

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АНТЕННОЙ БАШНИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО РАДИОЛОКАТОРА**

Бабаев В.Н., Шмуклер В.С., Псурцева Н.А., Хаинсон Ю.А.

Харьковский национальный университет городского хозяйства  
имени А.Н. Бекетова  
г. Харьков, Украина

**АННОТАЦИЯ:** Выполнены исследования динамической устойчивости башни антенной метеорологического радиолокатора. Выполнен расчет частот собственных колебаний.

**АНОТАЦІЯ:** Виконано дослідження динамічної стійкості вежі антеною метеорологічного радіолокатора. Виконано розрахунок частот власних коливань.

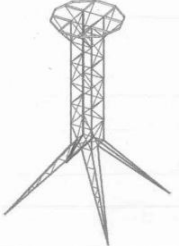
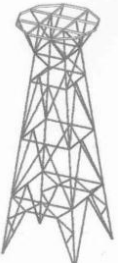
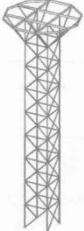
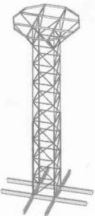
**ABSTRACT:** The studies of dynamic stability of the antenna tower weather radar. The calculation of natural frequencies.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** антенная башня, метеорологический радиолокатор, динамическая неустойчивость.

В связи с необходимостью проектирования антенной башни для особых условий строительства, выполнена оценка ее надежности. Башня антенная, предназначена для установки наружного оборудования метеорологического радиолокатора производства корпорации ЕЕС (США) и запроектирована для следующих условий Туркменистана [1]: сейсмичность – не более 9; удаленные регионы; труднодоступная местность; скальные грунты в местах установки башни; IV ветровой район (по давлению ветра); V ветровой район (по скорости ветра); I снеговой район; V гололедный район. Скорость вращения локатора – 6 об./мин., при этом период колебаний составляет 10 с.

В результате формирования конструкции (табл. 1) и анализа

Таблица 1

Варианты конструкции башни	Основные характеристики
<p>Вариант № 1</p> 	<p>Раздвижка опор 10 м.                      Вес около 2 тонн.                      Период колебаний по 1 форме 1,06 с.                      Амплитуда колебаний на отм. 18,0 м от сейсмического воздействия 229 мм.                      Отрывающее усилие на фундамент 3,5 тс.</p>
<p>Вариант № 2</p> 	<p>Раздвижка опор 6 м.                      Вес около 3,7 тонн.                      Период колебаний по 1 форме 0,26 с.                      Амплитуда колебаний на отм. 18,0 м от сейсмического воздействия 29 мм.                      Отрывающее усилие на фундамент 11,1 тс.</p>
<p>Вариант № 3/1</p> 	<p>Раздвижка опор 2 м.                      Вес около 2 тонн.                      Период колебаний по 1 форме 0,73 с.                      Амплитуда колебаний на отм. 18,0 м от сейсмического воздействия 151 мм.                      Отрывающее усилие на фундамент 24,8 тс</p>
<p>Вариант № 3/2 с опорной рамой</p> 	<p>Раздвижка опор 8 м.                      Вес около 3,8 тонн.                      Период колебаний по 1 форме 0,91 с.                      Амплитуда колебаний на отм. 18,0 м от сейсмического воздействия 213 мм.                      Отрывающее усилие на фундамент 4,7 тс</p>

особенностей ее деформирования решался комплекс задач. В данной статье рассматривается задача динамической устойчивости башни. Определение динамических характеристик и расчет башен на сейсмическое воздействие реализованы в среде SCAD (версия 11.5.3.1) [2].

Окончательно для разработки была принята следующая конструкция, показанная на рис. 1.

