

## **ТРИЩИНОУТВОРЕННЯ ТА ХАРАКТЕР РУЙНУВАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ**

Петров О.М.

Одеська державна академія будівництва та архітектури  
м. Одеса, Україна

**АНОТАЦІЯ:** Приведені експериментальні значення навантаження, при якому появляються нормальні і похилі тріщини, ширина їх розкриття, також характер руйнування залізобетонних балок при згині з крученням. Зроблений аналіз впливу факторів на вихідні параметри за відповідними математичними моделями.

**АННОТАЦИЯ:** Приведены экспериментальные значения нагрузки, при которой проявляются нормальные и наклонные трещины, ширина их раскрытия, а также характер разрушения железобетонных балок при сгибе с кручением. Выполнен анализ влияния факторов на исходящие параметры по соответствующим математическим моделям.

**ABSTRACT:** Resulted experimental load value corresponding to the appearance of normal and inclined cracks width disclosure also fracture of reinforced concrete beams under bending with torsion are presented. The analysis of influence factors on the initial parameters of the relevant mathematical models with their graphic display is carried out.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** залізобетонні елементи, тріщиноутворення, згин з крученням.

### **ВСТУП**

Складна деформація згину з крученням є маловивченою, враховуючи той невеликий запас експериментальних даних, який є на сьогоднішній день. В нині діючих нормах питанню розрахунку вказаних залізобетонних елементів приділено мало уваги. В нормах відсутні цілі розділи для розрахунку даних елементів по достовірному визначенню

міцності, прогинів та тріщиностійкості. Тому дослідження у цьому напрямку являються актуальними та важливими.

## АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

М.С. Боришанським ще у 1940 році були проведені випробування на кручення призми квадратного перетину, армованої плоскими каркасами. Руйнування зразків відбувалося за гвинтоподібними тріщинами. Була закладена ідея методу розрахунку залізобетонних елементів зі спіральною просторовою тріщиною окремо по бетону, окремо по арматурі. Відомо роботи зарубіжних дослідників: Баха, Графа, Мерша, Зіа, Коуена. Класичний метод Мерша-Ріттерра відомий по запропонованій схемі розподілу дотичних напружень при крученні бетонних елементів, яка довгий час лежала в основі розрахункових формул. Аналіз зарубіжної літератури, присвячений деформації залізобетонних елементів на згин з крученням представлений в роботах Ю.В. Чиненкова, І.М. Ляліна та інших дослідників [1 – 6].

Вагомий внесок у цьому напрямку зробили також такі вчені: Т.Н. Азізов, Є.М. Бабич, В.М. Байков, А.М. Бамбура, А.Я. Барашиков, З.Я. Бліхарський, П.М. Бурлаченко, П.Ф. Вахненко, О.О. Гвоздев, О.С. Городецький, О.С. Залесов, Х.С. Карієв, М.І. Карпенко, В.Г. Кваша, О.М.Клюка, В.І. Корсун, М.М. Лессиг, Й.Й. Лучко, І.М. Лялін, Г.Х. Масюк, Г.В. Мурашкін, Ю.І. Немчинов, В.В. Пінаджан, Л.К. Рулле, М.В. Савицький, О.В. Семко, Н.І. Тимофеев, М.С. Торяник, С.Л. Фомін, О.І. Харитонов, Ю.В. Чиненков, Т.П. Чистова, О.Л. Шагін, Ю.В. Школа, В.С. Шмуклер, В.К. Юдін, О.Ф. Яременко та ін.

Проведені автором дослідження напружено-деформованого стану роботи та руйнування залізобетонних балок при згині з крученням показали, що в діючих нормативних документах та в авторських методиках розрахунку даних елементів існують суттєві розбіжності у розрахункових моделях та схемах. Суттєвим поступом у цьому питанні можна вважати перехід до деформаційної моделі розрахунку, покладеної в основу діючих норм проектування [7 - 9].

Аналізуючи вище сказане можна впевнено сказати, що хоч і вивченню несучої здатності нормальних перерізів присвячені чисельні праці вітчизняних та зарубіжних дослідників, але несуча здатність похилих перерізів вказаних елементів залишається ще недостатньо вивченою.

