

УДК 624.014

*Білик С.І., д.т.н., проф., КНУБА, м. Київ
Лавриненко Л.І., к.т.н., доц., КНУБА,
м. Київ
Aied Athaab N., асп., КНУБА, м. Київ*

КОНСТРУКТИВНІ КОЕФІЦІЄНТИ ТА РАЦІОНАЛЬНА ВИСОТА СТАЛЕВОЇ КОРОБЧАСТОЇ БАЛКИ ПОСТІЙНОГО ПЕРЕРІЗУ

Наведені результати аналітичних досліджень раціональної висоти коробчастої сталевий балки з урахуванням конструктивних коефіцієнтів. Отримана аналітична залежність раціональної висоти коробчастої сталевий балки при дії згинального моменту з урахуванням конструктивних коефіцієнтів. Приведено рішення задачі оптимальної висоти коробчастої балки з урахуванням активних обмежень міцності стінки на зріз. Також запропонована формула для пошуку оптимальної висоти коробчастої балки при дії поздовжніх сил та згинального моменту. Приведені числові значення коефіцієнтів впливу конструктивних коефіцієнтів коробчастої балки на оптимальну висоту.

Ключові слова: *міцність, цільова функція, оптимальний переріз, раціональна висота балки коробчастого перерізу, напруження, гнучкість стінки, міцність, стійкість стінки, згинальний момент, поперечна сила, дотичні напруження, поздовжня сила.*

Постановка проблеми.

Поширене використання в різних будівлях і спорудах зварних балок коробчастого перерізу при постійній і змінній висоті стінки приводить до необхідності більш глибокого дослідження найвигіднішої оптимальної висоти таких конструкцій за витратами металу. Різні умови експлуатації та навантаження вказують на необхідність визначення раціонального пошуку конструктивної форми балок при різних обмеженнях.

Аналіз основних досліджень і публікацій. На сьогодні дослідники схиляються до того, що ідея про двотавр, як один з раціональних типів перерізів, належить Ходкінсу Е. (Hodgkinson E) [1,2]. Перші роботи з оптимального проектування сталевих двотаврових балок нам відомі [3,4,5]. Узагальнене вирішення задачі про оптимальну висоту двотавра приведено у роботі [2]. Задача оптимального проектування двотаврів постійного перерізу також наведена у книгах [5,6,7] та наукових статтях [8,9,10,]. Є дослідження пошуку раціональної висоти зварного двотавра зі змінною висотою перерізу [12,13]. Також вирішена задача з визначення раціональної висоти сталевий двотавра з урахуванням розвитку пластичних деформацій постійного перерізу [6] і змінного перерізу [14]. Зазвичай задача пошуку раціональної висоти балки зводиться до пошуку висоти балки при певному значенні співвідношення площі полиці і стінки при максимальному розрахунковому моменту, який замінюється розрахунковим моментом опором перерізу. Для балок коробчастого перерізу складених з 4 листів використовується такий самий підхід, як до визначення оптимальної висоти двотаврової балки. Але при використанні балок коробчастого перерізу важливим є врахування конструктивних коефіцієнтів, а також вплив дії поперечної сили. Також задача набирає додаткових обмежень при врахуванні дії в одному перерізі максимальних згинальних моментів і поперечних сил.

Мета і задача досліджень, методика досліджень. Узагальнити дослідження визначення раціональної висоти балки коробчастого перерізу з урахуванням конструктивних коефіцієнтів. При дослідженнях використовуються аналітичні методи і підходи раціонального і оптимального проектування, теорії міцності і стійкості металевих конструкцій будівель і споруд.