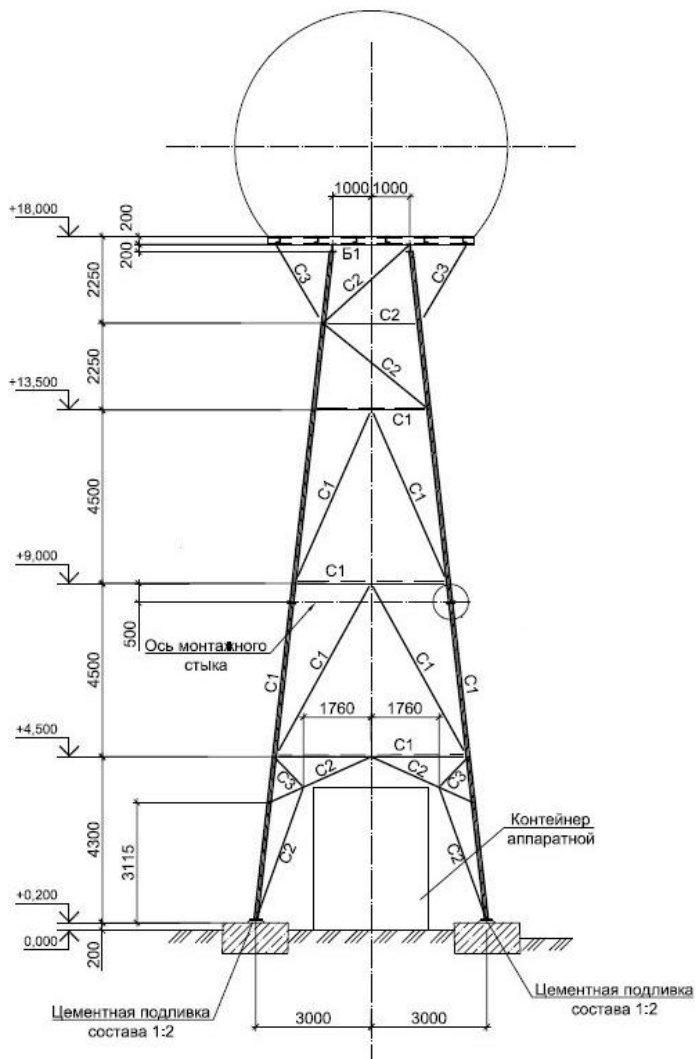


Рис. 1. Конструкция башни

Если упругая конструкция (башня) находится в потоке газа, то ее устойчивость (неустойчивость) зависит от параметров потока, т.е. от плотности газа  $\rho$  и скорости  $V$ , точнее, от скоростного напора  $\rho V^2/2$  [3]. Отметим, что движение, представляющее собой монотонное возрастание отклонений от состояния равновесия – есть дивергенция, а движение, носящее характер колебаний с возрастающими амплитудами – флаттер. Скорость, при которой возникает потеря устойчивости того или иного типа, будет являться критической.

Рассмотрим задачу аэродинамической устойчивости сооружения, находящегося в стационарном потоке воздуха.

В качестве расчетной модели условно примем коробчатую оболочку с жестким профилем (рис. 2). Возможность замены пространственной стержневой конструкции башни на оболочечную систему оценена машинным расчетом путем сравнения максимальных горизонтальных перемещений и углов закручивания действительной и заменяющей конструкций.

В связи с чем, используем систему дифференциальных уравнений, полученную в [5] и описывающей колебания тонкостенного стержня:

$$EI_x \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} - \frac{\gamma A_x}{g} \cdot \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\gamma A}{g} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (M_y \theta) + K_\eta \theta = 0, \quad (1)$$

$$M_y \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + EI_\omega \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^4} - GI_d \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{\gamma A_\omega}{g} \cdot \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\gamma A r^2}{g} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + [q_x e_x + K_\theta] \theta = 0,$$

где:  $\eta(z, t)$ ;  $\theta(z, t)$  – горизонтальные перемещения и угол закручивания;

$r^2 = \frac{\int (x^2 + y^2) dA}{A} + a_x^2 + a_y^2$ , - характеристика плана сооружения (башни);

$a_x$ ;  $a_y$  - координаты центра жесткости усредненного сечения башни;

$\gamma$  - плотность стали;

$g$  - ускорение свободного падения;

$I_x$ ;  $I_y$  - моменты инерции ствола башни (усредненные);

$A$  - площадь плана башни;

$e_x$  - эксцентриситет ветровой нагрузки.

Не снижая общей постановки, предположим, что аэродинамические коэффициенты

$$K_\eta(V) = K_\eta = const; \quad K_\theta(V) = K_\theta = const; \quad (2)$$

где  $V$  - скорость набегающего потока, а  $K_\eta$  и  $K_\theta$  - зависят от формы и геометрических размеров сооружения в плане и являются усредненными величинами [4].

