

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МОРСКИХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

Гришин В.А., Руденко С.В., Гришин А.В.

Одесский национальный морской университет
г. Одесса, Украина

АНОТАЦІЯ: У цій роботі розглядаються питання математичного моделювання морських гідротехнічних споруд з використанням сучасних програмних комплексів.

АННОТАЦИЯ: В данной работе рассматриваются вопросы математического моделирования морских гидротехнических сооружений с использованием современных программных комплексов.

ABSTRACT: In hired the questions of mathematical modeling of marine hydrotechnical building are examined with the use of modern programmatic complexes.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гидротехнические сооружения, больверк, математическая модель.

Конструкции и методы расчета разных видов морских гидротехнических сооружений рассмотрены, например, в [1]. В настоящее время при расчете таких сооружений, в качестве объекта исследования используются только их конструкции (например, причальные стенки), а контактирующие с ними грунтовую и водную среду заменяют действующими от них нагрузками [2]. Но эксперименты показывают, что нагрузка от грунта существенным образом зависит от перемещения конструкции и может быть точно определена только из их совместного расчета [3]. При динамических исследованиях в расчетах должна учитываться присоединенная масса морской водной среды [4]. Следовательно, объект исследования

должен рассматриваться как единая сложная система, включающая конструкцию сооружения, грунтовую и водную среды.

Объекты исследования морских гидротехнических сооружений содержат бесконечное число факторов их характеризующих, поэтому возникает необходимость в построении моделей, которые учитывают только конечное их число, отражающих важнейшие свойства объекта. При этом эти свойства должны быть реально определяемыми из опытных данных и допускающими в дальнейшем численную реализацию модели с применением ЭВМ. Здесь будет использоваться математическое моделирование, предложенное в [5], которое более полно раскрывает это понятие. Оно включает три этапа: модель — алгоритм — программа.

При строительстве и эксплуатации рассматриваемых сооружений они обычно испытывают упругопластическое напряженно-деформированное состояние и работают в условиях сложного нагружения. Следовательно, в уравнении состояния модели должны учитываться как упругие, так и пластические деформации. В этих условиях теория малых упругопластических деформаций не применима и должны использоваться более сложные упругопластические теории [6], уравнения состояния которых обычно записываются в приращениях напряжений и деформаций. Модель материального объекта реализуется в виде математических формул, которые получены на основании фундаментальных законов природы, и собственно они представляют модель этого объекта, которая в дальнейшем исследуется теоретическими и численными методами.

При построении предлагаемой здесь модели полагаем, что, во-первых, деформации малы, поэтому соотношения Коши, уравнения равновесия и постулат суммирования можно представить в виде:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \quad (1)$$

$$\sigma_{ij,i} + Q_j = 0; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(e)} + \varepsilon_{ij}^{(p)}, \quad d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{(e)} + d\varepsilon_{ij}^{(p)}. \quad (3)$$

Во-вторых, будет применима теория упрочняющегося упругопластического тела, устанавливающая изменение пластического течения, начиная с некоторого состояния. Все эти понятия применительно к моделям морских гидротехнических сооружений подробно изложены в [7].

Упругие деформации или их приращения в (3) определяются по формулам

$$\varepsilon_{ij}^{(e)} = C_{ijk_s}^{(e)} \sigma_{ks}, \quad d\varepsilon_{ij}^{(e)} = C_{ijk_s}^{(e)} d\sigma_{ks}. \quad (4)$$

Приращения пластических деформаций на основании принципа максимума Мизеса [6] записываются в окрестности регулярной точки функции нагружения f в виде

$$d\varepsilon_{ks}^{(p)} = d\lambda f_{,\sigma_{ks}}, \quad d\lambda = \text{const} > 0, \quad f_{,\sigma_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (5)$$

При этом поверхность нагружения $f = 0$ для любого напряженно-го состояния σ не может быть вогнутой, а вектор приращения пластической деформации $d\varepsilon^p$ в регулярной точке поверхности нагружения должен быть направлен по ее внешней нормали n . Постоянная величина $d\lambda$ находится из условия непрерывного изменения поверхности нагружения, что соответствует уравнению $df = 0$.

