та виявлені нові схеми руйнування цих елементів при дії вказаного навантаження.

3. Встановлено, що малоциклове знакозмінне та знакопостійне навантаження високих рівнів не тільки зменшує несучу здатність дослідних зразків до 20% та їх тріщиностійкість, суттєво збільшує ширину розкриття нормальних і, особливо, похилих тріщин, величину прогинів до 35%, а й змінює характер їх руйнування порівняно з одноразовим пропорційно зростаючим навантаженням.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бабич Є.М. Работа і розрахунок несучої здатності згинальних залізобетонних елементів таврового профілю при дії повторних навантажень / Є.М. Бабич, П.С. Гомон, С.В. Філіпчук. – Рівне, 2012: НУВГП, Вип. 25, 2012. – 108 с.
2. Масюк Г.Х. Напружено - деформований стан похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів, що зазнають дії малоциклового знакозмінного навантаження / Г.Х. Масюк, О.І. Корнійчук // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2008. – Вип. 17. – С. 204-211.
3. Дорофеев В.С. Прочность, трещиностойкость и деформативность неразрезных железобетонных балок / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Е.Н. Крантовская. – Одесса: Эвен, 2010. – 175 с.
4. Дорофеев В.С. Прочность, трещиностойкость, и деформативность предварительно напряжённых тавровых железобетонных элементов / В.С.Дорофеев, В.М. Карпюк, Ф.Р. Карпюк. – Одесса: Эвен, 2010. – 223 с.
5. Дорофеев В.С. Прочность, деформативность и трещиностойкость приопорных участков внецентренно растянутых и сжатых железобетонных балок / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Н.Н. Петров. – Одесса: Эвен, 2011. – 183 с.
6. Dorofeev V. Their capacity steel cross-section eccentrically shrink or stretch beams / V. Dorofeev, V. Karpyuk, N. Petrov // Theoretical Foundations of Civil Engineering: Materials of 18 Conference. - Polish – Ukrainian - Lithuanian Transactions. – Warsaw, September, 2010. – P. 345-352.
7. Карпенко Н.И. О построении более совершенной модели деформирования железобетона с трещинами при плоском напряжённом состоянии /

- Н.И.Карпенко, С.Н. Карпенко // Бетон и железобетон – пути развития (05.09 – 09.09.2002): мат-лы II<sup>й</sup> Всерос. международ. Конф. по бетону и железобетону. – М., 2005. – С. 431-444.
8. Карпюк В.М. Розрахунок залізобетонного стержня у загальному випадку напружено-деформованого стану / В.М. Карпюк, О.М. Петров, М.М. Петров // Комунальне господарство міст: наук.-техн. зб. Харківської національної академії міського господарства. - Харків: ХНАМГ, 2012. – Вип. 105. Серія: технічні науки та архітектури. – С. 83-99.
  9. Карпюк В.М. Розрахункові моделі силового опору прогінних залізобетонних конструкцій у загальному випадку напруженого стану: монографія / В.М. Карпюк. – Одеса: ОДАБА, 2014. – 352 с.
  10. Гомон П.С. Робота згинальних залізобетонних елементів таврового перерізу за дії повторного навантаження: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01 / Гомон Петро Святославович. НУ «Львівська політехніка». - Львів, 2013. – 20 с.
  11. Заречанський О.О. Особливості роботи стиснуто-зігнутих залізобетонних елементів при одноразових і повторних малоциклових навантаженнях: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01 / Заречанський Олег Олегович. НУ «Львівська політехніка». – Львів, 2008. – 20 с.
  12. Зінчук М.С. Міцність та деформативність залізобетонних згинальних елементів за малоциклових навантажень в умовах підвищених температур: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01 / Зінчук Микола Степанович. НУ «Львівська політехніка». – Львів, 2008. – 18 с.
  13. Карапетян С.Х. Міцність і стійкість позацентрово стиснутих залізобетонних стержнів в умовах небагаторазово повторних навантажень: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01 / Карапетян Сьмбат Хачатурович. ДП НДІБК. – Київ, 2009. – 20 с.
  14. Корнійчук О.І. Міцність та тріщиностійкість похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів при дії малоциклових знакозмінних навантаженнях: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01 / Корнійчук Олександр Іванович. ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка.-Полтава, 2009. -21 с.
  15. Методика експериментальних досліджень напружено-деформованого стану припорних участків железобетонних балок при малоцикловом нагружении / [В.М. Карпюк, Е.И. Албу, Ю.А. Сёмина, А.К. Кицак] // Сб. мат-в V Республ. научно-техн. конф. — Бендеры: Бендерский ПФ ГОУ «ПГУ им. Т. Г. Шевченка», 2013. — С. 3-10.