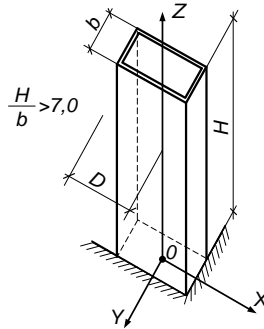


Рис. 2. Расчетная модель башни (аэроупругая задача)

В свою очередь, лобовое давление ветра зависит от скорости потока

$$q_x = -KV^2, \quad (3)$$

а коэффициент аэродинамичности « $K$ » также зависит от формы и геометрических размеров обтекаемого объекта (башни) [4].

Считая, в первом приближении, колебания башни гармоническими, принимаем

$$\eta(z,t) = \eta(z) \sin \omega t; \quad \theta(z,t) = \theta(z) \sin \omega t, \quad (4)$$

где  $\omega$  - круговая частота колебаний.

Подставляя (4) в (1), после сокращения на общий множитель  $\sin \omega t$ , получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$EI_x \eta^{IV} + \frac{\gamma_x}{g} \omega^2 \eta^{II} - \frac{\gamma A}{g} \omega^2 \eta + (M_y \theta)^{II} + K_\eta \theta = 0, \quad (5)$$

$$M_y \eta^{II} + EI_\omega \theta^{IV} - \left( GI_d - \frac{\gamma \omega}{g} \omega^2 \right) \theta^{II} - \left[ \frac{\gamma A r^2}{g} \omega^2 - q_x e_x - K_\theta \right] \theta = 0.$$

Предположим, что  $\eta(z) = B\psi(z)$ ;  $\theta(z) = C\chi(z)$ , (6)

где  $B$  и  $C$  - постоянные, а функции, входящие в (6), принимаются в виде функции прогиба консольной балки, которая нагружена равномерно распределенной нагрузкой:

$$\psi(z) = \chi(z) = z^4 - 4Hz^3 + 6A^2z^2, \quad (7)$$

здесь  $H$  - высота башни над землей.

Распределение ветровой нагрузки принято равномерной условно. Тем не менее, введение в рассмотрение действительного, как правило, трапециевидного распределения, принципиально не влияет на результат данного приближенного решения, а приведет лишь к увеличению алгебраических преобразований.

Запись решения в формуле (7) удовлетворяет крайним условиям:

в защемлении  $\eta(0) = \eta^I(0) = 0;$   
 $\theta(0) = \theta^I(0) = 0;$   
на свободном конце  $\left. \begin{aligned} \eta^{II}(H) = \eta^{III}(H) = 0; \\ \theta^{II}(H) = \eta^{III}(H) = 0; \end{aligned} \right\} \text{ условия Крехгофа.}$

Кроме того, выражение (7) определяет величину момента, входящего в (5):

$$M_y = \frac{KV^2(H-z)^2}{2}. \quad (8)$$

Уравнения Лагранжа для сил, которые определяются левыми частями (5), имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & B \left[ EI_x \int_0^H (\psi^{II})^2 dz - \frac{\gamma_x}{g} \omega^2 \int_0^H (\psi^I)^2 dz - \frac{\gamma A}{g} \omega^2 \int_0^H \psi^2 dz \right] + \\ & + C \left[ \int_0^H M_y \chi \psi^{II} dz + \int_0^H K_\eta \chi^2 dz \right] = 0, \\ & B \int_0^H M_y \chi \psi^{II} dz + C \left\{ EI_\omega \int_0^H (\chi^{II})^2 dz + (GI_d - \frac{\gamma \omega}{g} \omega^2) \int_0^H (\chi^I)^2 dz - \right. \\ & \left. - \left[ \frac{\gamma Ar^2}{g} \omega^2 - q_x e_x - K_\theta \right] \int_0^H \chi^2 dz \right\} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Приравнивая нулю определитель системы (9), составленный из коэффициентов при неизвестных В и С, получим:

$$\begin{vmatrix} C_{11}C_{12} \\ C_{21}C_{22} \end{vmatrix} = 0, \quad (10)$$

$$\text{или} \quad C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21} = 0,$$

где:

$$\begin{aligned} C_{11} &= a_1 + a_2 + a_3; \quad C_{12} = a_4 V^2 + a_5; \\ C_{21} &= a_6 V^2; \quad C_{22} = a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} V^2 + a_{12}. \end{aligned} \quad (11)$$

Заметим, что неравенство  $C_{12} \neq C_{21}$ , служит признаком неконсервативности системы.