Основна частина. Результати дослідження. Для визначення оптимальної висоти складеної із листів балки замкнутого прямокутного перерізу

прийняті умови для шарнірно опертої балки. Переріз балки замкнутого прямокутного перерізу відноситься до 1 класу перерізів за напружено-деформованим станом – балка сприймає навантаження в пружній області при розвитку обмежених пластичних деформацій. Обмежені пластичні деформації обумовлені умовою визначення границею текучості сталі при залишкових деформаціях. Така фізико-механічна модель сталеві балки з постійною висотою перерізу дозволяє визначити оптимальну висоту балки. Конструктивна схема металевої балки постійної жорсткості є конструкцією сталеві зварної балки коробчастого перерізу складеною з верхньої та нижньої полиці, які між собою з'єднані двома стінками. Введено позначення розмірів балки: h_0 – максимальна висота балкової конструкції, b_f – ширина полиці, l – прогін двотаврової двоскатної балки.

Гнучкість стінки $\lambda_w \approx h_0 / t_w$, умовна гнучкість стінки не перевищує заданих значень $\bar{\lambda}_{w0} \geq \bar{\lambda}_w \approx \lambda_w \sqrt{\frac{R_y}{E}}$, що забезпечують

локальну стійкість стінки. Локальна стійкість стінки може бути забезпечена також додатковими поперечними і поздовжніми ребрами жорсткості. Полиці коробчасті балки прийняті постійної товщини і ширини повздовж конструкції. Локальна стійкість полиці забезпечена нормативним значенням відношення ширини полиці до товщини: $\lambda_f \approx b_{f0} / t_f$;

$\bar{\lambda}_{wf} \geq \bar{\lambda}_f \approx \lambda_f \sqrt{\frac{R_y}{E}}$. Також як стінка, полиці

балки підкріплюються поперечними і поздовжніми ребрами жорсткості. Так як верхня полиця балки може сприймати додаткові згинальні моменти, то поздовжні ребра жорсткості сприймають такий додатковий згинальний момент і призначаються за розрахунком. Центр координат розташовано в центрі ваги перерізу балки. Розрахункова схема балки включає балку постійної жорсткості, яка шарнірно оперта та завантажена

рівномірно розподіленим вантажем або зосередженими силами. Висота балки не змінюється. На балку прогоном (l) споруди або будівлі діє навантаження q , крок балок B_f . Балка з площини дії згинального моменту розкріплена додатковими балками або листом та системою вертикальних і горизонтальних в'язів, які унеможливають втрату стійкості плоскої форми згину. Зміна згинального моменту має таку закономірність при розташуванні центру координат по осі симетрії балки по середині прогону:

$$M_{xz} = M_{x0} [1 - (\frac{2z}{l})^2], \quad (1)$$

де $M_{x0} = ql^2 / 8$ – розрахунковий згинальний момент, який виникає в переріз з максимальною висотою перерізу.

Відносно головної системи координат момент інерції перерізу коробчасті балки (I_{x0}), момент опору перерізу (W_{x0}) має відомий запис.

$$I_{x0} = 2h_0^3 t_w / 12 + 2A_f h_0^2 / 4 + 2b_f t_f^3 / 12$$

$$W_{x0} = \frac{2I_{x0}}{h_0} = 2h_0^2 t_w / 6 + A_f h_0 + 2b_f t_f^3 / (6h_0) \quad (2)$$

$$W_{x0} \approx W_{xf} + W_{xw}; \quad W_{xw} = 2h_0^2 t_w / 6;$$

$$W_{xf} = A_f h_0 + 2b_f t_f^3 / (6h_0)$$

де W_{xf} – момент опору перерізу полиць,

W_{xw} – момент опору перерізу стінки,

t_w – товщина стінки,

$A_f = b_f t_f$ – відповідно площа полиці, ширина і товщина поясів.

