

УДК 631.362.3.002.5

## **ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЩОДО ВИБОРУ МАШИН ІЗ МНОЖИНИ АЛЬТЕРНАТИВ**

Караєв О.Г., д.т.н.,

*Таврійський державний агротехнологічний  
Університет (м. Мелітополь, Україна)*

Пахаренко В.О., д.т.н.,

Рубцов М.О., к.т.н.

*Мелітопольський державний педагогічний університет  
імені Богдана Хмельницького (Україна)*

*Обґрунтовано застосування тензорного числення для задач прийняття рішень щодо вибору оптимального варіанту сільськогосподарських машин із множини альтернатив з урахуванням особливостей технологій. Якість виконання технологічних операцій запропоновано представляти множинами значень дійсних і нормативних параметрів, а ресурсів і часу – дійсними. Наведено математичну модель процесу вибору, за допомогою якої мінімізується сума векторів узагальнюючого тензора з урахуванням коефіцієнтів прогнозованого економічного ефекту і вартості праці оператора машин.*

*Ключові слова: вибір машин, оцінювання, критерії, параметричне середовище, векторні функції, тензори.*

**Постановка проблеми.** Необхідність у визначенні оптимального складу механізованого технологічного комплексу машин виникає на стадії розробки базової технологічної документації, або у виробничих процесах певного господарства і є актуальним завданням технічної політики АПК [1]. Зараз не існує ефективних методів прийняття рішень щодо вибору у склад МТК, які б були доведені до практичного застосування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Загальним недоліком існуючих методів вибору машин [2, 3] є те, що їх алгоритми базуються на показнику приведених витрат, який має властивість цінової еластичності і не містять шкали виміру якості виконання робіт. Застосування для вибору машин методів прийняття рішень за багатьма критеріями (адитивна згортка критеріїв, мультиплікативна, логічна, часова, геометрична) ускладнюється тим, що дані методи містять математичні абстракції структур простору критеріїв (лінійна, нормована, метрична), що ускладнює (без аналітика) здійснення

вибору згортки критеріїв [4]. Зазначені недоліки суттєво знижують об'єктивність результатів моделювання за такими методами.

**Формулювання цілей статті.** Метою досліджень є розроблення методу вибору машин у склад технологічного комплексу з ознаками ощадного витрачання матеріальних і енергетичних ресурсів та з забезпеченням встановленої якості робіт.

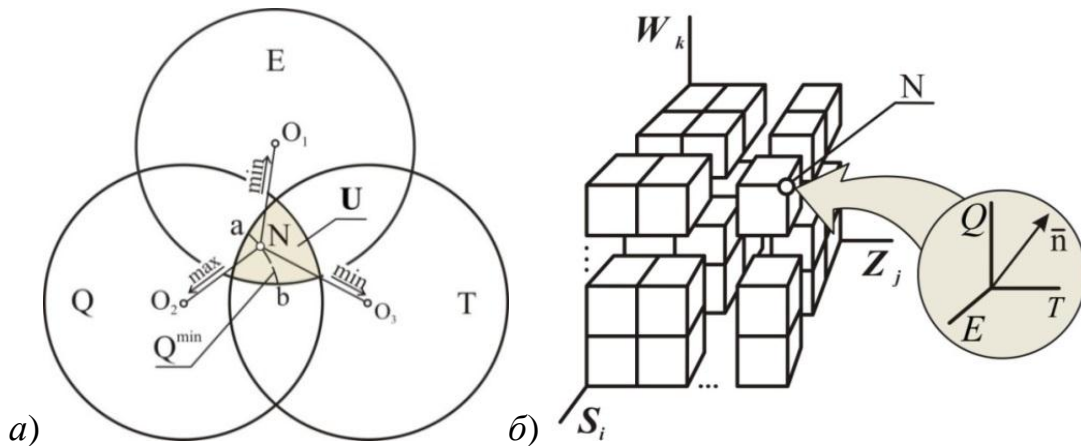
**Основна частина.** Оскільки машини є частиною відкритої системи, то їх параметри характеризуються неоднозначно, а вплив випадкових збурюючих факторів має суттєве значення. Процеси, які відбуваються в таких системах є стохастичними, а їх стан оцінюється в термінах математичного очікування і характеризується ймовірнісним законом розподілу. При цьому цільову функцію можна представити у вигляді:

