УДК 515.2

ВІДОБРАЖЕННЯ ТОРСІВ З КОЛОВИМИ КРИВИМИ ОБКАТКИ В ПРЯМОКУТНО-КОСОКУТНІЙ СИСТЕМІ

Підгорний О.Л., д.т.н.
Київський національний університет будівництва і архітектури (Україна)

Запропоновано прямокутно-косокутну систему для відображення торсів 4-8 порядків, отримуваних обкаткою площиною двох кривих 2-го порядку, зокрема кіл. Вона має в площинах кривих обкатки для їх опису і побудови твірних дві прямокутні системи Oxy і Oxz зі спільним центром і віссю Ox, зв'язаних між собою довільним кутом yOz (γ).

Ключові слова: торс, обкатка, криві 2-го порядку, прямокутно-косокутна система, дві плоскі прямокутні системи, зміна кута їх площин, безліч варіантів.

Постановка проблеми. Результати дослідження торсових поверхонь залежать від можливостей, закладених в систему віднесення, в структуру та параметри моделі. Досить послатись на досвід вивчення торса T_3^4 в межах координатної системи біпланар [1].

Поява групи торсів 4-го класу на базі обкатки фігур 2-го порядку породило проблему пошуку інших систем віднесення і моделей, які розширюють межі досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В праці [1] приділена велика увага формоутворенню і дослідженню торса T_3^4 як першій розгортній поверхні вищого порядку, яка має ребро звороту і яка супроводить лінійчасті нерозгортні поверхні як торс двічі дотичних площин. Дотичні площини до торса T_3^4 створюють пучок 3-го порядку. Попарний перетин дотичних площин створює конгруенцію (∞^2) прямих третього порядку і першого класу – конгруенцію біпланар *Кг(3,1)*. Через будь-яку точку простору проходить три біпланари як результат перетину трьох площин, дотичних до торса. В будь-якій площині недотичній до торса знаходиться одна біпланара.

Площина, дотична до торса перетинає торс T_3^4 по кривій 4-го порядку, яка розпалась на подвійну пряму дотику і криву 2-го порядку, дотичну до цієї прямої. Отже точка *O* простору виділяє три дотичні площини П, $\overline{\Pi}$ і $\overline{\overline{\Pi}}$ до торса T_3^4, які перетинаються по трьох біпланарах і в кожній з цих площин знаходиться по одній твірній торса і кривій 2-го порядку, дотичній до твірної. Ці дані використані в праці [1] для того, щоб створити систему координат з початком в точці O, трьома координатними площинами і трьома координатними осями біпланарами. В кожній площині достатньо даних для завдання перерізу торса: твірні в сусідніх площинах перетинають координатні осі в точках дотику кривої 2-го порядку до них. Наявність трьох дотичних (дві осі і твірні торса), відомі дві точки дотику дозволяють визначити і точку дотику на твірній, спираючись на теорему Бріаншона. Якщо обрати дві з трьох кривих в площинах Π і $\overline{\Pi}$ в якості кривих обкатки, то будь-яка дотична площина τ визначить твірну пряму, яка проходить через точку її дотику до кривих обкатки, і вона разом з двома осями повністю задають криву в третій площині $\overline{\overline{\Pi}}$.

Таким чином, повністю задається торс трьома твірними їх відрізками p і q, r і s, t і u на осях, що забезпечує всі побудови і аналітичний опис в координатній системі біпланар.

На цій основі в статті [2] розглядається торс T_3^4 при двох колових кривих обкатки, дотичних в різних точках до осі Ox. Такий підхід звужує формоутворюючі можливості отримуваних торсів і не виходить за межі торса T_3^4.

Формулювання цілей статті. Запропонувати систему орієнтовану на колові лінії обкатки і можливості досліджувати торси до 8-го порядку.