Для подальших досліджень вводять відповідно відношення між моментами, які сприймають полиці і дві стінки:

$$c_f = \frac{M_{xf}}{M_x} = \frac{A_f h_0}{2h_0^2 t_w / 6 + A_f h_0} = \frac{A_f h_0}{W_x} \rightarrow A_f h_0 = c_f W_x \quad (3)$$

Маса сталеві балки (m_{bc}) буде залежати від умов міцності балки та додаткових витрат сталі на забезпечення локальної стійкості стінок і полиць. Для врахування впливу на вагу балки ваги додаткових конструктивних введено

поняття: теоретична вага металевих конструкцій. Теоретична вага сталевих конструкцій – це вага всіх елементів прийнята за сортаментом (m_{bC}), або за кресленнями КМ. Теоретична вага конструкції складається з теоретичної ваги основних несучих елементів (полиці і стінки для балок - $m_{f0}, m_{\omega0}$) і теоретичної ваги конструкцій додаткових конструктивних елементів, що забезпечують локальну стійкість, монтажні стикові вузли, елементи опорних перерізів відповідно полиці і стінки: $\sum m_{irf}, \sum m_{ir\omega}$. Тому конструктивний коефіцієнт сталевих конструкцій (ψ_C) прийнято визначати через відношення теоретичної ваги основних і додаткових конструктивних елементів (m_C) до теоретичної ваги основних конструктивних елементів (m_0):

$$\psi_C = \frac{m_0 + \sum m_{ir}}{m_0} = \frac{m_C}{m_0}, \quad m_{bC} = m_0 + \sum m_{ir} \quad (4)$$

Конструктивний коефіцієнт стінок коробчастої балки ($\psi_{p\omega}$) прийнято визначати через відношення ваги стінок ($m_{\omega0}$) до ваги поперечних та поздовжніх ребер жорсткості, стикових накладок, елементів опорного вузла ($\sum m_{ir\omega}$).

$$\psi_{p\omega} = \frac{m_{\omega0} + \sum m_{ir\omega}}{m_{\omega0}}, \quad \psi_{p\omega} = 1 + \frac{\sum m_{ir\omega}}{m_{\omega0}} \quad (5)$$

Конструктивний коефіцієнт стінок коробчастої балки ($\psi_{p\omega}$) прийнято визначати через відношення ваги стінок ($m_{\omega0}$) до ваги поперечних та поздовжніх ребер жорсткості, стикових накладок, елементів опорного вузла ($\sum m_{ir\omega}$).

Конструктивний коефіцієнт полиць коробчастої балки (ψ_{pf}) прийнято визначати через відношення ваги стінок (m_{f0}) до ваги поперечних та поздовжніх ребер жорсткості, стикових накладок, елементів опорного вузла ($\sum m_{irf}$).

$$\psi_{pf} = \frac{m_{f0} + \sum m_{irf}}{m_{f0}}, \quad \psi_{pf} = 1 + \frac{\sum m_{irf}}{m_{f0}} \quad (6)$$

Раціональна висота за критерієм міцності. Умова міцності балки прийнята за формулою (3):

$$W_{x0} + W_{xf0} = \frac{M_{x0}}{R_y \gamma_c} (1 - t_z^2);$$

$$W_{x0} = W_{x\omega0} + W_{xf0} = k_R \frac{M_{x0}}{R_y \gamma_c}.$$

$$A_f = c_f \frac{W_x}{h_0} \rightarrow W_x = \frac{k_R M_{x0}}{R_y} \rightarrow A_f = \frac{c_f k_R M_{x0}}{R_y h_0} \quad (7)$$

Тепер вага теоретична коробчастої балки матиме запис:

$$m_{bC} = 2\rho\psi_{pf} A_f l + 2\rho\psi_{p\omega} t_{\omega} h_0 l \quad (8)$$

$$c_f \approx \frac{A_f h_0}{2h_0^2 t_{\omega} / 6 + A_f h_0} \rightarrow c_f \approx \frac{1}{2h_0 t_{\omega} / (6A_f) + 1} \quad (9)$$

Заміна в останньому рівнянні

$$A_f = c_f \frac{W_x}{h_0} \text{ та } W_x = \frac{M_{x0}}{R_y} \text{ призводить до}$$

запису цільової функції з урахуванням обмеження міцності балки при вказаних обмеженнях міцності (7).

