

УДК 514.18

## ВИКОРИСТАННЯ ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО МЕТОДУ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ СТАНУ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ

Холковський Ю. Р., к.т.н.

*Національний авіаційний університет (м. Київ, Україна)*

*У роботі наведений нетрадиційний дискретно-інтерполяційний підхід, пов'язаний із розгляданням вузлів інтерполяції, як більш складних об'єктів, ніж точка. На основі даного підходу розроблений дискретно-інтерполяційний метод побудови відповідних геометричних моделей складних об'єктів та середовищ для аналізу та прогнозування їх стану.*

*Ключові слова: дискретні функції, однопараметрична множина, інтерполяція, вузол інтерполяції, дискретно-інтерполяційна матриця.*

**Постановка проблеми.** Моделювання складних багатопараметричних об'єктів та середовищ, прогнозування та контроль їх стану є сучасною, актуальною та доволі складною проблемою. Пояснюється це, в першу чергу, тим, що моделювання, прогнозування й контроль стану систем, середовищ та їх компонентів є стохастичним процесом. А це впливає, в свою чергу, з того, що, наприклад, природні екологічні системи, енергетичні, кліматичні, гідрологічні, геоморфологічні, геологічні, гідравлічні тісно взаємопов'язані одна з одною, й неможливо ізольовано розглядати певну окрему конкретну екологічну чи будь-яку іншу систему. До того ж такі системи або середовища мають доволі складну структуру та велику кількість різноякісних параметрів. Більш того, параметри таких систем та середовищ є суттєво неоднорідними й часто залежать від зовнішніх факторів, які інколи просто неможливо передбачити.

У більшості випадків моделювання складних технічних об'єктів, багатопараметричних різноманітних природних та штучних технічних середовищ і подальшого їх інженерного проектування йдеться про математичне, а саме геометричне моделювання у вигляді деяких поверхонь, які можуть являти собою певні технічні форми, моделювати розподіл компонентів різноманітних певних середовищ тощо. Необхідно зазначити, що часто такі складні об'єкти чи середовища практично не піддаються аналітичному опису, тобто не можливо отримати їх аналітичні континуальні моделі. Тому пошук і створення математичних моделей таких об'єктів для прогнозування їх

стану є сучасною досить актуальною задачею.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У літературі практично досить рідко зустрічаються окремі випадки розглядання питань геометричного моделювання багатопараметричних систем та середовищ, а також побудови їх математичних моделей. Особливо це стосується таких багатопараметричних систем і середовищ, як, наприклад, екологічні, енергетичні, кліматичні, гідрологічні, геоморфологічні, геологічні, гідравлічні системи, які відрізняються великою кількістю різноманітних і різноякісних параметрів, і для яких аналіз та прогнозування стану, як вже зазначалося, є вкрай важливими практичними задачами. Зазначимо, що алгоритми та методи саме геометричного моделювання складних багатопараметричних систем та середовищ із побудовою їх математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні, звідки й випливають наступні цілі дослідження.

**Формулювання цілей статті.** Метою даного дослідження є вивчення складних багатопараметричних об'єктів та середовищ, розробка методів та алгоритмів побудови дискретних математичних моделей щодо моделювання складних багатопараметричних середовищ.

**Основна частина.** Розглянемо, наприклад, побудову дискретних математичних моделей таких складних багатопараметричних середовищ, як екологічні. Для виокремлення антропогенної складової на фоні природних біосферних процесів використовується екологічний моніторинг, що являє собою інформаційну систему спостережень, оцінювання й прогнозування змін у стані компонентів довкілля. В умовах неконтрольованого впливу людини на навколишнє середовище, сучасної глобальної екологічної кризи робота з організації екологічного моніторингу, обробки його результатів та прогнозування майбутнього стану певної екосистеми, очевидно, набуває особливої значущості.

Методологія та технологія, що пропонуються автором полягають у виборі раціональних методів геометричного моделювання складних багатопараметричних екологічних процесів та середовищ, прогнозування екологічної безпеки певної території та процесів, що відбуваються на ній.

Як уже зазначалось вище, цілком очевидно, що екосистеми та середовища, маючи багатоконпонентність та стохастичний характер, не піддаються аналітичному опису, тобто неможливо створити їх континуальну модель. Отже, вихід, на наш погляд, полягає у доцільності використання дискретних геометричних моделей у вигляді певних дискретних чисельних масивів, елементами яких є відповідні компоненти екосистем та середовищ.