## REFERENCES

1. Babich E.M. Work and calculation of the bearing capacity of bending T-section reinforced concrete elements under the action of repeated loads / E.M. Babich, P.S. Gomon, S.V. Filipchuk. – Rivne, 2012: Pub-her NUWGP. - Vol. 25, 2012. – 108 p.
2. Masuk G.H. Stress - strain state of the inclined sections of bending reinforced concrete elements under the action of low cycle alternating loads / G.H. Masuk, A.I. Korniychuk // Economical resource materials, structures and buildings: coll. scient. works. - Rivne: NUWGP, 2008. - Vol. 17. - P. 204-211.
3. Dorofeev V.S. Strength, crack resistant and deformability of continuous reinforced concrete beams / V.S. Dorofeev, V.M. Karpiuk, E.N. Krantovskaya. - Odessa: Even, 2010. - 175 p.
4. Dorofeev V.S. Strength, crack resistant and deformability of prestressed T-section reinforced concrete elements / V.S. Dorofeev, V.M. Karpiuk, F.R. Karpiuk. - Odessa: Even 2010. - 223 p.
5. Dorofeev V.S. Strength, deformability and crack resistant of eccentrically stretched and eccentrically compressed concrete beams in the supporting areas / V.S. Dorofeev, V.M. Karpiuk, N.N. Petrov. - Odessa: Even, 2011. - 183 p.
6. Dorofeev V. Their capacity steel cross-section eccentrically shrink or stretch beams / V. Dorofeev, V. Karpuyuk, N. Petrov // Theoretical Foundations of Civil Engineering: Materials of 18 Conference. - Polish – Ukrainian - Lithuanian Transactions. – Warsaw, September, 2010. – P. 345-352.
7. Karpenko N.I. About the construction of more perfect model of cracked concrete deformation under the plane stress state] / N.I. Karpenko, S.N. Karpenko // Concrete and reinforced concrete - the ways of development (05.09 - 09.09.2002): materials of the II<sup>nd</sup>All-Russian international Conf. of Concrete and Reinforced Concrete. - M., 2005. - P. 431-444.
8. Karpiuk V.M. Calculation of reinforced concrete core in general case of stress-strain state / V.M. Karpiuk, O.M. Petrov, N.N. Petrov // Utilities city: scientific-technical coll. – Kharkiv: National Academy of Municipal Economy, 2012. - Vol. 105. Series: Engineering and architecture. - P. 83-99.
9. Karpiuk V.M. Calculated models of power resistance of span reinforced concrete structures in general case of stress state: monograph / V.M. Karpiuk. - Odessa: ODABA, 2014. - 352 p.
10. Gomon P.S. Work of flexible T-section reinforced concrete elements under the influence of repeated loading: abstr. of the theses of cand. of techn. scienc: 05.23.01 / Gomon Petro. Lviv Polytechnic. - Lviv, 2013. - 20 p.
11. Zarechanskyy O.O. Features of compressed-bent reinforced concrete elements under single and repeated low-cycle loads: abstr. of the theses of cand. of techn. scienc: 05.23.01 / Zarechanskyy Oleg. Lviv Polytechnic. - Lviv, 2008. - 20 p.
12. Zinchuk M.S. The strength and deformability of reinforced concrete bent elements under low-cycle loads at elevated temperatures: abstr. of the theses of

- cand. oftechn. scienc: 05.23.01 / Zinchuk Mikola. Lviv Polytechnic. - Lviv, 2008. - 18 p.
13. Karapetyan S.H. Strength and steadinessof eccentrically compressed reinforced concrete cores under low cycle loads: abstr. of the theses of cand. oftechn. scienc: 05.23.01 / Karapetyan Smbat. NDIBK. - Kyiv, 2009. - 20 p.
  14. Korniychuk O.I. Strength and crack resistance of inclined sections of flexible reinforced concrete elements under the influence of low-cycle alternating loads: abstr. of the theses of cand. oftechn. scienc: 05.23.01 / Korniychuk Oleksandr. PoltNTU Yuriya Kondratyuka. - Poltava, 2009. -21 p.
  15. The Technique of experimental studies of stress-strain state of reinforced concrete beams under low-cycle loading in the supporting areas / [V.M. Karpiuk E.I. Albu, J.A. Somina, A.K. Kitsak] // The collection of materials of the V Republican Scientific and Technical Conference. Bendery: PFSEI, 2013. - P. 3-10.

Стаття надійшла до редакції 04.08.2015 р.