$$m_{bC} = 2\rho\psi_{pf} c_f \frac{k_R M_{x0}}{R_y h_0} l + 2\rho\psi_{p\omega} t_{\omega} h_0 l \rightarrow \min \quad (10)$$

Критерій мінімальної ваги балки є рівність нулю першої похідної по висоті балки.

$$m'_{bC} = [2\rho\psi_{pf} c_f \frac{k_R W_{x0}}{h_0} l + 2\rho\psi_{p\omega} t_{\omega} h_0 l]' = 0 \quad (11)$$

Далі буде алгебраїчне рівняння з одним невідомим:

$$-4\psi_{pf} c_f k_R \frac{W_{x0}}{h_0^2} + 2\psi_{p\omega} t_{\omega} = 0 \quad (12)$$

Формула для раціональної (оптимальної) висоти коробчастої балки постійного перерізу буде.

$$h_0^2 = \frac{2\psi_{pf} k_R W_{x0}}{\psi_{p\omega} c_f t_{\omega}}, \quad h_0^2 = k_{q1}^2 \frac{k_R W_{x0}}{t_{\omega}} \quad (13)$$

$$k_{q1} = \sqrt{\frac{2\psi_{pf}}{\psi_{p\omega} (h_0 t_{\omega} / (3A_f) + 1)}}$$

$$h_0 = k_{q1} \sqrt{k_R W_{x0} / t_{\omega}}$$

Остання формула визначає оптимальну висоту коробчастої балки з урахуванням конструктивних коефіцієнтів. Проведені числові дослідження значень коефіцієнта k_{q1} , які приведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Коефіцієнти k_{q1}

$\frac{h_0 t_\omega}{A_f}$	$\psi_p = 1,05$	$\psi_{p\omega} = 1,2$	$\psi_p = 1,05$	$\psi_{p\omega} = 1,2$
	k_{q1}	$\sqrt[3]{k_{q1}^2}$	k_{q1}	$\sqrt[3]{k_{q1}^2}$
0,5	1,225051	1,144905	1,279524	1,178598
1	1,14593	1,095062	1,196885	1,127288
1,25	1,111716	1,073155	1,161149	1,104737
1,5	1,080394	1,052902	1,128434	1,083887
1,75	1,051578	1,034096	1,098337	1,064528
2	1,024951	1,016566	1,070527	1,046482

Проведені числові дослідження впливу конструктивних коефіцієнтів та відношень площі перерізу полиць до стінок.

Результати показують про необхідність проведення додаткових досліджень впливу коефіцієнта (C_f) відношення площі полиць до площі стінок на оптимальну висоту балок.

Вплив відношення площі полиць до площі стінок на оптимальну висоту коробчастих балок. Повернемося до цільової функції і запишемо її з урахуванням величини $c_f \approx 1 / [2h_0 t_\omega / (6A_f) + 1]$

$$m_{bC} = 2\rho\psi_{pf}c_f \frac{k_R W_{x0}}{h_0} l + 2\rho\psi_{p\omega} t_\omega h_0 l \quad (15)$$

$$m'_{bC} = [2\psi_{pf} k_R W_{x0} \frac{1}{[h_0^2 t_\omega / (3A_f) + h_0]} + \psi_{p\omega} t_\omega h_0] V_{h_0} = 0 \quad (16)$$

Критерій визначення оптимальної висоти набуває вигляду.

$$-2\psi_{pf} k_R W_{x0} \frac{(2h_0 t_\omega / (3A_f) + 1)}{(h_0^2 t_\omega / (3A_f) + h_0)^2} + \psi_{p\omega} t_\omega = 0 \quad (17)$$

Якщо відношення $\frac{[2h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]^2}{h_0 t_\omega / (3A_f) + 1}$ є

достатньо слабо змінним параметром, тоді виконаємо перехід рівняння, з якого визначається оптимальна висота балок.

$$h_0^2 = k_R W_{x0} \frac{2\psi_{pf} (2h_0 t_\omega / (3A_f) + 1)}{\psi_{p\omega} t_\omega [h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]^2}$$

$$h_0 = k_{q2} \sqrt{k_R W_{x0} / t_\omega}; \quad (18)$$

$$k_{q2} = \sqrt{\frac{2\psi_{pf} [2h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]}{\psi_{p\omega} [h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]^2}}$$

Результати досліджень значень коефіцієнта k_{q2} наведені у табл. 2.