**Мета роботи:** виявити характер тріщиноутворення дослідних зразків-балок, ширини розкриття тріщин, як плоских нормальних, похилих, так і просторових; їх руйнування; вплив конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії (крутний момент  $T$ ) на вказані параметри для вдосконалення існуючих і розробки нових розрахункових моделей.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В лабораторії кафедри опору матеріалів Одеської державної академії будівництва та архітектури були автором виконані експериментальні дослідження залізобетонних балок, що працюють на згин з крученням, з використанням математичної теорії планування експерименту. В якості дослідних факторів вибрали: відносний прогін зрізу,  $a/h_0=1,2,3$  (фактор  $X_1$ ); крутний момент,  $T=1,5; 2,25, 3,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$  ( $X_2$ ); коефіцієнт поперечного армування,  $\rho_w=0,0016, 0,0029, 0,0045$  ( $B_p I$ ) ( $X_3$ ); коефіцієнт поздовжнього робочого армування,  $\rho_f=0,0129, 0,0171, 0,0230$  ( $A500C$ ) ( $X_4$ ); коефіцієнт поздовжнього армування стиснутої зони,  $\rho'_f=0,0058, 0,0095, 0,0129$  ( $A500C$ ) ( $X_5$ ).

Вказані фактори можуть впливати на функцію виходу, яка, в цілому, підкорюється нормальному закону розподілу Гаусса, нелінійно і її доцільно апроксимувати поліномом другого ступеня. Виходячи з цього, дослідні зразки були виготовлені за повним п'ятифакторним трирівневим, близьким за властивостями до Д-оптимального, планом типу  $Ha5$  [10] [Voznesenski V. A. Statistic methods of planning of an experiment in technical and economical researches / V. A. Voznesenski // 2-nd ed. corr. and suppl. – M.: Finances and statistics, 1981. –215 p.], який забезпечує однакову точність прогнозу вихідного параметру в області, що описується радіусом, який дорівнює 1 (рахуючи від середньої «нульової» точки).

Дослідні зразки представляли собою вільно обперті однопрогінні балки прямокутного перерізу з такими розмірами і розрахунковою довжиною прольоту  $l=9h_0=1575$  мм, де:  $h_0$  - робоча висота перерізу, що дорівнює 175 мм. Балки були армовані просторовими каркасами з поздовжньою нижньою  $2\emptyset 12, 14, 16A500C$  і верхньою  $2\emptyset 8, 10, 12A500C$  арматурою. Замкнута поперечна арматура на приопорних ділянках складалася з  $2\emptyset 3, 4, 5Br$ , а на інших ділянках -  $\emptyset 6A240C$ . Довжина прольоту зрізу також змінювалася в межах  $1h_0, 2h_0, 3h_0$ . Для виготовлення дослідних зразків використовували звичайний важкий бетон класу  $C20/25$  на гранітному щебені фракції 5...10 мм, кварцовому піску з модулем крупності 1,5, а в якості в'язучого - звичайний портландцемент марки 400 без добавок.

До прикладання вертикальних поперечних сил в дослідах автора спочатку прикладали фіксовані (задані планом експерименту) значення крутного моменту, який підтримувався на заданому рівні аж до руйнування дослідних зразків-балок.

Появу тріщин фіксували за допомогою лупи та мікроскопу. Ширину розиття тріщин вимірювали мікроскопом з точністю 0,05мм.

Характер тріщиноутворення та руйнування дослідних зразків-балок зі стисненим крученням їхніх приопорних ділянок представлений на рис. 1. Згідно з законом розподілу дотичних напружень при прикладенні на першому етапі тільки крутного моменту спочатку на одній із бічних, а потім на верхній та нижній гранях дослідних елементів з'являються спіралеподібні тріщини, що розвиваються і поглиблюються з ростом крутного моменту. Відносна величина крутного моменту  $T_{cr,tor}''/(f_{ctk}bh_0)$ , при якому появляются перші спіралеподібні тріщини, може бути охарактеризована за допомогою лінійної математичної моделі:

$$\hat{Y}[T_{cr,tor}''/(f_{ctk}bh_0)] = (4,2 - 0,6x_{1,a})10^{-2}, \text{ м, } \vartheta = 5,6\%, \quad (1)$$

з якої видно, що зі збільшення величини відносного прольоту зрізу  $a/h_0$  від 1 до 3, значення крутного моменту, що визиває появу спіралеподібних тріщин, зменшиться на 29%.

