

УДК 514.18

РУХ ЧАСТИНКИ ПО ШОРСТКІЙ ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ, ЯКА ЗДІЙСНЮЄ КОЛИВАННЯ У ВЕРТИКАЛЬНОМУ НАПРЯМКУ

Несвідомін В.М., д.т.н,

Пилипака С.Ф., д.т.н.

Національний університет біоресурсів і природокористування України (Київ)

Розроблено імітаційну Maple-модель руху частинки по шорсткій горизонтальній площині, яка здійснює коливання у вертикальному напрямку, наведено її траєкторно-кінематичні характеристики.

Ключові слова: рух частинки, шорстка площина, коливальні переміщення, диференціальні рівняння, траєкторія, швидкість.

Постановка проблеми. В с.-г. техніці, зокрема в зерноочисних машинах, має місце переміщення сипучих матеріалів по шорстких поверхнях, які здійснюють періодичні коливання в просторі [2]. Розробка імітаційних моделей руху частинки по шорстких коливальних поверхнях дозволяє цілеспрямовано провести аналіз конструктивно-кінематичних параметрів робочих органів, вибрати раціональні параметри технологічного процесу сепарації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В праці [3] показано використання супровідних тригранників траєкторії частинки для опису її руху частинки по довільній шорсткій поверхні. Розробку імітаційної моделі руху частинки виконаємо в системі комп'ютерної алгебри Maple, яка є одною із найпотужніших середовищ символічних перетворень [1].

Формулювання цілей статті. В середовищі Maple розробити імітаційну модель *PlaneOxyMove* руху частинки по горизонтальній шорсткій площині, яка здійснює коливання вздовж вертикальної осі та за її допомогою дослідити траєкторно-кінематичні властивості частинки в залежності від наступних вихідних умов: 1) амплітуди та частоти коливання; 2) початкової швидкості V_0 частинки; 3) кута α_0 напрямку її кидання; 4) коефіцієнта зовнішнього тертя f .

Основна частина. Для формування системи диференціальних рівнянь 2-го порядку закону руху частинки по рухомій горизонтальній площині запишемо її параметричне рівняння у вигляді:

$$\mathbf{R}(u, v) = \mathbf{R}[u, v, 0], \quad (1)$$

де $u \in [u_1..u_2]$, $v \in [v_1..v_2]$ – внутрішні координати поверхні $\mathbf{R}(u, v)$.

Існує необмежена кількість можливих коливань горизонтальної площини. Дослідимо її гармонічне коливання вздовж осі Oz виду:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}[0, 0, l \sin(vt)], \quad (2)$$

де v - кутова швидкість (c^{-1}) та l – амплітуда (м) коливання.

Тоді траєкторія площини $\mathbf{R}(u, v)$ в просторі $Oxyz$ буде:

$$\mathbf{H}(u, v, t) = \mathbf{R}[u, v, 0] + \mathbf{M}[0, 0, l \sin(vt)]. \quad (3)$$

Якщо у коливальній площині $\mathbf{H}(u, v, t)$ кинути частинку, то вона буде здійснювати відносний рух $\boldsymbol{\rho}(t)$ в площині і абсолютний рух $\mathbf{r}(t)$ в просторі $Oxyz$. В проекціях на осі OT і OP супровідного тригранника Дарбу $OTPN$ закон руху частинки запишеться у вигляді [3]:

$$\begin{cases} OT := m W_\tau = F_g \cos(\widehat{\mathbf{G}, \boldsymbol{\tau}_\rho}) - f(F_g \cos(\widehat{\mathbf{G}, \mathbf{N}}) \pm F_c \cos(\widehat{\mathbf{n}, \mathbf{N}})) \\ OP := m W_n \sin(\widehat{\mathbf{n}, \mathbf{N}}) = F_g \cos(\widehat{\mathbf{G}, \mathbf{P}}) \end{cases}, \quad (4)$$

де: $\mathbf{G} = [0, 0, -1]$ - напрямок сили тяжіння $F_g = mg$ в системі $Oxyz$;

W_τ і W_n – величини тангенціального та нормального прискорення;

$F_g = mg$ і $F_c = m V^2 k$ - сила тяжіння та відцентрова сила;

$\mathbf{N} = [0, 0, 1]$ - нормаль до площини $\mathbf{R}(u, v)$ в точках траєкторії \mathbf{r} ;

\mathbf{n} - головна нормаль абсолютної траєкторії \mathbf{r} частинки;

$\boldsymbol{\tau}_\rho$ - вектор дотичної відносної траєкторії $\boldsymbol{\rho}$ частинки.

Подальші аналітичні викладки є настільки громіздкими, що привести їх тут не представляється можливим. Але в середовищі Maple [1] всі вони виконуються автоматично за допомогою розробленого програмного забезпечення. Коротко розкриємо результати досліджень.