Порівняння уточнених значень коефіцієнтів k_{q2} і попередніх значень коефіцієнтів k_{q1} показують про можливість в межах дискретності сортаменту призначити оптимальні розміри коробчастого перерізу.

У більшості випадків проектування споруд, підкранових балок виникає умова одночасної дії максимального згинального моменту і поперечних сил. При використанні обмеження міцності стінки на зріз: $k_s Q / (R_s h_0 t_\omega) - 1 \leq 0$, маємо наступне відношення між висотою балки та розрахунковим моментом опору перерізу.

$$h_0^2 \frac{(\frac{k_s Q t_\omega}{3A_f R_s} + 1)^2}{(2\frac{k_s Q t_\omega}{3A_f R_s} + 1)} = W_{x0} \frac{2\psi_{pf}}{\psi_{p\omega} t_\omega} \quad \text{при}$$

$$t_\omega = \frac{k_s Q}{R_s h_0}$$

Формула для визначення оптимальної висоти балки, використовуючи обмеження міцності стінки, буде:

$$h_0 = \sqrt{\frac{2\psi_{pf} (2\frac{k_s Q}{3A_f R_s} + 1)}{\psi_{p\omega} (\frac{k_s Q}{3A_f R_s} + 1)^2}} \sqrt{\frac{k_R W_{x0}}{t_\omega}} \quad (19)$$

$$h_0 = k_{q3} \sqrt{\frac{k_R W_{x0}}{t_\omega}} \rightarrow k_{q3} = \sqrt{\frac{2\psi_{pf} (2\frac{k_s Q}{3A_f R_s} + 1)}{\psi_{p\omega} (\frac{k_s Q}{3A_f R_s} + 1)^2}} \quad (20)$$

Таблиця 2

Коефіцієнти k_{q2} при $\psi_p = 1,05$; $\psi_{p\omega} = 1,2$

$\frac{2\psi_p [2h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]}{\psi_{p\omega} [h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]^2}$	k_{q2}	$\sqrt[3]{k_{q2}^2}$	$\frac{2\psi_p [2h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]}{\psi_{p\omega} [h_0 t_\omega / (3A_f) + 1]^2}$	k_{q2}	$\sqrt[3]{k_{q2}^2}$
1,7144	1,3093	1,1968	1,5987	1,2644	1,1693

1,6407	1,2809	1,1794	1,5556	1,2473	1,1587
--------	--------	--------	--------	--------	--------

Аналогічні дослідження проведені з урахуванням дії поздовжньої сили [12,13], через коефіцієнт враховується вплив нормальних напружень від розтягу $k_{RN} = 1 + \sigma_N / \sigma_M$.

$$h_0 = k_{q3} \sqrt{\frac{k_{RN} W_{x0}}{t_{\omega}}} \quad (21)$$

Висновки. Узагальнені дослідження вибору раціональної висоти коробчастої балки з урахуванням конструктивних коефіцієнтів, показано вплив конструктивних коефіцієнтів на оптимальну висоту балки. Отримано більш точне рішення в рамках постановки задачі пошуку раціональної висоти коробчастих балок з урахуванням впливу поперечних сил. Отримані результати можливо використовувати з урахуванням вимог вітчизняних і європейських нормативних документів [15]. Запропонований підхід відноситься до методик раціонального пошуку висоти сталевих коробчастих балок і може бути використаний при першому приближенні пошуку оптимального рішення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