Основна частина. Для колових кривих обкатки при отриманні торсів $T_3^4 - T_4^8$ в статті пропонується обирати дві з площин пучка з віссю Ox в якості площин локальних прямокутних систем координат Oxy та Oxz для завдання в них колових кривих t^2 і $\bar{t}^2$ з фіксацією їх взаємного положення. Двогранний кут γ між площинами може змінюватися від 0 до 360^o, але при зміні γ до положення $\gamma = 180^o$ виникає суміщення зображення однакове для всіх ∞^1 значень кута γ. При кожному значенні γ виникає своєрідна прямокутно-косокутна система $Oxyz$, в якій кути xOy та xOz прямі, а кут $yOz = \gamma$.

На рис.1 задано два кола обкатки t^2 і $\bar{t}^2$ в прямокутно-косокутній системі при обраному значенні двугранного кута γ між площинами Π і $\overline{\Pi}$. Параметри і положення кола d^2 визначається завданням координат центра S кола $x_s = 0$, $y_s = a$ та радіуса R_1. Тоді рівняння кола отримує вигляд:

$$x^2 + (y-a)^2 = R_1^2. \qquad (1)$$

Положення точок P і Q залежить від a і R_1 $x_{1,2} = \pm\sqrt{R_1^2 - a^2}$.

Для кола $\bar{t}^2$ треба задати три величини і координати центра $\bar{S}$: $x_s = b$, $z_s = c$ та радіус R_2. Його рівняння буде:

$$(x-b)^2 + (z-c)^2 = R_2^2. \qquad (2)$$

Положення точок M і N залежить від b, c і R_2 $x_{1,2} =$

$\pm\sqrt{R_2^2 - c^2}+b.$

Реалізація метода обкатки площиною [3] заданих кіл t^2 і $\bar{t}^2$ показано в просторі на прикладі отримання однієї твірної. На осі *Ox* обрана довільна точка L_i. Через неї проходить площина τ_i задана дотичними $L_i 1$ і $L_i \overline{1}$ до кіл t^2 і $\bar{t}^2$. Точки дотику 1 і $\overline{1}$ з'єднуються шуканою твірною (рис.1). Ці ж побудови перенесені на креслення з суміщеними площинами П і $\overline{\text{П}}$ (рис.2). Якщо на суміщеному кресленні прямокутно-косокутної системи виконати побудову торса таким чином, то отримане зображення буде одним і тим же для нескінченної множини значень кута γ.

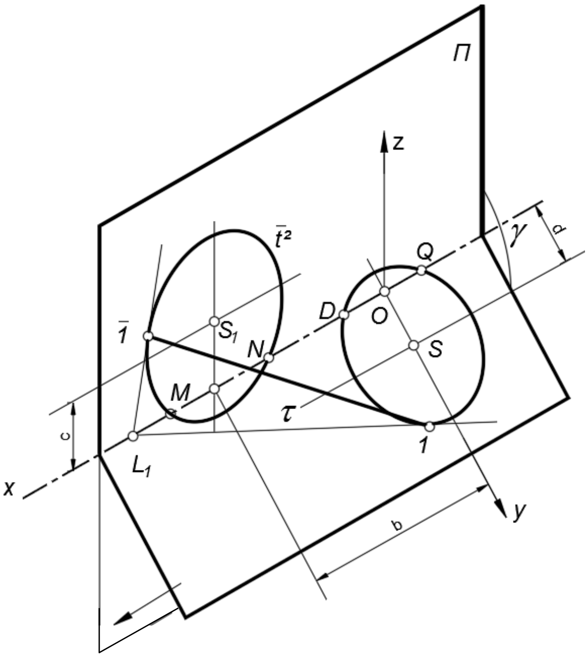

Рис.1. Прямокутно-косокутна система завдання торса колами обкатки

Якщо уявити, що відрізки 1-$\overline{1}$, 2-$\overline{2}$, 3-$\overline{3}$ … твірних можуть розтягуватися, то можна отримати натуральну модель множини торсів при всіх значеннях кута γ.