В выражениях (11):

$$a_1 = EI_x \int_0^H (\psi^{II})^2 dz = \frac{144}{5} EI_x H^5; \quad a_2 = -\frac{\gamma_x}{g} \omega^2 \int_0^H (\psi^I)^2 dz = -\frac{72}{7} \cdot \frac{\gamma_x \omega^2 H^7}{g};$$

$$\begin{aligned}
a_3 &= -\frac{\gamma A}{g} \omega^2 \int_0^H \psi^2 dz = -\frac{104}{45} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 H^9}{g}; \quad a_4 = q_x \int_0^H M_y \chi \psi'' dz = -\frac{4}{15} K H^9; \\
a_5 &= K_\eta \int_0^H \chi^2 dz = \frac{104}{45} K_\eta H^9; \quad a_6 = a_4 = -\frac{4}{15} K H^9; \\
a_7 &= EI_\omega \int_0^H (\chi^{11})^2 dz = \frac{144}{5} EI_\omega H^5; \quad a_8 = GI_d \int_0^H (\chi^1)^2 dz = \frac{72}{7} GI_d \cdot H^7; \\
a_9 &= -\frac{\gamma I_\omega}{g} \omega^2 \int_0^H (\chi^1)^2 dz = \frac{72}{7} \cdot \frac{\gamma \cdot I_\omega}{g} \omega^2 H^7; \\
a_{10} &= -\frac{\gamma A r^2}{g} \omega^2 \int_0^H \chi^2 dz = -\frac{104}{45} \cdot \frac{\gamma A r^2 \omega^2 H^9}{g}; \\
a_{11} &= q_x e_x \int_0^H \chi^2 dz = \frac{104}{45} K \cdot e_x \cdot H^9; \quad a_{12} = K_\theta \int_0^H \chi^2 dz = \frac{104}{45} \cdot K_\theta H^9.
\end{aligned} \tag{12}$$

В (12) учтено, что

$$\begin{aligned}
\int_0^H (\psi'')^2 dz &= \int_0^H (12z^2 - 24Hz + 12H^2)^2 dz = 144 \int_0^H (z - H)^4 dz = \frac{144}{5} H^5; \\
\int_0^H (\psi^1)^2 dz &= \int_0^H 16(z^3 - 3Hz^2 + 3H^2z)^2 dz = 16 \int_0^H (z^3 - H^3)^2 dz = \frac{72}{7} H^7; \\
\int_0^H \psi^2(z) dz &= \frac{104}{45} H^9; \quad \int_0^H M_y \chi \psi'' dz = \frac{4}{15} H^9;
\end{aligned}$$

Имея в виду, что  $a_4 \neq 0$ , введем параметры:

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{(a_1 + a_2 + a_3)a_{11} + a_5 a_6}{a_4^2}; \\
\gamma &= \frac{(a_1 + a_2 + a_3)(a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{12})}{a_4^2}.
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\text{В результате получаем: } V^4 - \beta V^2 - \gamma = 0; \tag{14}$$

$$\text{Положим далее } V^2 = \varphi; \quad \text{тогда } \varphi^2 - \beta \varphi - \gamma = 0; \tag{15}$$

$$\varphi_{1,2} = \frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \gamma}, \tag{16}$$

Присоединяя к (16) условие экстремума квадрата скорости (теорема Ферма):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \omega^2} = 0, \tag{17}$$

можно найти соответствующую круговую частоту колебаний, а затем критические скорости ветрового потока

$$V_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \gamma}}. \quad (18)$$

Анализ корней (18) предопределяет возможность определения типа аэроупругих явлений. Здесь имеются в виду виды корней (действительные, комплексные) и их знаки [4]. Подсчет необходимых характеристик для башни приведен в табл. 2.

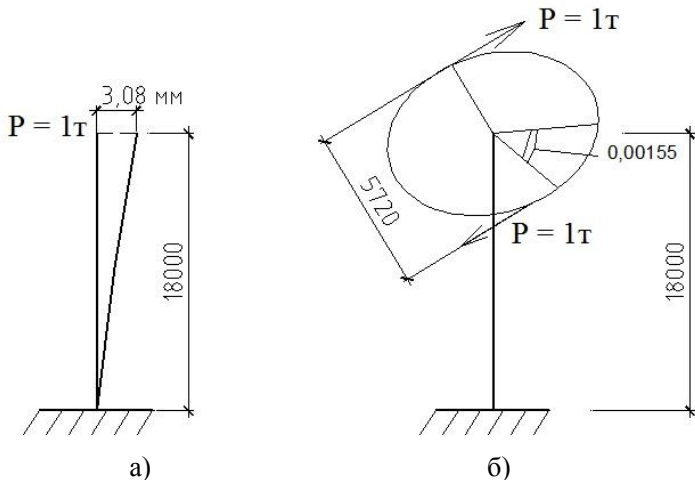


Рис. 3. Данные машинного расчета: а) изгиб; б) кручение

Данные, приведенные на рис. 3, получены на основании машинного расчета. Эта информация является определяющей для установления необходимых геометрических характеристик модели.