$$d\lambda = h^{-1} d'f, \quad h = - \frac{(f_{,\varepsilon_{nm}^p} f_{,\sigma_{nm}}) f_{,\sigma_{ij}} d\sigma_{ij}}{f_{,\sigma_{ks}} d\sigma_{ks} + f_{,\chi_k} d\chi_k}. \quad (6)$$

Поставляя (6) в (5), находим

$$d\varepsilon_{ij}^{(p)} = C_{ijmn}^{(p)} d\sigma_{mn}, \quad C_{ijmn}^{(p)} = h^{-1} f_{,\sigma_{ij}} f_{,\sigma_{mn}}. \quad (7)$$

В сингулярных точках функции нагружения полученные формулы ассоциированного закона течения не выполняются, поэтому используется принцип суперпозиции Койтера [7].

В окончательном виде уравнения состояния получены в следующем виде

$$d\sigma_{ij} = D_{ijnm}^{(ep)} d\varepsilon_{nm}, \quad \text{если } f = 0, \quad df' > 0;$$

$$d\sigma_{ij} = D_{ijnm}^{(e)} d\varepsilon_{nm}, \quad \text{если } f = 0, \quad df' \leq 0 \text{ или } f < 0, \quad (8)$$

где $D_{ijnm}^{(ep)}$ определено при изотропном упрочнении как

$$D_{ijnm}^{(ep)} = D_{ijnm}^{(e)} - \frac{f_{,\sigma_{ij}} D_{ijnm}^{(e)} f_{,\sigma_{nm}} D_{ijnm}^{(e)}}{f_{,\sigma_{ij}} D_{ijnm}^{(e)} f_{,\sigma_{nm}} - f_{,\chi} \sigma_{ks} f_{,\sigma_{ks}}}. \quad (9)$$

При кинематическом упрочнении уравнения состояния имеют также вид (8), но в уравнении (9) вместо подчеркнутого выражения необходимо поставить

$$f_{,\rho_{nm}} \rho_{nm} f_{,\varepsilon_{ks}^{(p)}} f_{,\sigma_{ks}}.$$

В уравнения (8) входит функция нагружения f и ее производные. В настоящее время не существует единой функции, пригодной для всех материалов. Поэтому были получены различные виды этой функции, используемые для металлов, бетонов, железобетонов и грунтов, которые применяются для строительства морских гидротехнических сооружений и приведены в [7]. Рассматриваемая модель характеризуется следующими уравнениями: геометрическими (1), статическими (2) и состояния (8).

Следующими этапами математического моделирования являются алгоритм и программа. При решении упругопластических задач механики деформируемого твердого тела численными методами необходимо реализовать две проблемы: 1) дискретизацию области, занимаемой моделью, и исходных уравнений; 2) построение итерационного процесса для определения искомых функций, характеризующих напряженно-деформированное состояние модели, с наперед заданной точностью. Процедура построения алгоритма решения подробно исследована и изложена в [7].

По данному алгоритму авторами был разработан программный комплекс на языке C#, который показал высокую эффективность при решении упругопластических задач, но доступен пока только для авторов данной статьи. Из существующих программных комплексов наиболее удобным и наиболее доступным для пользователей является PLASTIC, который разработан в основном для решения гидротехнических задач. Но в этом комплексе ограничено количество функций нагружения, что сужает область его применения. Рассмотрим пример, рассчитанный в системе PLASTIC и сравним полученные результаты с данными, полученными по программе авторов. Рассмотрим модель причальное сооружение в виде больверка, расчетная схема которого показана на рис. 1.