Впливи інших конструктивних чинників на цю величину статистично є малозначними. Згодом, після фіксації крутного моменту на заданому планом експерименту рівні та прикладення поперечного навантаження у дослідних зразках-балках в зоні «чистого» згину стали появлятися перші нормальні тріщини:

$$\hat{Y}[M_{cr,\perp,F}''/(f_{ctk}bh_0)] = (4,6 + 1,1x_{4,s})10^{-2}, \text{ м, } \vartheta = 6,4\%. \quad (2)$$

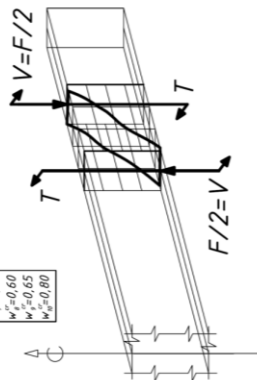
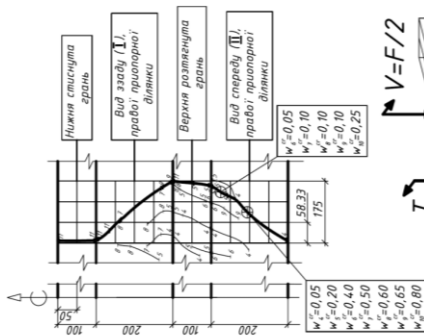
Із математичної моделі (2) видно, що на величину відносного згинального моменту  $M_{cr,\perp,F}''/(f_{ctk}bh_0)$  суттєвий вплив має тільки кількість поздовжньої робочої арматури. Так, зі збільшенням коефіцієнту поздовжнього армування  $f_f$  від 0,0129 до 0,0230 вказаний момент лінійно збільшується на 48%.

Зі збільшенням поперечного навантаження появляються нові похилі тріщини у напрямку від опори до місця прикладення зосередженої сили. Математична модель відносної поперечної сили, яка викликає появу нових похилих тріщин, має вид:

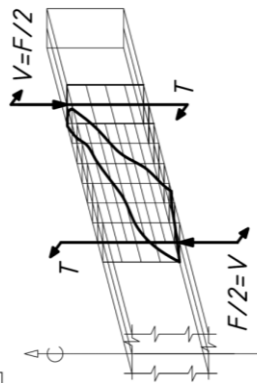
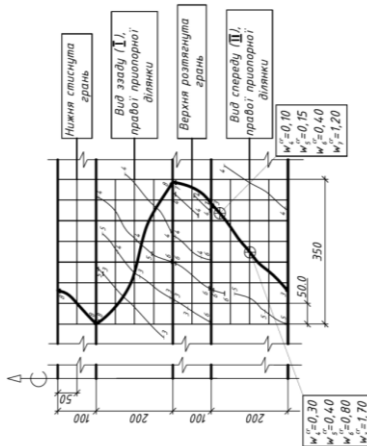
$$\hat{Y}[V_{cr,\perp}''/(f_{ctk}bh_0)] = 0,33 - 0,008x_{1,a} - 0,012x_{6,T} + 0,008x_{3,sw} + 0,004x_{5,s'} - 0,026x_{6,T}x_{5,s'} + 0,020x_{3,sw}x_{4,s}, \vartheta = 6,7\%, \quad (3)$$

з якої видно, що внаслідок ослаблення бетону дією крутного моменту приведена поперечна сила, при якій появляються нові похилі тріщини на приопорних ділянках дослідних елементів, є меншою від аналогічної поперечної сили для звичайних однопрогінних балок в 2,42 рази. Аналіз математичної моделі (3) показує, що приведена поперечна сила, при якій з'являються нові похилі тріщини на приопорних ділянках балок, що працюють в умовах плоского поперечного згину зі стисненим крученням, збільшується (рис. 2) по відношенню до середнього значення 0,33 при:

а) Дослідна з/б балка №12 Б.  
Праві припорні ділянки.