$$\begin{cases} P_1 = P(E_{ij}^K \leq E_K^{max}); \\ P_2 = P(Q_{ij}^K \geq Q_K^{min}); \\ P_3 = P(T_{ij}^K \leq T_K^{max}); \\ Y = \min(P_1 P_2 P_3), \end{cases} \quad (1)$$

де  $Y \rightarrow \max$  – критерій оптимальності;

$P_1, P_2, P_3$  – ймовірності витрат ресурсів  $E_{ij}^k$  і часу  $T_{ij}^k$  та забезпечення якості  $Q_{ij}^k$  на  $k$ -му процесі  $i$ -ю операцією та  $j$ -ю машиною.

Геометричне представлення цільової функції (1) наведено на рис.1.



$U$  – множина нормативних значень  $E, Q$  і  $T$ ;  $N$  – певний варіант машини;  $\vec{n}$  – вектор-аргумент критерію оптимізації

$F(E_{ij}^k, Q_{ij}^k, T_{ij}^k)$ ;  $W$  – технологічні процеси;

$S$  – технологічні операції;  $Z$  – машини.

Рис.1. Геометрична інтерпретація цільової функції 1 (а) і тензора (б)

На рис. 1 значення параметрів матеріальних ресурсів  $E$ , якості  $Q$  та часу  $T$  представлені перехресними колами. Межі перетину кіл

визначають область множини нормативних значень параметрів  $U$ . Кожна точка  $N_i$  з даної множини має відстані до центрів кіл, які визначаються відрізками  $O_1N_i$ ,  $O_2N_i$ ,  $O_3N_i$ . При цьому, ймовірність досягнення визначених обмежень за будь-якою з трьох функцій (1) виникає при меншому значенні відповідного відрізка до центру кола. З наведеного виходить, що оптимізація цільової функції (1) полягає в мінімізації такої з трьох функцій, у якій відрізок від точки  $N_i$  до центра кола є найбільший. У варіанті співвідношень параметрів  $E$ ,  $Q$  і  $T$  (рис. 1,а)) найбільшу відстань до центра кола має функція обмеження за часом  $T$ , а лінією  $a$   $b$  визначена межа мінімального нормативного значення якості  $Q^{min}$ . Тому при оптимізації даного варіанту необхідно мінімізувати відрізок  $O_3N$  та максимізувати критерій оптимальності  $Y$ .

При розгляді даної задачі в просторі множини параметрів можливих рішень складається з величин ресурсів  $E_{ij}^k$ , якості  $Q_{ij}^k$  та часу  $T_{ij}^k$ , які є скалярними і утворюють неоднорідне параметричне середовище. Прийняття оптимального рішення в такому середовищі супроводжується зміною системи координат та зміною значень критерію пошукуоптимального варіанту. Тобто, критерій повинен визначатися спеціальною матрицею, яка не залежить від зміни системи координат, а компоненти вектора-аргументу критерію мають перетворюватися за визначеним законом. Таким властивостям відповідає тензор, геометричний образ якого наведено на рис.1,б.

Метод розроблено за такою робочою гіпотезою: вхідні дані доцільно представляти у вигляді тензорів, кожен компонент яких може бути числом або вектором та однозначно визначається значеннями  $kijl$ -індексів, а саме:  $W\{W_k\}$ ;  $S\{S_i\}$ ;  $Z\{Z_j\}$ ;  $E\{E_{ij}^k\}$ ;  $T\{T_{ij}^k\}$ ;  $Q\{Q_{ij}^k\}$ ;  $D\{D_{kijl}\}$  – дійсні значення якості виконання  $S_i$  операції  $Z_j$  машиною.