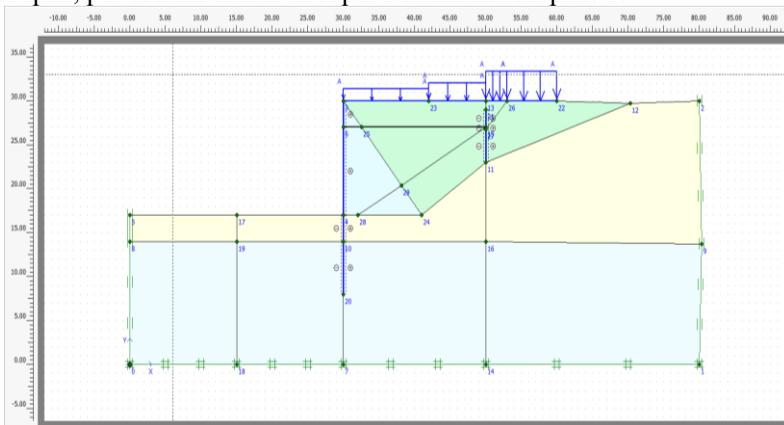


Рис. 1. Расчетная схема больверка

Причал рассматривается как единая система, состоящая из шпунтовой и анкерной стенок, анкеров, морской воды и грунтового массива. Предполагается, что грунты массива состоят из четырех слоев, которые моделируются идеальной упругопластической средой без упрочнения, что допускается в PLASTIC. Грунты имеют следующие физико-механические свойства: сцепление c (в kH/m^2), угол внутреннего трения φ (в градусах), модуль деформации E (в kH/m^2) и коэффициент Пуассона (безразмерная величина). Первый слой – $c = 1$, $\varphi = 30$, $E = 33000$, $\mu = 0,3$; второй слой – $c = 2$, $\varphi = 28$, $E = 32000$, $\mu = 0,3$; третий слой – $c = 3$, $\varphi = 23$, $E = 10000$, $\mu = 0,33$; четвертый слой – $c = 25$, $\varphi = 24$, $E = 16000$, $\mu = 0,35$. Слои грунта расположены сверху вниз, как показано на рис. 1. Шпунтовая и анкерная стенки изготовлены из металлического шпунта Ларсен V. Высота стенки выше дна моря равна 13 м, а глубина забивки 9 м. Приложенная на причал равномерно распределенная нагрузка (слева направо) имеет соответственно следующие интенсивности: 40, 60, 100 kH/m^2 .

Расчет выполняется последовательно по шести этапам. На первом этапе определяется напряженно-деформированное состояние грунтов в естественном состоянии до начала строительства причала. На втором этапе расчета (начало строительства), полученные на первом этапе перемещения в грунтах обнуляются, т. е. напряженно-деформированное состояние грунтового массива приводится к исходному первоначальному положению, от которого идет отсчет перемещений. Затем производится дополнительная подсыпка грунта, который необходим для крепления анкерной стенки, и определяется напряженно-деформированное состояние измененного таким образом грунтового массива. На третьем этапе производится расчет системы после установки причальной и анкерной стенок и анкеров. На четвертом этапе рассчитывается система после засыпки грунта до уровня анкеров. На пятом этапе выполняется расчет полностью построенного причала, но без действующей внешней нагрузки. На последнем шестом этапе определяется окончательное напряженно-деформированное состояние причала от действия на него всех нагрузок, показанных на рис. 1. В результате для всех шести этапов из расчетов получены различные эпюры и графики, характеризующие напряжения, деформации и перемещения различных элементов системы. Приведем некоторые результаты, полученные только для последнего шестого этапа. Они показаны ниже в виде эпюр.

Был выполнен расчет причала по эксплуатационной схеме, показанной на рис. 1, как один этап, минуя приведенную выше последовательность поэтапных вычислений. В этом случае причал теряет устойчивость, хотя по предыдущим расчетам на шестом этапе коэффициент запаса равнялся 1,06. Следовательно, расчет по эксплуатационному состоя-

нию причала дает завышенные результаты. Это вызвано тем, что результаты упругопластического расчета зависят от пути нагружения системы.