Таблица 2

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
$I_x = \frac{PH^3}{3Ef}$	0,03 м <sup>4</sup>	$I_\omega$	0	$G = \frac{E}{2(1+0,3)}$	8076923 т/м <sup>2</sup>
$I_x = I_y$	0,03 м <sup>4</sup>	$e_x$	0	$A$	16,0 м <sup>2</sup>
$J_d = \frac{2M_{кр}H(1+\nu)}{E\theta}$	0,008 м <sup>4</sup>	$k$	0,145	$r^2 = \frac{\int \rho^2 da}{A}$	8/3 м <sup>2</sup>
$M_{кр} = P \cdot D$	5,72 тм	$k_\eta = k_\theta$	1,0	-	-



В соответствии с формулами (12) определяем значения  $a_1 - a_{12}$  (табл. 3).

Таблица 3

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$a_1, \text{кНм}^7$	$3,430 \cdot 10^{13}$	$a_7, \text{кНм}^9$	0
$a_2, \text{кНм}^7$	$-1,513 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2$	$a_8, \text{кНм}^9$	$4,068 \cdot 10^{14}$
$a_3, \text{кНм}^7$	$-1,803 \cdot 10^{13} \cdot \omega^2$	$a_9, \text{кНм}^9$	0
$a_4, \text{кНм}^6 \text{с}^2$	$-0,76 \cdot 10^{10}$	$a_{10}, \text{кНм}^9$	$-0,156 \cdot 10^{14} \cdot \omega^2$
$a_5, \text{кНм}^8$	$4,575 \cdot 10^{11}$	$a_{11}, \text{кНм}^7 \text{с}^2$	0
$a_6, \text{кНм}^6 \text{с}^2$	$-0,76 \cdot 10^{10}$	$a_{12}, \text{кНм}^9$	$4,575 \cdot 10^{11}$

Тогда уравнение (14) примет вид:

$$V^4 + \beta \cdot V^2 + \gamma = 0; \quad (19)$$

где 
$$\beta = \frac{(a_1 + a_2 + a_3) \cdot a_{11} - a_5 \cdot a_6}{a_4^2} = 79,2 \left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right];$$

$$\gamma = \frac{(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{12})}{a_4^2} = 0,049 \cdot 10^8 \cdot \omega^4 - 1,37 \cdot 10^8 \cdot \omega^2 + 2,41 \cdot 10^8 \left[ \frac{\text{м}^4}{\text{с}^4} \right]. \quad (20)$$

Проводя замену  $V^2 = \varphi$ , получим  $\varphi^2 + \beta \cdot \varphi + \gamma = 0$ . (21)

Отсюда: 
$$\varphi_{1,2} = -\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - \gamma},$$

Или 
$$\varphi_{1,2} = \pm 0,5 \cdot \sqrt{0,196 \cdot 10^8 \cdot \omega^4 - 5,48 \cdot 10^8 \cdot \omega^2 + 9,64 \cdot 10^8} - 39,6. \quad (22)$$

Произведем еще одну замену:  $\omega^2 = z$ . (23)

Используя теорему Ферма, получаем:

$$\frac{d\varphi}{dz} = 0, \quad (24)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{0,392 \cdot 10^8 \cdot z - 10,96 \cdot 10^8}{4 \cdot \sqrt{0,196 \cdot 10^8 \cdot z^2 - 5,48 \cdot 10^8 \cdot z + 9,64 \cdot 10^8}} = 0$$

Так как знаменатель не может быть равным нулю, рассмотрим линейное уравнение относительно  $z$ :  $0,392 \cdot 10^8 \cdot z - 10,96 \cdot 10^8 = 0$ . (25)

Откуда 
$$z = \frac{10,96 \cdot 10^8}{0,392 \cdot 10^8} = 27,96.$$

Соответственно: 
$$\omega = \sqrt{z} = \sqrt{27,96} = 5,29 \left[ \frac{1}{\text{сек}} \right]. \quad (26)$$

