

УДК 514.18

## **ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ ТА СЕРЕДОВИЩ З ВИКОРИСТАННЯМ $n$ -ВИМІРНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ**

Холковський Ю.Р., к.т.н.

*Національний авіаційний університет (Україна, м. Київ)*

*В роботі розглядається нетрадиційний підхід з використанням  $n$ -мірної інтерполяції, як метод геометричного моделювання багатопараметричних систем і середовищ, що мають різноманітну структуру, анізотропність властивостей, які в більшості випадків неможливо об'єднати у континуальній математичній моделі.*

*Ключові слова: однопараметрична множина,  $n$ -вимірна інтерполяція, вузол інтерполяції, багатопараметрична система, середовище.*

**Постановка проблеми.** Складні багатопараметричні системи та середовища, такі, як екологічні, геологічні, гідрологічні, геоморфологічні тощо, відносяться до такого класу об'єктів та систем, що досить складно описати аналітично, себто у вигляді континуальної математичної моделі і, відповідно, моделювати.

Такі системи та середовища характеризуються, по-перше, великою кількістю параметрів, по-друге, ці параметри, мають, як правило, різноманітну структуру й різноякісні властивості. Останні, як правило, мають певну анізотропію у часі й просторі. Стає зрозумілим, що побудова неперервних аналітичних, себто континуальних математичних моделей таких систем та середовищ практично неможлива. Тому задача вивчення та дослідження таких систем та середовищ, визначення їх параметрів та властивостей, прогнозування у часі й просторі стану, розробка їх оптимальних математичних моделей є досить актуальною.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз наукової сучасної літератури у галузі прикладного математичного моделювання багатопараметричних систем та середовищ свідчить, що питання геометричного моделювання таких систем та середовищ, як екологічні, геологічні, гідрологічні, геоморфологічні тощо, побудови їх математичних моделей зустрічаються досить рідко. Вони відрізняються великою кількістю різноманітних і різноякісних параметрів і аналіз та прогнозування стану цих систем є важливими

практичними задачами. У попередніх роботах автора [1-3] розглядалися питання дискретно-інтерполяційного підходу щодо моделювання складних технічних об'єктів та систем, введено поняття дискретно-інтерполяційної екоматриці для екологічних систем. Підкреслимо, що алгоритми та методи геометричного моделювання складних багатопараметричних систем та середовищ із побудовою їх дискретних математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні. Отже, сформулюємо наступні цілі дослідження.

**Формулювання цілей статті.** Якщо побудова континуальних математичних моделей складних багатопараметричних систем та середовищ, як правило, практично неможлива, доводиться переходити до побудови дискретних математичних моделей. Саме дискретний спосіб представлення інформації про систему чи середовище, що моделюються, може бути раціональним. Отже, розробка раціональних методів та алгоритмів побудови дискретних математичних моделей багатопараметричних систем та середовищ є метою дослідження.

**Основна частина.** Досить часто задачі геометричного моделювання об'єктів та систем включають в себе побудову деяких однопараметричних множин. І це особливо стосується екологічних, геологічних, гідрологічних, геоморфологічних, енергетичних тощо систем та середовищ, які, як відомо, є багатопараметричними. Зазначимо, що параметри таких систем є суттєво неоднорідними. Досить часто вони значно залежать від певних зовнішніх факторів, які інколи просто неможливо передбачити, і тому неможливо поєднати таку різноманітну компонентність у одній аналітичній (континуальній) математичній моделі.

Важливим фактором, що підтверджує оптимальність вибору дискретного підходу, є те, що певні параметри чи компоненти фактично вимірюються в деякий час і в деяких місцях. Це означає, що ця інформація носить яскраво виражений дискретний характер. І цілком логічним є дискретно-інтерполяційний підхід щодо моделювання багатопараметричних систем та середовищ, у якому передбачається побудова певних однопараметричних дискретних множин, що включають деяку сукупність різноякісних параметрів.

Отже, при моделюванні складних екологічних геологічних, гідрологічних, геоморфологічних, енергетичних тощо систем та середовищ, що не піддаються аналітичному опису доцільно використовувати дискретні чисельні масиви, як геометричні моделі.

Оригінальність запропонованого методу полягає у тому, що під вузлом інтерполяції розуміється не точка, а більш складний математичний об'єкт, наприклад масив, що містить певні параметри системи чи середовища, представлений у вигляді деякого функціонала, як сукупності їх параметрів та властивостей.

