

## ПЕРЕТВОРЕННЯ УДАРНИХ ХВИЛЬ В ГРАДІЄНТНИХ ТА ШАРУВАТО НЕОДНОРІДНИХ ПОРОДАХ

Гуляєв В.І., Заєць Ю.О.  
Національний транспортний університет

Іванченко Г.М.  
Київський національний університет будівництва і архітектури  
м. Київ, Україна

**АНОТАЦІЯ:** В роботі запропонована задача математичного моделювання динамічних процесів розривних пружних хвиль в середовищах, механічні параметри яких є неперервними елементарними функціями просторових координат, або мають умовно шарувату структуру. Предметом дослідження є ефект перетворення розривної хвилі на неперервних та розривних неоднорідностях пружних середовищ. Дослідження проводяться з використанням методу нульового наближення променевого методу.

**АННОТАЦИЯ:** В работе предложена задача математического моделирования динамических процессов разрывных упругих волн в средах, механические параметры которых являются непрерывными элементарными функциями пространственных координат или имеют условно слоистую структуру. Предметом исследования является эффект преобразования разрывной волны на непрерывных и разрывных неоднородностях упругих сред. Исследования проводятся с использованием метода нулевого приближения лучевого метода.

**ABSTRACT:** In the paper, the mathematic model and constitutive equations of kinematics and dynamics of discontinuous wave propagation in elastic media with continuous and discontinuous nonhomogeneities of mechanical parameters are elaborated on the basic of the ray method. The study examined the effect of conversion is bursting waves in continuous and discontinuous inhomogeneities elastic media.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** розривна хвиля, променевий метод, неоднорідне трансверсально-ізотропне середовище, скранування хвиль.

Для захисту будівельних споруд від пошкоджень, які виникають в результаті сейсмічних впливів, а також дії динамічних явищ та людської діяльності, існують різні методи, основані на використанні екрануючих систем. При цьому ефективним захистом від негативного впливу пружних хвиль можуть слугувати вібраційні екрани у вигляді бар'єрів, що здійснюють заломлення та розсіювання поверхневих хвиль [3]. Ці хвильові бар'єри можуть являти собою незаповнені траншеї, траншеї, заповнені металевими ошурками та піском, а також побудовані в ґрунті стіни з бетону, шпунту або паль. І все ж, що стосується проблеми екранування споруд від сейсмічних хвиль, то ця область досліджень, незважаючи на очевидну практичну значущість, перебуває, поки що, на початковому етапі. Основна складність цієї проблеми зумовлена великими просторовими масштабами досліджуваного явища. Сейсмічні хвилі, а також пружні вібрації ґрунту техногенного походження (вибухи, технічні роботи, будівництво) представляють собою низькочастотні коливання. Загалом значення цих частот складають декілька десятків Гц і нижче, а довжини хвиль – від метрів і до кілометрів. Тому звичайні інженерні підходи до проблеми екранування таких довгохвильових сейсмічних впливів виявляються, як правило, малоефективними [4]. Оскільки споруди, що піддаються таким впливам, є досить витратними конструкціями і, до того ж, їх руйнування пов'язане з численними ризиками для навколишнього середовища та населення, а самі динамічні явища, що при цьому виникають, все ще є недостатньо вивченими, то можна вважати, що питання вивчення загальних закономірностей перетворення розривних (ударних) хвиль у пружних анізотропних середовищах з неперервними та розривними неоднорідностями становлять актуальну наукову задачу будівельної механіки.

В наш час лише відомо, що механізм землетрусів включає явище суттєвої деформації земної кори, в результаті активних тектонічних рухів, а також процеси розповсюдження пружних поздовжніх та поперечних хвиль деформації, дифрагуючих на тектонічних неоднорідностях.

В роботі [2] під осередком землетрусу розуміється розрив суцільності породи Землі (локальна нестійкість) під дією напружень (зсуву), накопичених в процесі тектонічної деформації. Таким чином від осередків землетрусів відходять зсувні (поперечно поляризовані) хвилі деформації, а спостережувані в природі поздовжні хвилі виникають в результаті дифракції і перебудови зсувних хвиль на поверхнях розділу тектонічних порід з різними геофізичними властивостями.