Таку модель можна створити і для інших кривих t^2 і $\bar{t}^2$.

При потребі перейти до прямокутної системи координат *Oxyz* при конкретному куті γ можна на основі перетворення:

$$y' = -y\,cos(\gamma), \qquad (3)$$

де $cos(\gamma) = cos(180^o - \gamma)$, (рис.3).

Важливо відзначити наступні властивості прямокутно-косокутної системи.

Властивість 1. Результат суміщення площин П і $\overline{\text{П}}$ один і той же для будь-якої пари площин пучка, незалежно від значення кута γ.

Властивість 2. При суміщенні зберігаються координати точок в системах *Oxy* та *Oxz* та кути прямих з віссю *Ox*. Наслідком цього для утворення торсів є властивість 3.

Властивість 3. Геометричним місцем будь-якої дотичної до t^2 або $\bar{t}^2$ при обертанні , що має кут α з віссю *Ox*, є прямий круговий конус з вершиною на осі *Ox* і кутом α між твірними і віссю.

На цій основі розглянемо властивості торсів з коловими кривими обкатки в порівнянні з розглядом торсів 4-8 порядків в статтях [3, 4] для пар кривих 2-го порядку обкатки площиною в загальному випадку. Наведений рис.1 відповідає завданню торса T_4^8 8-го порядку 4-го класу [3]. Обидва кола подвійні, бо через кожну точку проходить по дві твірні. Взаємне розташування відрізків MN та PQ дає в кожній площині по 4 дійсні прямі: в П дотичні до t^2 , які проходять через точки M і N, в $\overline{\Pi}$ 4 дотичні до $\bar{t}^2$, які проходять через точки P і Q. Таким чином, в кожній площині крива перерізу торса 8-го порядку розпалась на подвійну криву 2-го порядку та 4 прямі.

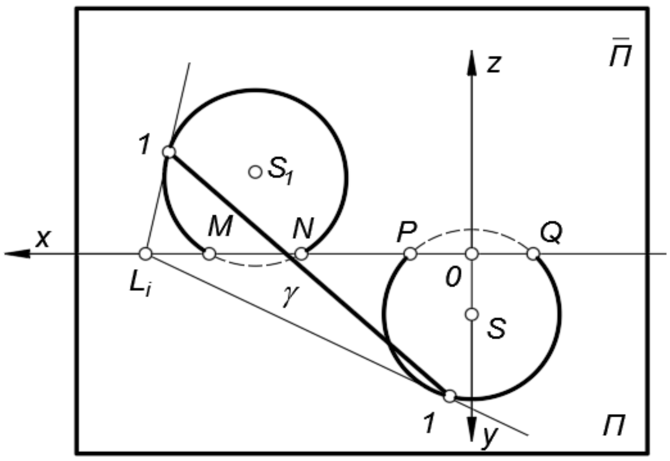

Рис.2. Побудова твірних при суміщенні систем *Oxy* і *Oxz*

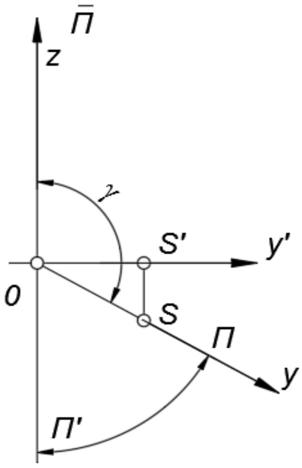

Рис.3. Зв'язок з системою *Oxy'z* при будь-якому куту γ

Уявні твірні появляються у тих випадках, коли точки M і N, P і Q в зв’язку з розташуванням кривих t^2 і $\bar{t}^2$ стають уявними (кола не перетинають вісь *Ox*), або коли точки перетинку кіл частково або повністю знаходяться в середині іншого кола, тоді дотичні є уявними. Повторюються і інші 6 випадків для торса T_4^8 дані в [4], в яких появляться частково уявні криві або зовсім немає дійсних.