б) Дослідна з/б балка №25 Б.  
Праві припорні ділянки.



в) Дослідна з/б балка №11 Б.  
Ліві припорні ділянки.

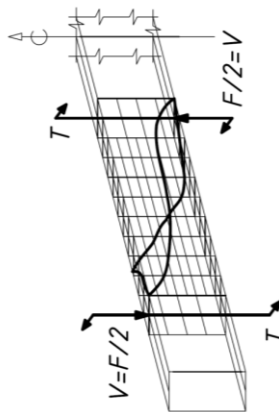
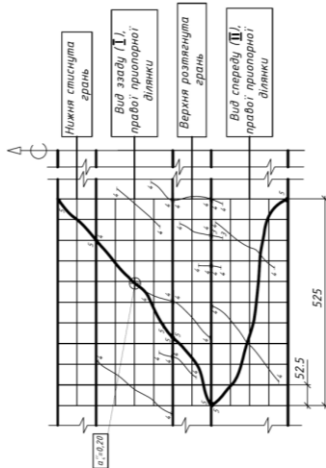


Рис. 1. Характерні схеми тріщиноутворення та руйнування дослідних балок з малим (а), середнім (б) і великим (в) прольотом зрізу при стисненому крученні їхніх припорних ділянок

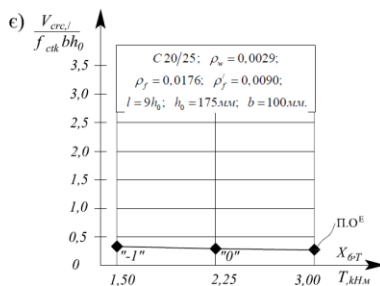
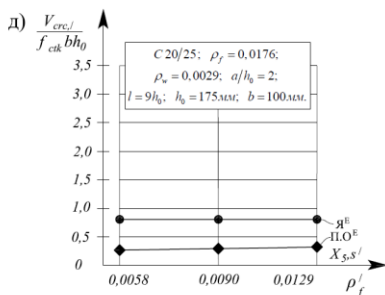
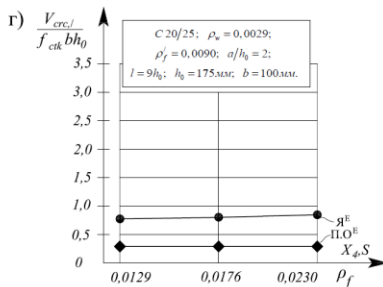
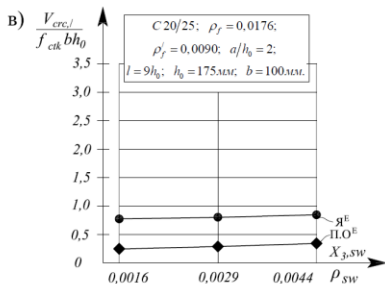
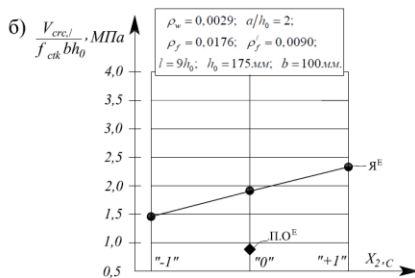
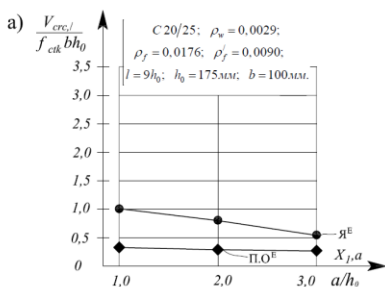
- зменшенні відносного прогону зрізу  $a/h_0$  від 3 до 1 на 5%; зменшенні рівня крутного моменту від 0,6 до  $0,3T_u$  на 7%;
- збільшенні коефіцієнта поперечного армування  $\rho_w$  від 0,0016 до 0,0044 на 5%; збільшенні кількості поздовжньої монтажної арматури  $\rho_f$  від 0,006 до 0,013 на 3%;
- одночасному зменшенні крутного моменту і збільшенні кількості поздовжньої монтажної арматури (до  $\approx 8\%$ );
- одночасному збільшенні кількості поперечної та поздовжньої робочої арматури (до  $\approx 6\%$ ).