У зв'язку з тим, що такі динамічні явища мають чітко виражений ударний характер, перед рухомою поверхнею фронту хвилі середовище перебуває в недеформованому стані, за цією поверхнею функції напружень та деформацій мають скінченні значення, а безпосередньо на самій

поверхні (в рамках теорії ідеальної пружності) вони зазнають розривів [7, 8]. Тому для таких процесів виявляються малоефективними класичні методи будівельної механіки, пов'язані з постановкою крайових задач, і найбільш повну інформацію про еволюціонуючий фронт ударної хвилі й інтенсивність імпульсу, що переноситься нею в кожній точці фронту, можна отримати за допомогою нульового наближення променевого методу.

Засновником променевого методу вважається нідерландський вчений Р. Debye. Він розробив основи цього методу для розв'язку деяких задач фізики. Основоположником променевого методу для розв'язання задач поширення пружних хвиль в анізотропних середовищах можна вважати В.М. Бабича. Зокрема його робота [1], присвячена побудові короткохвильовим асимптотикам дифракційних задач. Значний вклад в опис хвильових полів в межах нульового наближення променевого методу був зроблений лєнінградською школою вчених на чолі з Г.І. Петрашенем. Наприклад, його робота [6] дала значний поштовх практичному застосуванню теоретичних основ динаміки хвиль в анізотропних пружних середовищах для сейсмологічних досліджень за рахунок доведення розв'язків задач до чітких алгоритмів і можливості застосування обчислювальної техніки.

Зазначимо, що в загальному випадку, під час дослідження ефектів перетворення ударних хвиль в неоднорідних гірських породах, можемо спостерігати неоднорідності двох типів. В першому випадку пружні характеристики тектонічних середовищ (густина і компоненти тензора пружних сталей) можуть бути неперервними функціями просторово-часових змінних  $x_1, x_2, x_3$  (градієнтне середовище). Відомо, що при поширенні розривних хвиль в такому середовищі промені викривляються згідно рівнянь [6]:

$$\frac{dx_m}{d\tau} = \sum_{i,p,q} \lambda_{im,pq} p_p A_q^{(r)} A_i^{(r)}, \quad (m=1, 2, 3) \quad (1)$$

$$\frac{dp_m}{d\tau} = -\frac{1}{2} \sum_{i,k,p,q} \frac{\partial \lambda_{ik,pq}}{\partial x_m} p_k p_p A_q^{(r)} A_i^{(r)},$$

де  $\lambda_{ik,pq} = c_{ik,pq} / \rho$  –приведені коефіцієнти тензора пружних сталей;

$\rho$  - густина середовища;

$x_i$  - декартові координати,

$t$  - час;

$p_k \equiv \partial \tau / \partial x_k = n_k / v_r(\vec{n})$  - компоненти вектору рефракції;

$A_q^{(r)}, A_i^{(r)}$  – складові вектору поляризації;

$\tau$  – функція, що задовольняє диференціальне рівняння

$$\sum_{i,k,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} P_k P_p A_q^{(r)} A_i^{(r)} = 1, \text{ а хвильові фронти зазнають додаткової}$$

трансформації.

Так, наприклад, при проходженні хвилею пружного шару зниженої щільності, графік функції густини середовища для такого випадку зображений на рис. 1,а, можемо спостерігати суттєве відхилення променів квазісповдовжньої хвилі та видовження (перетворення) її фронтів вздовж площини  $x_3 = 0$ .

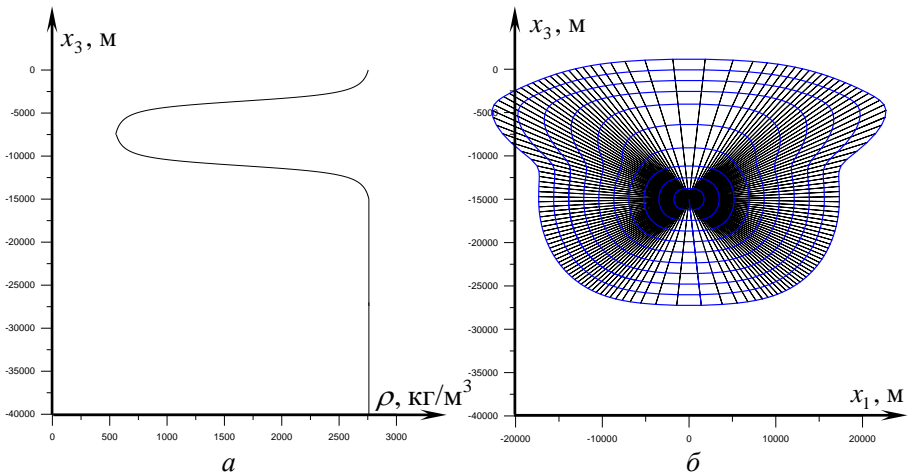


Рис. 1. Графік зміни функції густини  $\rho(x_3)$  (а) та схема перетворення променів і фронтів  $qP$ -хвилі (б) при проходженні шару зниженої щільності в неоднорідному трансверсально-ізотропному середовищі.