Особливість виникає при завданні колами торса T_4^7 7-го порядку, в якому кола повинні мати спільну точку на осі *Ox*. Ця особливість обумовлена властивістю 3. Досить на суміщеному положенні задати коло t^2 з центром S_1 і точками M і N на осі, як виникне дотична $\bar{t}$ до нього, наприклад, в точці N. Її лінія центрів NS множини кіл зі спільною дотичною $\bar{t}$. Якщо з N співпадає точка P кола t^2 , то згідно з властивістю 3 з лінією $\bar{t}$ збігається на суміщеному кресленні дотична t кола t^2 . Таким чином, спільна дотична площина τ, задана парою дотичних t і $\bar{t}$, перпендикулярна до площини П. Конус Ф є геометричним місцем дотичних до кривих при суміщенні. Тоді центр S_2 кола t^2 повинен бути на лінії центрів і від його положення залежить місце точки Q.

Висновки. Запропонована прямокутно-косокутна система в просторі представляє групу поверхонь обкатки, об’єднаних кутовим параметром зв’язку γ. Цю групу можна представити при суміщенні площин кривих обертанням навколо осі 0x до $\gamma = 180^o$. Такий підхід для колових кривих легко поширюється на інші види кривих обкатки 2-го порядку. Слід розглянути двоїсті випадки, де також повинна виникнути спільна основа варіантів поверхонь.

Література

1. Обухова В.С. Конструктивно-прикладная теория нелинейных осевых отображений и ассоциированных с ними алгебраических поверхностей: дис. … докт. техн. Наук: 05.01.01 / В.С. Обухова. – К., 1991. – 573 с.
2. Обухова В.С. Торс 4-го порядку с двумя параметрами формы / В.С. Обухова. – Мелитополь: ТДАТА, 1998. – Вып.4. – Т.2. – С.25–30.
3. Обухова В.С. Конструктивні способи утворення алгебраїчних торсів 4-го класу / В.С. Обухова, О.Л. Підгорний. – Мелітополь: ТДАТА, 2000. – Вип.4. – Т.11. – С.10–16.
4. Підгорний О.Л. Можливості використання торсових поверхонь в якості відбивачів сонячних променів (продовження) / О.Л. Підгорний // Енергоефективність в будівництві і архітектурі. – Київ: КНУБА, 2017. – Вип.9. – С.194–197.

ОТОБРАЖЕНИЕ ТОРСОВ С ОКРУЖНОСТНЫМИ КРИВЫМИ ОБКАТКИ В ПРЯМОУГОЛЬНО-КОСОУГОЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Подгорный А.Л.

Предложено прямоугольно-косоугольную систему для отображения торсов 4-8 порядков, получаемых обкаткой плоскостью двух кривых 2-го порядка, в частности окружностей. Она имеет в плоскостях кривых обкатки для их описания и построения ограждающих две прямоугольные системы Oxy и Oxz с общим центром и осью Ox, связанных между собой углом yOz.

Ключевые слова: торс, обкатка, кривые 2-го порядка, прямоугольно-косоугольная система, две плоские прямоугольные системы, изменение угла их плоскостей, множество вариантов.

DISPLAYING TORSO WITH CIRCLE CURVES ROLLING IN THE RECTANGULAR-CASING SYSTEM

Pidgorniy O.

A rectangular-oblique system is proposed for mapping torsos of 4-8 orders obtained by rolling a plane of two curves of the second order, in particular circles. It has, in the planes of the running-in curves, for describing and constructing them two rectangular systems Oxy and Oxz with a common center and axis Ox, connected by an arbitrary angle yOz.

Keywords: torso, running curves of 2nd order, rectangular-oblique system, two flat rectangular, changing the angle of their planes, numerous options.