Витрати ресурсів представимо тензором

$$I = [I_{ij}^k], \quad (2)$$

де  $I_{ij}^k$  – вектор( $E_{ij}^k, T_{ij}^k$ ). Він не є нульовим, якщо процес  $W_k$  може бути виконаний операцією  $S_i$  і машиною  $Z_j$ .

Нормативні значення показників якості представимо тензором

$$J = [J_{kl}], \quad (3)$$

де  $J_{kl}$  – чотиривимірний вектор ( $q_{dop}^{-k,l}, q_{opt}^{-k,l}, q_{opt}^{+k,l}, q_{dop}^{+k,l}$ ), який містить інтервали допустимих значень ( $q_{dop}^{-k,l}, q_{dop}^{+k,l}$ ) та оптимальних ( $q_{opt}^{-k,l}, q_{opt}^{+k,l}$ ). Тензор не є нульовим у разі, якщо  $k$ -й процес можливо оцінити за  $l$ -м параметром.

Дійсні значення параметрів якості представимо тензором

$$D = [D_{kijl}], \quad (4)$$

де  $D_{kijl}$  – дійсні значення параметра якості  $Q_{ij}^k$ .

На основі тензорів (2-4) та часу  $T_{ij}^k$  формуємо узагальнений тензор

$$A = [A_{ij}^k], \quad (5)$$

де  $A_{ij}^k$  – вектор  $(E_{ij}^k, Q_{ij}^k, T_{ij}^k)$  (рис.1,б). Даний тензор не є нульовим, якщо процес  $W_k$  може бути виконаний операцією  $S_i$  та машиною  $Z_j$  із забезпеченням якості не нижче ніж  $k$ -й елемент з множини  $Q_{ij}^k$  і витрат часу не більше ніж  $k$ -й елемент з множини  $T_{ij}^k$ .

Функцію якості представимо у вигляді

$$Q_{ij}^k = \prod_{\{G_l: J_{kl} \neq \emptyset\}} \beta_{kl}(D_{kijl}), \quad (6)$$

де  $\beta_{kl}(D_{kijl})$  визначається за формулою:

$$\beta_{kl}(x) = \begin{cases} \beta_{kl}^*(x), & \beta_{kl}^*(x) \geq 0 \\ 0, & \beta_{kl}^*(x) < 0 \end{cases},$$

де

$$\beta_{kl}^*(x) = \begin{cases} \frac{(q_{opt}^{-kl} - q_{dop}^{-kl}) + (1 - Q_k^{\min})(x - q_{opt}^{-kl})}{q_{opt}^{-kl} - q_{dop}^{-kl}}, & x \in [q_{dop}^{-kl}; q_{opt}^{-kl}] \\ \frac{(Q_k^{\min} - 1)(x - q_{opt}^{+kl}) + (q_{dop}^{+kl} - q_{opt}^{+kl})}{q_{dop}^{+kl} - q_{opt}^{+kl}}, & x \in [q_{opt}^{+kl}; q_{dop}^{+kl}] \\ 1, & x \in [q_{opt}^{-kl}; q_{opt}^{+kl}] \end{cases}.$$

При такому поданні якості максимальний її рівень дорівнює 1. Графічне зображення функції (6) наведено на рис. 2.