Отримання таких моделей можливе на основі дискретно-інтерполяційного підходу й, відповідно, запропонованого автором дискретно-інтерполяційного методу моделювання багатопараметричних об'єктів, систем та середовищ [1, с. 156; 2, с. 204]. Вказаний метод базується на використанні дискретно-інтерполяційних схем із застосуванням інтерполяційних поліномів Лагранжа. Оптимальність вибору інтерполяційних поліномів Лагранжа серед інших пов'язана з необов'язковою рівномірністю у розташуванням вузлів інтерполяції, а також з можливістю представлення по кожному параметру різної кількості вузлів інтерполяції.

Це пов'язано з тим, що при геометричному моделюванні багатопараметричних об'єктів систем та середовищ у багатьох випадках виникає необхідність та задача побудови однопараметричної множини певних об'єктів. Моделлю певної системи чи середовища, що задана аналітично, а у переважній більшості дискретно, може бути, з математичної, а саме геометричної точки зору, деяка поверхня або гіперповерхня.

Нетрадиційність та оригінальність запропонованого автором підходу полягає у тому, що під терміном "вузли інтерполяції" надалі розуміються не точки, як у традиційному математичному розумінні, а більш складніші математичні та фізичні об'єкти: наприклад, лінії, поверхні або ж навіть певні процеси та системи, що представлені у вигляді деяких функціоналів як сукупності їх властивостей і параметрів [4, с. 51].

Схема розташування саме таких вузлів інтерполяції надалі й розуміється як схема інтерполяції. Особливо зазначимо, що подібний підхід щодо моделювання екологічних систем, процесів чи екологічних ситуацій у літературі практично відсутній.

Однопараметричні множини, що отримані таким чином є дискретними математичними моделями певних процесів, систем та середовищ, у тому числі й екологічних. Важливо підкреслити, що елементом таких множин є деяка дискретна функція, що у загальному випадку може бути представлена як дискретний чисельний масив, розмірність якого може варіюватись у певних межах.

Інтерполювання таких функцій, які можуть бути задані неявно або параметрично, зводиться до розміщення у вузлах інтерполяції рівнянь або дискретних масивів і отримання деякого функціонала з вектором параметрів, що включає в себе інтерполяційний параметр, координатні змінні, параметри, що характеризують форму й положення об'єктів, компоненти та параметричні характеристики екологічних процесів, систем та середовищ [2, с. 204].

Надзвичайно важливим є той факт, що саме такий підхід

дозволяє включати в однопараметричну множину системи та процеси, що мають різну структуру і навіть різні властивості. Тому застосування запропонованого дискретно-інтерполяційного методу до моделювання, наприклад, складних екологічних систем, а також середовищ, що характеризуються великою кількістю різноякісних параметрів  $\epsilon$ , на нашу думку, перспективним.

Зазначимо, що дискретний підхід можна вважати більш загальним, оскільки від неперервно-аналітичної моделі практично завжди можна перейти до дискретної, а в нашому випадку – до дискретно-інтерполяційної. Отже, за нашого підходу інтерполяційний поліном Лагранжа набуває такого вигляду [2, с. 204]:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}, \quad (1)$$

де  $u$  – параметр інтерполяції,  $F(p_1, p_2, \dots, p_k)$  – вузлова функція,  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – параметри вузлової функції, а саме, екологічні різноструктурні та різноякісні параметри (показники забруднення, рівень концентрації певних речовин, врахування природних особливостей середовищ тощо),  $n$  – кількість вузлів інтерполяції.

Багатопараметричні системи та середовища, на прикладі екологічних, можуть бути настільки складними структурно й параметрично, що використання апарату одновимірної інтерполяції може виявитися недостатнім. Тому у таких випадках доцільно використати, наприклад, апарат двовимірної інтерполяції. Враховуючи запропонований дискретно-інтерполяційний метод моделювання, власне, ось у чому полягає його сутність:

У випадку двовимірної інтерполяції можна знайти вид степеневого многочлена  $\Phi_{m,n}(u,v)$  степеня  $m$  по  $u$  та  $n$  по  $v$ , та визначити значення функціонала  $F$  у довільній точці з параметрами  $(u,v)$ . Геометрично це означає, що при двовимірній інтерполяції через вузлові точки проходить деяка поверхня  $z = \Phi_{m,n}(u, v)$ .

$$\Phi_{m,n}(u,v) = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} F_{i,j}(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq i}}^{m-1} \prod_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{n-1} \frac{(u - u_i)(v - v_j)}{(u_p - u_i)(v_q - v_j)}. \quad (2)$$

У таких випадках через вказані вище вузли інтерполяції проходить певна гіперповерхня, що є многочленом  $n$  змінних, а формула матиме аналогічний вигляд із врахуванням  $n$ -вимірності.