- Hodgkinson E. Theoretical and experimental researches to ascertain, the strength and best forms of iron beams. // *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester*. – 1831. – V. 5. – P. 407 – 544.
- Гордеев В.Н. Элементарные задачи оптимизации двутавра // *Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського*. Вип.3. – К.: Вид-во «Сталь», 2009. – С.27-48.
- Вахуркин В.М. Наивыгоднейшая форма двутавровых балок // *Бюллетень строительной техники*: 1949, № 21.
- Муханов К.К. *Металлические конструкции* – М.: Стройиздат, 1976. – 504 с.
- Беленя Е.И., Балдин В.А., Ведеников Г.С. и др. *Металлические конструкции*. – М.: Стройиздат, 1986. – 560 с.
- Металеві конструкції. Загальний курс. / Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавриненко Л.І., Белов І.Д., Володимирський В.О. – К.: Видавництво «Сталь», 2010. – 869 с.
- Пермяков В.А., Перельмутер А.В., Юрченко В.В. *Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций*. – Киев: Сталь, 2008. – 538 с.
- Окрайнец Г.А. *Обобщенная методика выбора оптимальной высоты металлических конструкций балок* // *Труды ХИСИ*: 1962, вып. 19.
- Баничук Н.В., Кобелев В.В. *Об оптимальных неравнопрочных формах поперечных сечениях балок*. // *Известия АН СССР „Механика твердых тел“*, № 5, 1983. – С.162-167.
- Бельский Г.Е., Тмарченко В.С. *Оптимизация сечений – важный резерв снижения расхода материала в стальных балках*. // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 1990, № 1. – С. 83-88.
- Білик С.І. Недоходюк І.Д. *Раціональні сталеві елементи рам двотаврового перерізу зі змінною висотою стінки* / С.І. Білик, І.Д. Недоходюк // *Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського*. Вип.4. – К.: Вид-во «Сталь», 2009. – С.133-141.
- Білик С.І. *Раціональні сталеві двотаврові балки зі змінною висотою стінки* // *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Сб. наук. праць / МОН України, НУВГП*. – Рівне, 2008. – Вип. 17. – С. 73–78.
- Білик С.І. *Методика визначення оптимальної висоти сталеві двотаврової балки зі змінним перерізом стінки при розвитку обмежених пластичних деформацій* // *Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського*. Вип.9. – К.: Вид-во «Сталь», 2012. – С.28-33.
- Білик А. С. *Особенности та переваги європейських норм у галузі проектування сталевих конструкцій* / А. С. Білик, С. І. Білик, Е. А. Ковалевська // *Промислове будівництво та інженерні споруди*. - 2015. - № 2. - С. 16-

22. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pbis_2015_2_5

bending moments, shear strength, shear stress, longitudinal force.

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты аналитических исследований рациональной высоты коробчатой стальной балки с учетом конструктивных коэффициентов. Получена аналитическая зависимость рациональной высоты коробчатой стальной балки при действии изгибающего момента с учетом конструктивных коэффициентов. Приведены решения задачи оптимальной высоты коробчатой балки с учетом активных ограничений прочности стенки на срез. Также предложена формула для поиска оптимальной высоты коробчатой балки при действии продольных сил и изгибающего момента. Приведены числовые значения коэффициентов влияния конструктивных коэффициентов коробчатой балки на оптимальную высоту.

Ключевые слова: прочность, целевая функция, оптимальный сечение, рациональная высота балки коробчатого сечения, напряжения, гибкость стенки, прочность, устойчивость стенки, изгибающий момент, поперечная сила, касательные напряжения, продольная сила.

ANNOTATION

The resulted results of analytical researches of rational height of the steel box beam taking into account constructive factors. Analytical dependence of the rational height of the steel box beam obtained. The solutions of the problem of the optimum height of the box beam are considered taking into account the active limitations of the wall shear strength. Also, a formula is proposed for finding the optimum height of a box beam under the action of longitudinal forces and of a bending moment. Numerical values of coefficients of influence of structural factors of the box beam on the optimum height are given.

Keywords: Strength, objective function, optimal section of the box beam, the rational height steel thin-walled of the box beam, stress, flexibility wall strength, stability wall,