Таким образом, критическая скорость потока составит:

$$V_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\varphi_{1,2}}, \quad \varphi_{1,2} = \pm 5,055 \cdot 10^4 - 39,6;$$

$$V_{1,2,3,4} = \pm 224,7 \text{ м/с или приблизительно} \quad (27)$$

$$V \approx 809 \text{ км/час.}$$

Определив путем машинного расчета периоды и формы собственных колебаний башни (первые 12 форм, табл. 4), по формуле (22) возможно установить скорости ветрового потока им соответствующие (табл. 5).

Таблица 4

№ формы	Период колебаний	Описание формы
1	0,357455	Горизонтальные колебания башни в плоскости X
2	0,348399	Горизонтальные колебания башни в плоскости Y
3	0,22991	Вертикальные колебания настила
4	0,224325	Вертикальные колебания настила
5	0,201564	Крутильные колебания башни
6	0,186398	Вертикальные колебания настила
7	0,183904	Вертикальные колебания настила
8	0,178609	Вертикальные колебания настила
9	0,173036	Вертикальные колебания настила
10	0,172293	Вертикальные колебания настила
11	0,169942	Вертикальные колебания настила
12	0,133121	Вертикальные колебания настила

Таблица 5

№ формы	Период колебаний	Частота колебаний с <sup>-1</sup>	Скорость ветрового потока, м/с
1	0,357455	17,58	807,7
2	0,348399	18,03	829
3	0,22991	27,33	1274
4	0,224325	28,00	1305
5	0,201564	31,17	1456
6	0,186398	33,71	1576
7	0,183904	34,16	1597
8	0,178609	35,18	1645
9	0,173036	36,31	1699
10	0,172293	36,47	1706
11	0,169942	36,97	1730
12	0,133121	47,19	2213

Анализ информации, содержащейся в табл. 4 и 5, позволяет отметить следующее:

- периоды собственных колебаний башни (основной тон и обертона) не совпадают с периодами колебаний, возбуждаемыми вращением локатора ( $T_0/T_c = 10/0,35 = 28,6$ , где  $T_0$  – период вынужденных колебаний (от радара);  $T_c$  – период собственных колебаний (основной тон));

- минимальная критическая скорость ветрового потока, приводящая к потере динамической устойчивости башни, составляет приблизительно 809 км/час, что существенно превышает виртуальные скорости ветровых потоков, имеющих место в этой зоне.

В связи с вышеприведенным, можно сделать вывод, что при действии ветровой нагрузки возникновение нежелательных режимов колебаний, предопределяющих динамическую неустойчивость системы, маловероятно.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования: СНТ 2.01.07-05
2. Городецкий А.С. Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций / Городецкий А.С., Шмуклер В.С., Бондарев А.В. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2003. – 889 с.
3. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Пановко Я.Г. – Ленинград: Машиностроение (Ленинград. от-ние), 1976. – 320 с.
4. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунками за СНиП 2.03.01-84\* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / [Бабаєв В.М., Бамбура А.М., Пустовойтова О.М. та ін.; ред. В.С. Шмуклера]. – Харків, Золоті сторінки, 2015. – 208 с.
5. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни / Власов В.З. – М.: Физматгиз, 1959. - 574 с.

### REFERENCES

1. Loads and effects. Design standards: SNT 2.01.07-05.
2. Gorodetsky A.S. Information technology calculation and design of building structures / Gorodetsky A.S., Shmukler V.S., Bondarev A.V. - Kharkov: NTU "KPI", 2003. - 889 p.
3. Panovko Y.G. Fundamentals of applied theory of vibrations and shock / Panovko Y.G. - Leningrad: Mechanical Engineering (Leningrad. dep.), 1976. - 320 p.
4. Practical calculation of elements of reinforce-concrete constructions for DBN V.2.6-98: 2009 in comparing to the calculations for SNIP 2.03.01-84 \* i EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / [Babaev V.M., Bambura A.N., Pustovoytova O.M. and other; ed. V.S. Schmookler]. – Kharkiv: Zoloti storinki, 2015. - 208 p.
5. Vlasov V.Z. Thin elastic rods / Vlasov V.Z. - M.: Fizmatgiz, 1959. - 574 p.

Статья поступила в редакцию 05.08.2015 г.