Підсумовуючи викладене вище, слід зазначити, що такий фактор зовнішнього впливу, як крутний момент, по-перше, спроможний сам по собі визвати утворення тріщин, просторових спіралеподібних, а по-друге, його наявність суттєво знижує тріщиностійкість нормальних та похилих перерізів прогінних залізобетонних елементів від дії зовнішнього поперечного навантаження у порівнянні зі звичайними однопрогінними балками, в середньому в 4,7 рази.

Значення крутних моментів, при яких pojawiaються перші спіралеподібні тріщини, в середньому, в 4,2 рази є меншими від згинальних моментів, при яких pojawiaються перші нормальні тріщини в дослідних зразках-балках аналогічної конструкції. При цьому, наявність крутного моменту середньої величини ( $0,45T_u$ ) знижує тріщиностійкість нормальних перерізів звичайних однопрогінних балок в 3,8 разів при середніх значеннях інших дослідних факторів.

Аналізуючи вплив конструктивних чинників на появу тих чи інших тріщин у дослідних прогінних елементах, слід зазначити, що:

- зі зменшенням відносного прогону зрізу  $a/h_0$  від 3 до 1 тріщиностійкість нормальних перерізів являється сталою, похилих перерізів плосконапружених елементів (серії I) – зростає, а просторових похилих перерізів збільшується на 29% від дії  $T$  і 5% -  $M_F$ ;
- зі збільшенням класу бетону від C12/15 до C30/35 тріщиностійкість нормальних і похилих перерізів звичайних однопрогінних (серія I) балок підвищувалася до 45%; зміна кількості поперечного армування  $\rho_w$  від 0,0016 до 0,0044 мало впливає (до 6%) на тріщиностійкість нормальних і похилих перерізів;
- зі збільшенням коефіцієнта поздовжнього робочого армування  $\rho_f$  від 0,013 до 0,023 тріщиностійкість нормальних і похилих перерізів у дослідних серіях збільшувалася всього на 6...21%; збільшення кількості монтажної поздовжньої арматури від 0,006 до 0,013 може призвести тільки до збільшення тріщиностійкості просторових перерізів до 5%.



Умовні позначення:

- , ● — досліді Н.М. Ярошевич (I серія),
- ◆—, ◆ — досліді О.М. Петрова з T (II серія),

Рис. 2. Вплив конструктивних факторів (прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечної (в), нижньої робочої (г), верхньої монтажної (д) арматури, дії крутного моменту (е) на тріщиностійкість похилих перерізів дослідних елементів

На кожній ступені навантаження дослідних балок після появи нормальних та похилих тріщин вимірювали ширину їх розкриття. Ширина розкриття нормальних тріщин може бути охарактеризована такими адекватними математичними моделями:

$$\hat{Y}(W_{k,\perp}^I) = 0,22 + 0,05x_{1,a} - 0,04x_{2,c} - 0,03x_{3,sw} - 0,04x_{4,s} - \\ - 0,01x_{5,s'} - 0,03x_{1,a}x_{4,s} + 0,05x_{2,c}x_{4,s} + 0,03x_{3,sw}x_{4,s}, \text{ мм}, \quad \vartheta = 12\%; \quad (4)$$

Аналіз моделі (4) показує, що середня ширина розкриття нормальних тріщин плосконапружених дослідних елементів перед руйнуванням їхніх приопорних ділянках на рівні центру ваги робочої арматури коливається в межах 0,16...0,22мм.