Нехай маємо амплітуду коливання $l = 2$ м площини, її частоту $v = 1 c^{-1}$, початкову швидкість кидання частинки $V_0 = 8$ м/с, коефіцієнт зовнішнього тертя $f = 0.3$ та кут напрямку кидання частинки $\alpha_0 = -90^\circ, -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ$. На рис.1,а наведено початкове та крайні положення площини. Абсолютні траєкторії $\mathbf{r}(t)$ частинки в залежності кута α_0 їх кидання на проміжку $t = 2\pi$ с показано на рис.1, б, а на рис.1,в – їх відносні траєкторії $\boldsymbol{\rho}(t)$, які є прямими лініями. За графіками відносних $V_\rho(t) \rightarrow 0$ швидкостей (рис.1,д) можна стверджувати, що всі частинки через проміжок часу $t \approx 3$ с зупиняться. Значення абсолютних швидкостей $V(t)$ переходять до синусоїдального закону. В момент зупинки частинок їх нормальна реакція $F_N(t)$ наближається до значення mg (рис.1,е). Кожен із цих графіків не залежить від значення α_0 кута напрямку кидання частинки у горизонтальній площині. У найвищій точці траєкторії $\mathbf{r}(t)$ частинки графік нормальної реакції $F_N(t)$ приймає найменше значення $F_N(t) \approx 1$ Н, що говорить про можливість відриву частинки від поверхні коливальної площини саме у верхньому її положенні. Нормальна реакція $F_N(t)$ частинки у нижньому положенні коливальної площини є найбільшою ≈ 17 Н.

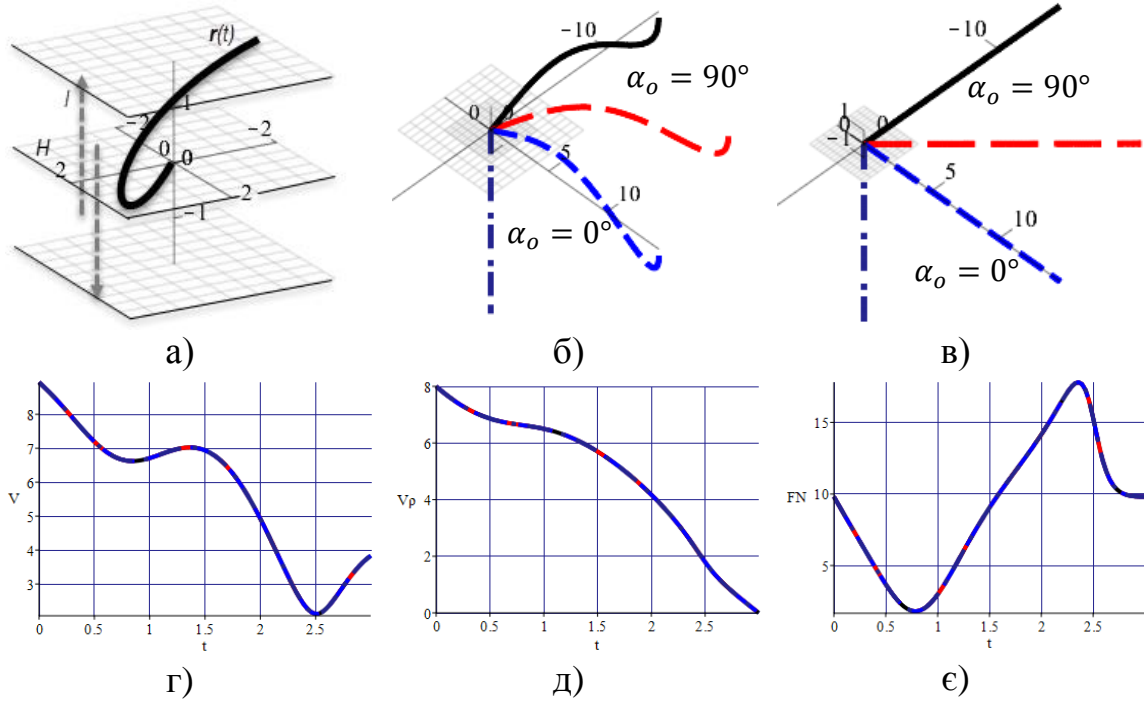


Рис.1. Рух частинки в залежності від кута кидання α_0

Нехай частинки з різним коефіцієнтом тертя $f = 0.01, 0.15, 0.3, 0.45$ кинуті з однаковою початковою швидкістю $V_0 = 8$ м/с в одному напрямку $\alpha_0 = 0^\circ$ (рис.2). Чим менший коефіцієнт тертя ($f = 0.01$) частинки, тим графік її абсолютної швидкості $V(t)$ збігається із синусоїдою (рис.2,б), а графік відносної швидкості $V_p(t)$ наближається до прямої (рис.2,в). Нахили цих графіків демонструють те, що всі частинки в шорсткій горизонтальній площині обов'язково зупиняться.