Використаємо поняття дискретно-інтерполяційної екоматриці [3, с. 308]. Нехай  $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m)$  – багатопараметрична

неявно задана функція. Сформуємо її у вигляді деякого функціонала  $\Phi(\mathbf{p}_{i,j})$ , що заданий матрицею  $\mathbf{M}[\mathbf{i}, \mathbf{j}]$ . Визначимо, що

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_k, \dots, \mathbf{p}_m) = \mathbf{M}[\mathbf{i}, \mathbf{j}]. \quad (3)$$

Тобто  $\mathbf{M}[\mathbf{i}, \mathbf{j}]$  і є вузловою дискретно-інтерполяційною екологічною матрицею.

$$M[i, j] = \begin{pmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \dots & \dots & P_{1,n} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \dots & \dots & P_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m,1} & P_{m,2} & \dots & \dots & P_{m,n} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Тоді  $\Phi(\mathbf{p}_{i,j})$  отримаємо як

$$\Phi(\mathbf{p}_{i,j}) = \sum_{i=0}^{n-1} M_i(i, j) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}. \quad (5)$$

Вираз  $\Phi(\mathbf{p}_{i,j})$  являє собою узагальнену дискретно-інтерполяційну екоматрицю, яка і є дискретною геометричною моделлю певної системи чи екологічного, енергетичного, гідрологічного, геоморфологічного, геологічного, гідравлічного середовищ.

**Висновки.** Таким чином, запропонований дискретно-інтерполяційний підхід щодо моделювання складних багатопараметричних середовищ дає нам змогу моделювати складні екологічні та інші системи, процеси і середовища, що характеризуються великою кількістю різноманітних та різноякісних параметрів і властивостей, а також, відповідно й спрогнозувати поведінку таких систем та середовищ, розвиток процесів у них.

### *Література*

1. Холковський Ю. Р. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та процесів / Ю.Р. Холковський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – Вип.4. – Т51. – С. 156-160.
2. Холковський Ю. Р. Моделювання багатопараметричних процесів та систем на основі дискретно-інтерполяційного підходу в екології / Ю.Р. Холковський // Праці VIII Всеукраїнських наукових Талійвських читань. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2012. – С. 204-208.
3. Холковський Ю. Р. Дискретно-інтерполяційна екоматриця як геометрична модель багатопараметричних процесів та систем в екології / Ю.Р. Холковський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету «Прикладна геометрія та

- інженерна графіка». – Мелітополь: ТГАТУ, 2012. – Вип.4, Т55. – С. 308-311.
4. Холковський Ю. Р. Моделювання складних просторових форм із використанням дискретно-інтерполяційного підходу / Ю.Р. Холковський // Труды 14-й международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». – Мелітополь: ТГАТУ, 2012. – С. 51-57.
5. Холковский Ю. Р. Дискретно-интерполяционный подход при моделировании многопараметрических экологических систем / Ю.Р. Холковский // Сборник материалов 9-ой международной конференции «Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики». – Минск 2013. – С. 268-272.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСКРЕТНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО МЕТОДА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СРЕД

Холковский Ю.Р.

*В работе приведен нетрадиционный дискретно-интерполяционный подход, связанный с рассмотрением узлов интерполяции, как более сложных объектов, чем точка. На основе данного подхода разработан дискретно-интерполяционный метод построения соответствующих геометрических моделей сложных объектов и сред для анализа и прогнозирования их состояния.*

*Ключевые слова: дискретные функции, однопараметрическое множество, интерполяция, узел интерполяции, дискретно-интерполяционная матрица.*

## THE USE OF A DISCRETE INTERPOLATION METHOD IN MODELING MULTIPARAMETRIC ENVIRONMENT

Kholkovsky Yu.

*The paper presents an unconventional discrete interpolation approach related to the consideration of interpolation nodes as more complex objects than a point. Based on this approach, a discrete interpolation method for constructing the corresponding geometric models of complex objects and environments for analyzing and predicting their state.*

*Keywords: discrete functions, one-parameter set, interpolation, interpolation unit, discrete-interpolation matrix.*