На «експлуатаційному» ( $0,65F_u$ ) рівні поперечного навантаження дослідних зразків при їх плоскому поперечному згині ширина розкриття похилих тріщин, як правило, не перевищувала 0,3мм. Перед руйнуванням приопорних ділянок балок ширина розкриття цих тріщин різко зростала й може бути охарактеризована за допомогою наступних адекватних математичних моделей:

$$\hat{Y}(W_{k,I}^{0,95F_u}) = 0,70 + 0,08x_{1,a} - 0,06x_{2,c} - 0,08x_{3,sw} - 0,03x_{4,s} - \\ - 0,02x_{5,s'} - 0,04x_{1,a}x_{2,c} + 0,03x_{2,c}x_{3,sw} + 0,03x_{3,sw}x_{4,s}, \text{ мм}, \quad \vartheta = 10\%; \quad (5)$$

Із представленої моделі видно, що середня ширина розкриття похилих тріщин плосконапружених дослідних елементів при високих рівнях ( $0,95F_u$ ) поперечного навантаження коливається в межах 0,67...0,79мм. Зафіксована значна ширина розкриття похилих тріщин у вказаних дослідних елементах, що вдвоє перевищує допустимі значення, зумовлена, насамперед, тим, що вони були запроєктовані саме так, щоби руйнування відбувалося, переважно, на їхніх приопорних ділянках при збереженні принципу однакової міцності нормальних та похилих перерізів. Окрім того, перед руйнуванням, як відомо, спостерігається значне розкриття небезпечних похилих тріщин.

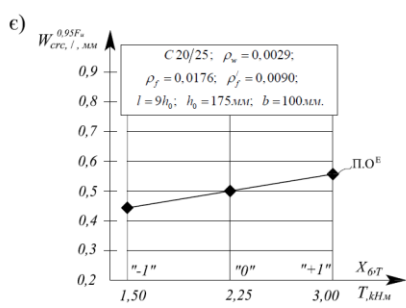
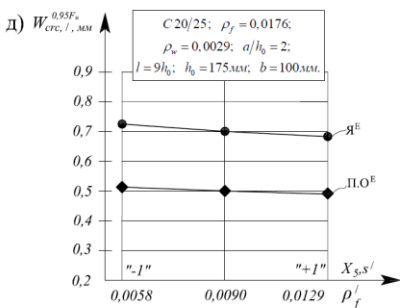
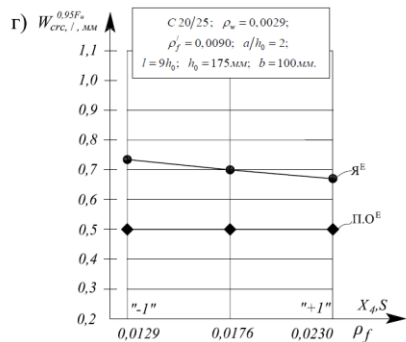
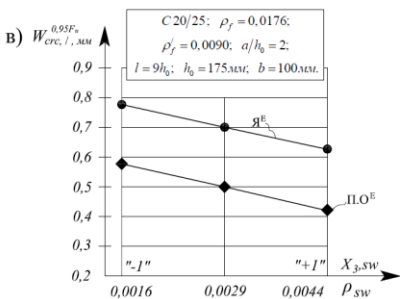
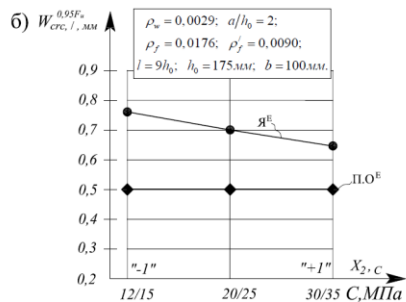
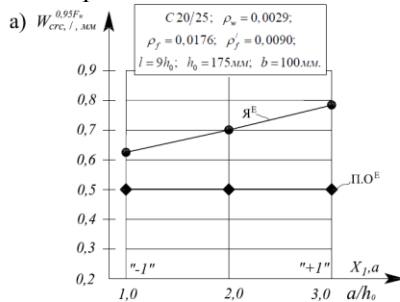
При прикладанні спочатку тільки крутного моменту згідно з законом розподілу дотичних напружень на бічних, а потім на верхній та нижній гранях з'являються й розвиваються просторові спіралеподібні тріщини, що поглиблюються з ростом крутного моменту в середину тіла балки. Ширина розкриття цих тріщин збільшується з появою поперечного навантаження і при досягненні ним «експлуатаційного» рівня значно перевищує допустимі значення. Математична модель ширини розкриття цієї тріщини при поперечному навантаженні на рівні  $0,65F_u$  має вигляд:

$$\hat{Y}(W_{k,tor,II}^{0,65F_u}) = 0,50 + 0,06x_{6,T} - 0,08x_{3,sw} - 0,03x_{4,s} - 0,01x_{5,s'}, \quad (6) \\ \text{мм}, \quad \vartheta = 8,2\%;$$