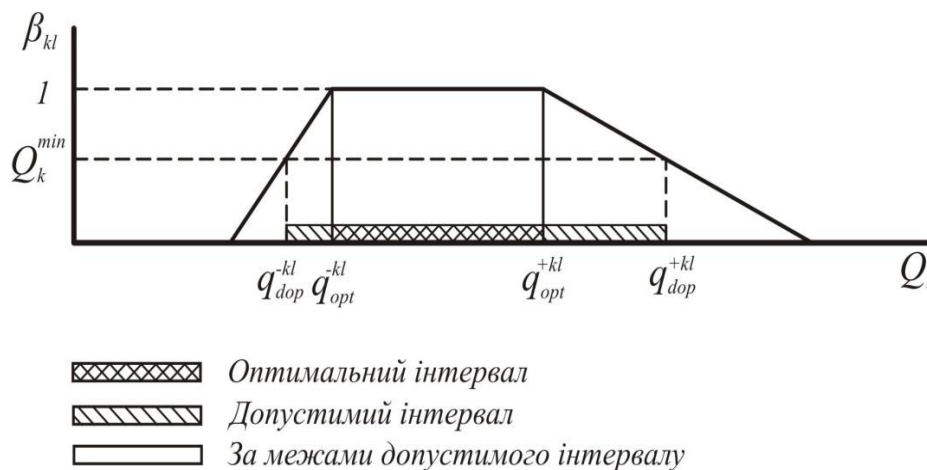


Рис.2. Графічне зображення функції  $\beta_{kl}(x)$

Критерій оптимізації може бути представлений у вигляді

$$F = \sum_k (E_{i_k j_k}^k + \alpha(1 - Q_{i_k j_k}^k) + \beta T_{i_k j_k}^k) \rightarrow \min, \quad (7)$$

де  $\alpha$  – ваговий коефіцієнт якості;  $\beta$  – ваговий коефіцієнт часу.

Цей критерій є частковим випадком загального критерію (1), причому цільова функція у (7) є зростаючою на будь якій послідовності точок, на якій цільова функція з (1) є спадною. Межами її визначення є множина варіантів  $R^* = \{(S_{i_k}, Z_{j_k}) : k = 1..l\} : Q_{i_k j_k}^k \geq Q_k^{\min}, T_{i_k j_k}^k \leq T_k^{\max}, \forall k = 1..l\}$ , а коефіцієнти  $\alpha$  і  $\beta$  визначаються методом експертної оцінки.

Алгоритм вибору є таким: для кожного компонента тензора (2) обчислюють якість за (6) з урахуванням значень тензорів (3) та (4); формують тензор (5) – тензор (2) замінюють на вектор  $(E_{ij}^k, Q_{ij}^k, T_{ij}^k)$ ; по кожному процесу  $W_k$  знаходять пари індекси  $(i_k, j_k)$  з множини  $\{(i, j) : Q_k \geq Q_k^{\min}, T_k \leq T_k^{\max}\}$ , для яких  $F_k = E_{i_k j_k}^k + \alpha(1 - Q_{i_k j_k}^k) + \beta T_{i_k j_k}^k \rightarrow \min$ ; формують множину машин з номерами  $\{j_k\}$ .

Метод перевірено на прикладі вибору машин для операцій «культивуація» і «боронування» ґрунту в плодовому маточно-живцевому саду. Були отримані дійсні значення якості обробітку ґрунту, витрат енергетичних ресурсів і часу (табл. 1).

Таблиця 1

Значення дійсних параметрів обробітку ґрунту в плодовому саду

Склад машино-тракторного агрегату	Назва операції	Продуктивність, га/год.	Якість обробітку ґрунту*	Витрати пального, л / год.
Т-70 +КСГ- 3,3	культивуація	0,9	0,87	9,8
Т-70 +БДС-3,5	боронування	1,9	0,78	9,0
МТЗ-80 +БДС-3,5	боронування	2,34	0,82	11,5

\* Показник: коефіцієнт брилистості ґрунту при його щільності  $1,56 \text{ г/см}^3$  і вологості 22%.