Неоднорідності другого типу деформованого середовища можуть бути обумовлені розривним характером змін механічних властивостей середовища. Такі неоднорідності зустрічаються, наприклад, коли гірська порода є комбінацією двох або більше пружних середовищ з різними механічними властивостями, що контактують на певних поверхнях розділу. В цьому випадку параметри пружності системи є функціями, які зазнають розривів на поверхнях розділу.

Для виведення рівнянь динамічної взаємодії розривної хвилі з площиною  $G$  з'єднання двох середовищ використаємо умови нерозривності на  $G$  переміщень  $\mathbf{u}$  і напружень  $\sigma$  [5]:

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}^{(i)} + \mathbf{u}^{(r)})|_G &= \mathbf{u}^{(t)}|_G \\ (\hat{\sigma}^{(i)} \cdot \mathbf{n} + \hat{\sigma}^{(r)} \cdot \mathbf{n})|_G &= \hat{\sigma}^{(t)} \cdot \mathbf{n}|_G, \end{aligned} \quad (2)$$

де індексами  $i$ ,  $r$  і  $t$  позначені параметри падаючої, відбитої та заломленої хвиль, відповідно;

$\mathbf{n}$  - вектор одиничної нормалі до площини  $G$ .

На основі викладеного підходу виконано дослідження явища перетворення розривної квазіпоздовжньої хвилі під час її проходження площини розділу  $G$  середовищ з відмінними фізичними властивостями. На рис. 2, а представлені графіки залежності від кута падіння  $\theta_{1-}$  функцій інтенсивностей швидкостей відбитих  $(\dot{u}_{1+}, \dot{v}_{1+})$  і заломлених  $(\dot{u}_{2+}, \dot{v}_{2+})$  хвиль, що сформувались при проходженні  $qP$ -хвилею спочатку середовища  $I$  - доломіт, а потім  $II$  - діабаз з відповідними фізичними властивостями:

$\alpha_1 \rho_1 = 18,8 \cdot 10^6 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ,  $\lambda_1 = 0,47 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  
 $\mu_1 = 3,75 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  $(\alpha_2 \rho_2)_{\text{діабаз}} = 16,3 \cdot 10^6 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ,  $\lambda_2 = 4,25 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  
 $\mu_2 = 3,62 \cdot 10^{10} \text{ Па}$  та параметрами пружності, що відрізняють анізотропне середовище від ізотропного:  $l_1 = 0,2 \lambda_1$ ,  $m_1 = 0,6 \mu_1$ ,  $p_1 = 0,8(\lambda_1 + 2\mu_1)$ ,  
 $l_2 = -0,2 \lambda_2$ ,  $m_2 = -0,6 \mu_2$ ,  $p_2 = -0,8(\lambda_2 + 2\mu_2)$ . Рис. 2, б ілюструє графіки функцій  $\dot{u}_{1+}, \dot{v}_{1+}, \dot{u}_{2+}, \dot{v}_{2+}$  для випадку проходження  $qP$ -хвилею спочатку середовища доломіт, а потім – вапняк з  $(\alpha_2 \rho_2)_{\text{вапняк}} = 8,3 \cdot 10^6 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$  та  $\lambda_2 = 0,91 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  $\mu_2 = 0,84 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ , при цьому параметри анізотропії  $l_1, m_1, p_1, l_2, m_2, p_2$  залишаються незмінними.

Аналізуючи отримані результати, можемо зробити висновок, що при проходженні розривної хвилі через площину розділу двох анізотропних середовищ з відмінними фізичними властивостями ефективність екранування підвищується зі збільшенням різниці акустичних жорсткостей досліджуваних середовищ  $\alpha_1 \rho_1 - (\alpha_2 \rho_2)_{\text{діабаз}} < \alpha_1 \rho_1 - (\alpha_2 \rho_2)_{\text{вапняк}}$ .

Також варто відмітити, що поширення хвилі в шарувато-неоднорідному середовищі супроводжується виникненням хвиль нової поляризації (в загальному випадку всіх трьох типів), на відміну від випадку її розповсюдження в середовищі зі змінними механічними параметрами, в якому відбувається лише поворот вектору поляризації, а не виникнення новополяризованих хвиль.