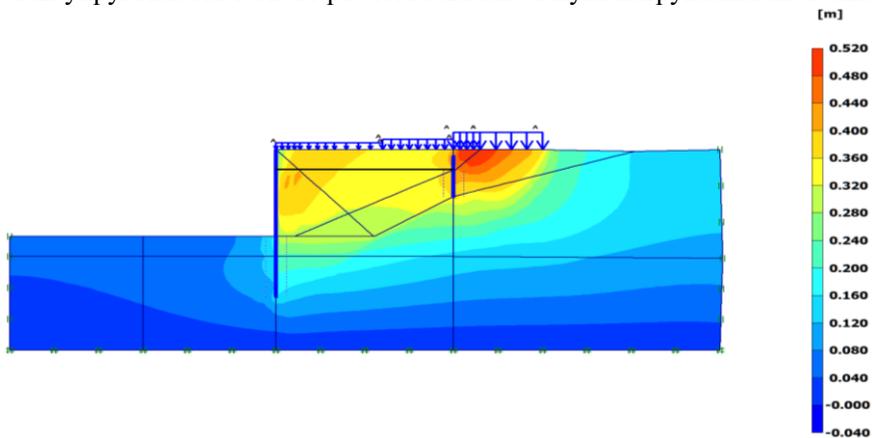


Рис. 2. Эпюра полных перемещений системы

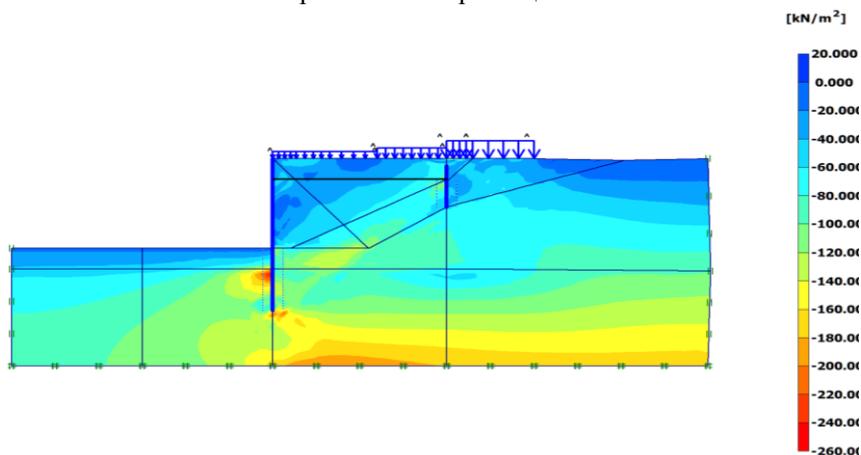


Рис. 3. Эпюра напряжений σ_{xx}

Был выполнен расчет по программе, разработанной авторами. Учитывалось кинематическое упрочнение деформируемых сред, что недоступно в системе PLASTIC. Произошло уменьшение перемещений в пределах не более 6% и увеличение напряжений в пределах 7%.

В заключение следует отметить, что использование современных математических моделей при расчете морских гидротехнических сооружений позволяет более точно учесть реальные свойства материалов. Это дает возможность получить наиболее достоверные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кульмач П.П. Морские гидротехнические сооружения Кульмач П.П. и др. – Л.: ЛЛВИСКУ, 1975. - Ч. 2. - 478 с.
2. Смирнов Г.М. Порты и портовые сооружения / Смирнов Г.М. и др. – М.: Стройиздат, 1993. – 636 с.
3. Яковлев П.И. Взаимодействие сооружений с грунтом / Яковлев П.И., Бибичков А.Г., Бибичков А.А. – М.: Недра, 1997. – 464 с.
4. Бреббия К. Динамика морских сооружений / Бреббия К., Уокер С. – Л.: Судостроение, 1983. - 232 с.
5. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / Самарский А.А., Михайлов А.П. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
6. Ивлев Д.Д. Теория упрочняющегося пластического тела / Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. – М.: Наука, 1971. – 232 с.
7. Гришин В.А. Математическое моделирование портовых гидротехнических сооружений / Гришин В.А., Руденко С.В. – Херсон: ФЛП Гринь, 2015. – 280 с.

REFERENCES

1. Kulmach P.P., et al. Marine hydrotechnical structures. - L.: LLVISKU. 1975. P. 2, 478 p.
2. Smirnoff G.M. et al. Ports and port structures. - M.: Stroyizdat, 1993. – 636 p.
3. Jakovlev P.I., Bibichkoff A.G., Bibichkoff A.A. Interaction of structures with soil. - M.: Nedra, 1997. – 464 p.
4. Brebbia C. A., Walker S. Dynamic analysis of Offshore Structures. - L.: Sudostroenie, 1983. 232 p.
5. Samarskiy A.A., Mixayloff A.P. Mathematical modeling: Ideas. Methods. Examples. - M.: Fizmatlit, 2001. - 320 p.
6. Ivlev D.D., Bikovcev G.I. Theory of the hardening plastic body. - M.: Nauka, 1971. - 232 p.
7. Grishin V.A., Rudenko S.V. Mathematical modeling of port hydrotechnical structures. – Kherson: FLPGrin, 2015. - 280 p.

Статья поступила в редакцию 12.07.2016 г.