На основі поліномів Лагранжа можуть бути створені певні інтерполяційні схеми, що дозволяють отримати однопараметричну множину певних процесів та систем. А під схемою інтерполяції будемо розуміти схему розташування саме таких вузлів. Підкреслимо, що такий підхід щодо моделювання багатопараметричних систем та середовищ у літературі наразі відсутній.

Отже, однопараметричні множини, отримані таким чином, є дискретними математичними моделями процесів та середовищ. Елементом таких множин є деяка дискретна функція, що у загальному випадку може бути представлена, як дискретний чисельний масив, розмірність якого може варіюватись, а такий підхід дозволяє включати в однопараметричну множину параметри, що мають різну структуру і властивості, а ще й анізотропність, що саме й притаманно зазначеним вище системам.

Проте багатопараметричні системи та середовища – це складні багатокомпонентні об'єкти зі змінними параметрами, що мають різну векторну направленість. Геометрична модель таких систем є деяка гіперповерхня. Ось чому побудова моделей таких систем на основі дискретно-інтерполяційного підходу потребує використання  $n$ -вимірної інтерполяції.

Отже, для функції  $\Phi_{m,n}(u,v)$  степеня  $m$  по  $u$  і степеня  $n$  по  $v$  у довільній точці отримуємо таку формулу для двовимірної інтерполяції за Лагранжем:

$$\Phi_{m,n}(u,v) = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} F_{i,j}(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq i}}^{m-1} \prod_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{n-1} \frac{(u - u_i)(v - v_j)}{(u_p - u_i)(v_q - v_j)}, \quad (1)$$

де  $u$  – параметр інтерполяції,  $F_{i,j}(p_1, p_2, \dots, p_k)$  – вузлова функція,  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – різноякісні параметри вузлової функції,  $n$  – кількість вузлів інтерполяції. У випадку  $n$ -вимірної інтерполяції формула буде мати, відповідно, аналогічний вигляд.

Із виразу (1) отримуємо дискретно-інтерполяційну модель багатопараметричної системи чи середовища, підставивши у вузол інтерполяції дискретний чисельний масив  $F_{i,j}(p_1, p_2, \dots, p_k)$  із сукупністю компонентів (різноякісних та анізотропних) цієї системи.

**Висновки.** Метод, що пропонується, дозволяє отримати дискретні математичні моделі складних багатопараметричних систем та середовищ, таких як, екологічні, геологічні, гідрологічні, геоморфологічні тощо, що характеризуються великою кількістю параметрів та властивостей, які можуть мати різноманітну структуру, певну анізотропність цих властивостей у часі й просторі.

### *Література*

1. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційний підхід при моделюванні багатопараметричних об'єктів та процесів з використанням  $n$ -вимірної інтерполяції / Ю.Р. Холковський // Прикладна геометрія та комп'ютерна графіка. – К.: КДТУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 373-376.
2. Холковский Ю.Р. Дискретно-интерполяционный подход при моделировании многопараметрических экологических систем / Ю.Р. Холковский // Сборник материалов 9-ой международной конференции «Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики». – Минск, 2013. – С. 268-272.
3. Холковський Ю.Р. Моделювання багатопараметричних середовищ за допомогою дискретно-інтерполяційного методу / Ю.Р. Холковський // Науковий журнал: «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво». – Луцьк: Національний технічний університет, 2015. – С. 163-166.

## **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ И СРЕД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ $n$ -МЕРНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ**

Холковский Ю.Р.

*В работе рассматривается нетрадиционный подход с использованием  $n$ -мерной интерполяции, как метод геометрического моделирования многопараметрических систем и сред, имеющих разнообразную структуру, анизотропность свойств, которые в большинстве случаев невозможно объединить в континуальной математической модели.*

*Ключевые слова: однопараметрическое множество,  $n$ -мерная интерполяция, узел интерполяции, многопараметрическая система, среда.*

## **GEOMETRIC MODELING MULTIPARAMETER SYSTEMS AND ENVIRONMENTS WITH THE USE OF $n$ -DIMENSIONAL INTERPOLATION**

Kholkovsky Yu.

*In this paper we consider a non-traditional approach of using an  $n$ -dimensional interpolation in the creation of methods of geometrical modeling multiparameter systems and environments that have diverse structure, a pronounced anisotropy of properties, which in most cases can not be combined analytically in the continuum mathematical model.*

*Key words: set of one-parameter,  $n$ -dimensional interpolation, interpolation node, multi-parameter system, the environment.*