Характер впливу дослідних конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії на величину розкриття нормальних та похилих тріщин подібний (рис. 3). Так, ширина розкриття нормальних та похилих тріщин у дослідних зразках-балках збільшувалася по відношенню до своїх середніх



значень при:



Умовні позначення:

- , ● ЯЕ - досліді Н.М. Ярошевич (І серія),  
 —◆—, ◆ П.О.Е - досліді О.М. Петрова з Т (II серія),

Рис. 3. Вплив конструктивних чинників прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечної (в), нижньої робочої (г), верхньої монтажної (д) арматури, дії крутного моменту (є) на ширину розкриття похилих тріщин дослідних елементів перед їх руйнуванням

- збільшенні відносного прогону зрізу  $a/h_0$  від 1 до 3, відповідно, на 20...45% та 23...36%;
- зменшенні кількості поперечної арматури  $\rho_w$  від 0,0044 до 0,0016, відповідно, на 27...40% та 18...32%;
- зменшенні коефіцієнта поздовжнього робочого армування  $\rho_f$  від 0,023 до 0,013, відповідно, на 36...50 та 9...56%;
- зменшенні кількості верхньої (монтажної) арматури  $\rho'_f$  від 0,013 до 0,006, відповідно, на 9...42% та 6...12%;
- збільшенні рівня крутного моменту від 0,3 до 0,6 $T_u$  на 24%.

## ВИСНОВКИ

Руйнування складнонапружених приопорних ділянок відбувалося за однією з складних просторових поверхонь (рис. 1). На нижній і верхній та одній з бокових граней ця поверхня починає утворюватися зі спіралеподібних тріщин, зумовлених дією крутного моменту, й отримує подальший розвиток з ростом значень поперечної сили та згинального моменту. При цьому, на одній з вертикальних бокових граней та на примикаючих до неї ділянках горизонтальних нижньої та верхньої поверхонь балки відбувається інтенсивне розкриття небезпечної просторової спіралеподібної тріщини (до 1мм і більше), а на другій протилежній вертикальній грані спостерігається закриття раніше утворених під дією тільки крутного моменту аналогічних спіралеподібних тріщин і на завершальній стадії роботи балки перед руйнуванням її приопорної ділянки під дією все зростаючих поперечної сили і згинального моменту появляється нова перехресна похила тріщина від зосередженої сили до опори, яка перетинає раніше утворені, а потім затиснуті спіралеподібні тріщини, замикаючи складну просторову поверхню руйнування. Руйнування складнонапруженої приопорної ділянки балки, зумовлене сумісною дією  $T, V, M$ , відбувається за більш складною поверхнею й починається з текучості вертикальної поперечної арматури на одній з бічних (більшій за розміром, вертикальній) граней, в якій дотичні напруження від дії крутного моменту збігаються за напрямком з дотичними напруженнями від дії поперечної сили й, відповідно, збільшуються.