З урахуванням даних табл. 1 отримано узагальнений тензор

$$A = \begin{pmatrix} (10,89;0,87;1,11) & 0 \\ 0 & (4,74;0,78;0,53) \\ 0 & (4,92;0,82;0,43) \end{pmatrix}.$$

Після заміни нульовим вектором векторів тензора  $A$ , у яких координати компонентів не відповідають обмеженням щодо якості  $Q^{\min}$  і часу  $T^{\max}$  та обчисленням значень цільової функції (7) з урахуванням коефіцієнтів:

$$\alpha = \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \delta_3 / \lambda_1 \cdot \lambda_2 = 8470,58,$$

де  $\delta_1 = 0,36$  – коефіцієнт витрати ресурсу техніки в процесі обробітку ґрунту;  $\delta_2 = 20000$  шт./га – вихід живців;  $\delta_3 = 3$  грн./шт. – вартість живців;  $\lambda_1 = 15$  грн./л – вартість пального,  $\lambda_2 = 0,17$  л/га – середні витрати пального,

$$\beta = \varepsilon / \lambda_1 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 = 0,13,$$

де  $\varepsilon = 3200$  грн. – вартість роботи оператора машини за місяць;  $\sigma_1 = 10,1$  л/год. – середні годинні витрати пального;  $\sigma_2 = 8$  год. – тривалість робочого дня;  $\sigma_3 = 20$  днів – кількість робочих днів на місяць, маємо тензор

$$A = \begin{pmatrix} 1112,13 & 0 \\ 0 & 1868,21 \\ 0 & 1529,58 \end{pmatrix},$$

де мінімальне значення припадає на «Т70+КСГ3,3» (табл.1).

**Висновки.** Запропонований метод забезпечує формування оптимального набору машин по кожному технологічному процесу, виходячи з умов компромісу між мінімізацією матеріальних витрат, часу та максимізації якості виконання робіт на операціях. Подальші роботи у цьому напрямку будуть спрямовані на створення класифікаторів вхідних баз даних для автоматизації процесу прийняття рішень.

### *Література*

1. Лінник М.К. Основні завдання з механізації та електрифікації сільського господарства у зв'язку із вступом України в СОТ / М.К. Лінник // Механізація та електрифікація сільського господарства. – Глеваха : ННЦ "ІМЕСГ", 2008. – Вип.92. – С. 42–48.
2. Репетов А.Н. Геометрический способ выбора агрегата для внесения минеральных удобрений / А.Н. Репетов, О.М. Лепшеев // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1999. – №2. – С.25-26.
3. Павлюченко Е.И. Анализ и совершенствование методики технико-экономического обоснования и оценки проектных решений в строительстве / Е.И. Пвлюченко, Р.Р. Асланова // Региональные проблемы преобразования экономики. – 2015.– №8.– С.33-37.
4. Ковальчук К.Ф. Интеллектуальная поддержка принятия экономических решений / К.Ф. Ковальчук. – Донецк: ИЭП НАНУ, 1996. – 224с.

## ГОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ВЫБОРУ МАШИН ИЗ МНОЖЕСТВА АЛЬТЕРНАТИВ

Караев А.И., Пахаренко В.А., Рубцов Н.А.

*Обосновано применение тензорного исчисления для задач принятия решений по выбору оптимального варианта сельскохозяйственных машин из множества альтернатив с учетом особенностей технологий. Качество выполнения технологических операций предложено представлять множествами значений действительных и нормативных параметров, а ресурсы и время – действительными. Приведена математическая модель, посредством которой минимизируется сумма векторов обобщающего тензора с учетом коэффициентов прогнозируемого экономического эффекта и стоимости труда оператора машин.*

*Ключевые слова: выбор машин, оценивание, критерии, параметрическое пространство, векторные функции, тензоры.*

## GEOMETRICAL MODELLING OF DECISION-MAKING AS FOR MACHINES CHOOSING FROM THE SET OF ALTERNATIVES

Karaiev A., Pakharenko V., Rubtsov N.

*Tensor calculus application has been substantiated for decision-making tasks as for choosing optimum variant of agricultural machines from the set of alternatives taking into account technologies peculiarities. It has been propose to realize the quality of technological operations by the range of real and normative parameters values, while resources and time - by real ones. The mathematical model has been given by means of which the vectors sum of super-concept tensor is minimized subject to forecasting economic effect coefficients and value of machine-operator labor.*

*Keywords: machine choosing, alternatives, criteria, parametric space, vector functions, tensors.*