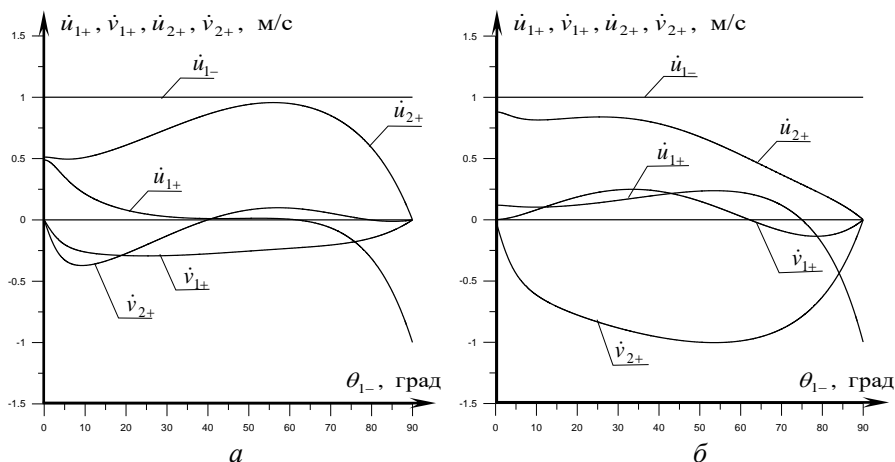


Рис. 2. Графіки інтенсивностей відбитих та заломлених хвиль в залежності від кута падіння початкової хвилі

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бабич В. М. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн / В. М. Бабич, В. С. Булдырев. – М.: Наука, 1972. – 456 с.
2. Костров Б. В. Механика очага тектонического землетрясения / Б.В. Костров. – М.: Наука, 1975. – 176 с.
3. Кранцфельд Я. Л. О перспективах сейсмозащитного экранирования грунтовых оснований зданий и сооружений / Я. Л. Кранцфельд // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2012. – № 1. – С. 23-27.
4. Механика горных выработок при действии гравитационных и динамических нагрузок: монография / [В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Ю. А. Заец и др.]. – Ивано-Франковск : Изд-во Прикарпат. нац. ун-та им. В. Стефаника, 2014. – 438 с.
5. Подильчук Ю. Н. Лучевые методы в теории распространения и рассеяния волн / Ю. Н. Подильчук, Ю. К. Рубцов. - К.: Наукова думка, 1988. - 220 с.
6. Петрашень Г. И. Распространение волн в анизотропных упругих средах / Г. И. Петрашень. – Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1990. – 280 с.
7. Gulyaev V.I., Lugovoi P.Z., Zayets Yu.A. Shielding of elastic nonstationary waves by interfaces. International Applied Mechanics. – 2012. – Vol. 48, № 4. – P. 414–422.
8. Transformation of seismic discontinuous waves by hyperboloid interfaces in anisotropic elastic media / [N.W. Musa, V.I. Gulyayev, Yu.A. Zaets et al.] // International Journal of Scientific and Engineering Research. – 2014. – V. 5, № 12. – P. 962-977.

## REFERENCES

1. Babich V. M., Buldyrev V. S. Asymptotic methods in the problems of short wave diffraction. – Moskva: Nauka, 1972. - 456 p.
2. Krantsfeld Ya. L. O perspektivah seysmozaschitnogo ekranirovaniya gruntovyih osnovaniy zdaniy i sooruzheniy // Osnovaniya, fundamenty i mehanika gruntov. 2012, vol. 1. 23-27 pp.
3. Gulyayev, V. I., Lugovoi, P. Z., Zaets Yu. A. Mechanics of rock systems under action of gravity and dynamic loads. Ivano-Frankivsk: GVUZ, 2014. 438 p.
4. Podilchuk Yu.N., Rubtsov Yu.K. Ray method in the theory of propagation and dispersion of waves. Kyiv: Naukova Dumka, 1988. – 220 p.
5. Petrashen G.I. Wave propagation in anisotropic elastic media. Leningrad: Nauka, 1980. – 280 p.
6. Gulyayev, V. I., Lugovoi, P. Z., Zaets Yu. A. Shielding of elastic nonstationary waves by interfaces // International Applied Mechanics. 2012. Vol. 48, № 4. - P. 414–422.
7. Musa N.W., Gulyayev V. I., Zaets Yu. A. Transformation of seismic discontinuous waves by hyperboloid interfaces in anisotropic elastic media // International Journal of Scientific and Engineering Research. 2014. Vol. 5, № 12. P. 962-977.

Стаття надійшла до редакції 30.06.2016 р.