Проведені експериментальні дослідження вказують на правомірність запропонованих моделей для прогнозу параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів та необхідність їхнього вдосконалення.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Лялин И.М. Экспериментальные исследования работы железобетонных балок прямоугольного сечения, подверженных совместному действию поперечной силы, изгибающего и крутящего моментов / И.М. Лялин. // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1959. – С. 54–78.
2. Мурашкин Г.В. Влияние предварительного напряжения на прочность и трещиностойкость железобетонных балок на кручение с изгибом / Г.В. Мурашкин. // Бетон и железобетон, 1965. – №10. – С.29–33.
3. Складнева Р.А. Трещиностойкость железобетонных обычных и предварительно напряженных балок прямоугольного сечения при действии поперечного изгиба и кручения: автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук / Р.А. Складнева. – Москва, 1977. – 22с.
4. Чиненков Ю.В. Исследование работы железобетонных элементов при действии изгиба и кручения / Ю.В. Чиненков. // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1959. – Вып.5. – С. 29–54.
5. Юдин В.К. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии кручения и изгиба / В.К. Юдин. // Бетон и железобетон, 1962. – №6. – С.14–17.
6. Ячменева Н.Н. Исследование жесткости и трещиностойкости железобетонных элементов таврового сечения при действии крутящих, изгибающих моментов и осевой силы: автореф. дис. на получение ученой степени канд. техн. наук. / Н.Н. Ячменева. – Москва. – 1977. – 21 с.]
7. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2010. – [Чинний від 2011–06–01]. – К.: Мінрегіонрозвитку та будівництва України, 2010. – 164 с. – (Державний стандарт України).
8. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1. Загальні правила і правила для споруд (En 1992-1-1:2004. IDT): ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010 Єврокод 2. – [Чинний від 2013–07–01]. – К.: Мінрегіонрозвитку та будівництва України, 2012. – 312 с. – (Державний стандарт України).
9. Проектування будівельних конструкцій за Єврокодами. Основні положення: ДБН А.1.1-94:2010. – [Чинний від 2013–07–01].– К.: Мінрегіонбуд України, 2012. – 22 с. – (Будівельні норми України).

## REFERENCES

1. Lyalin I.M. Experimental researches of work of reinforce-concrete beams of rectangular section, subject to the united action of transversal force, flexion and twisting moments / I.M. Lyalin // Research of durability of elements of reinforce-concrete constructions. – M.: Gosstroyizdat, 1959. – P. 54–78.

2. Murashkin G.V. Influence of preliminary tension on durability and treschinostoykost' of reinforce-concrete beams on twisting with a bend / G.V. Murashkin. // Concrete and reinforced concrete, 1965. – №10. – P.29–33.
3. Skladneva R.A. crack firmness reinforce-concrete ordinary and preliminary tense beams of rectangular section at the action of cross-bending and twisting: avtoref. dis. on a receipt scientific. degrees of kand. tekhn. sciences / R.A. Skladneva. - Moscow, 1977. – 22 p.
4. Chinenkov Yu.V. Research of work of reinforce-concrete elements at the action of bend and twisting / Yu.V. Chinenkov // Research of durability of elements of reinforce-concrete constructions. – M.: Gosstroyizdat, 1959. – №5. – P. 29–54.
5. Yudin V.K. Determination of bearing strength of reinforce-concrete elements of rectangular section at the united action of twisting and bend / V.K. Yudin // Concrete and reinforced concrete, 1962. – №6. – P.14–17.
6. Yachmenev A N.N. Research of inflexibility and crack firmness of reinforce-concrete elements of t-shaped section at the action of twisting, flexion moments and axial force: avtoref. dis. on the receipt of graduate degree of kand. tehn. sciences. / N.N. Yachmeneva. - Moscow. – 1977. – 21 p.
7. Constructions of houses and buildings. Concrete and reinforce-concrete constructions are from a heavy concrete. Rule planning: DSTU V.2.6-156:2010. – [Valid from 2011–06–01]. – K.: Miregionrozvitku and building of Ukraine, 2010. – 164 p. – (State Standard of Ukraine).
8. Planning of reinforce-concrete constructions. Part 1. General rules and rule for buildings (En 1992-1-1:2004. IDT): DSTU-N EN a 1992-1-1:2010 Eurocode 2. – [Valid from 2013–07–01]. – K.: Minregionrozvitku and building of Ukraine, 2012. – 312 p. - (State Standard of Ukraine).
9. Planning of build constructions after Eurokodes. Substantive provisions: SBC A.1.1-94:2010. – [Valid from 2013–07–01]. – K.: Minregionbud of Ukraine, 2012. – 22 p. – (State building codes).

Стаття надійшла до редакції 05.08.2015 р.