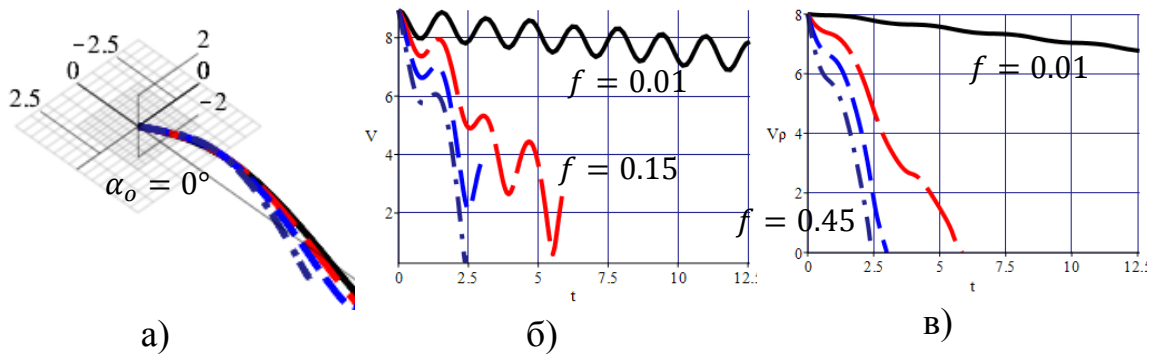


Рис.2. Абсолютні траєкторії та графіки абсолютної $V(t)$ і відносної $V_p(t)$ швидкостей частинки в залежності від коефіцієнта тертя f

На рис.3 наведено рух частинок кинутих в одному напрямку $\alpha_0 = 0^\circ$ та з однаковим коефіцієнтом тертя $f = 0.3$, але з різною початковою швидкістю $V_0 = 1, 2, 4, 8$ м/с. Частинка з початковою швидкістю $V_0 = 2$ вже зупиниться через проміжок часу $t \cong 0.3$ с під час підйому площини (рис.3,б,в). Збільшення початкової швидкості у двічі не приводить до прямопропорційного збільшення часу t до повної зупинки частинки.

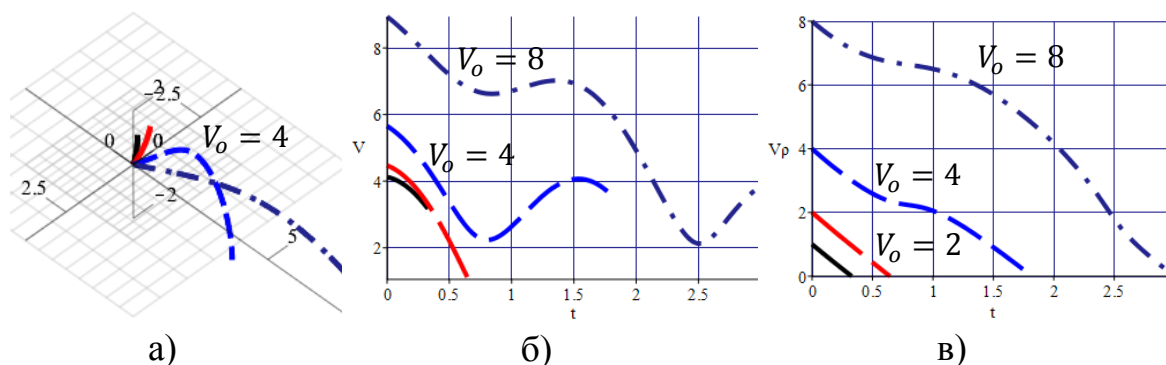


Рис.3. Абсолютні траєкторії та графіки абсолютної $V(t)$ та відносної $V_p(t)$ швидкостей частинки в залежності від її початкової швидкості

Висновки. Через те, що в шорсткій горизонтальній площині, яка здійснює коливання вздовж вертикальної осі, всі частинки будуть зупинятися, то сепарація сипучого матеріалу буде неефективною.

Література

1. Аладьев В.З. Программирование и разработка приложений в Maple / В.З.Аладьев, В.К.Бойко, Е.А.Ровба.– Гродно: ГрГУ, 2007.– 458 с.
2. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 283 с.
3. Пилипака С.Ф. Тригранник і формули Френе: теорія складного руху матеріальної точки та задачі на кінематику і динаміку при її русі по шорстких поверхнях / С.Ф. Пилипака // Академік П.М. Василенко – яскравий погляд у майбутнє. – К.: Хай-Тек Прес, 2010. – С.297-397.

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ШЕРОХОВАТОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ, КОТОРАЯ СОВЕРШАЕТ КОЛЕБАНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Несвидомин В.Н., Пилипака С.Ф.

Разработана имитационная Maple-модель движения частицы по шероховатой горизонтальной плоскости, которая совершает колебания по вертикальной оси, приведены ее характеристики.

Ключевые слова: движение частицы, шероховатая плоскость, колебательные перемещения, траектория, скорость.

THE MOTION OF A PARTICLE ON A ROUGH HORIZONTAL PLANE, WHICH OSCILLATES IN THE VERTICAL DIRECTION

Nesvidomin V., Pylypaka S.

Maple developed a simulation model of movement of a particle on a rough horizontal plane, which oscillates in the vertical direction.

Key words: motion of a particle, rough plane, vibrational displacement, differential equations, trajectory, speed.