## УДК 621.391.23

# СТРУКТУРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ АКТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОЙ НЕКОГЕРЕНТНОЙ ДЕМОДУЛЯЦИИ СИГНАЛОВ ДИФФЕРЕЦИАЛЬНОЙ ФМ

### БАНКЕТ В.Л., ПЕРСИН А.Д.

### Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

# THE STRUCTURES AND CHARACTERISTICS OF THE ACTIVE FILTERS FOR OPTIMUM NON-COHERENT DEMODULATION OF DIFFERENTIAL PHASE MODULATED SIGNALS

# BANKET V.L., PERSIN A.D.

### Odessa National Academy of Telecommunications n.a. A.S. Popov

Аннотация. В статье исследуются алгоритмы работы и свойства активных фильтров, предназначенных для оптимального некогерентного приема сигналов дифференциальной фазовой модуляции в каналах с замираниями.

**Abstract.** In article the work algorithms and property of the active filters intended for optimum non-coherent reception of differential phase modulated signals in fading channels are investigated.

### введение

Современный этап развития телекоммуникационных систем характеризуется широким использованием технологий широкополосной беспроводной радиосвязи. Особенностью каналов таких систем является наличие замираний, обусловленных многопутёвым распространением радиосигнала. Развитие методов передачи информации по каналам с замираниями прошло ряд этапов [1]. Простым методом передачи информации по каналам с замираниями сигналов является метод разнесения. В последние годы используется новый метод разнесения MIMO (Multiple Input, Multiple Output – множественный вход, множественный выход), подробное исследование которого дано в работе [7], где предложено использование в каналах систем МІМО дифференциальной фазовой модуляции (ДФМ). Наряду с этими методами для передачи информации по каналам с частотноселективными замираниями широко используются многочастотные сигналы ортогонального частотного мультиплексирования OFDM, подробно исследованные в обширных западных монографиях [2, 3]. В отечественной литературе преимущества многочастотных сигналов на базе множества ортогональных гармонических сигналов применительно к задачам передачи информации по каналам с ненормируемыми характеристиками исследованы в монографиях [4, 5]. Здесь же отмечалась "техническая сложность реализации приемно-передающего оборудования" систем с такими сигналами. В настоящее время многочастотные сигналы OFDM широко используются в стандартах современных технологий радиодоступа WiFi (IEEE 802.11), WiMAX (IEEE 802.16) и LTE, причём трудности реализации удаётся обойти за счёт применения алгоритмов преобразования Фурье (обратного преобразования – на передаче, и прямого – на приёме) [2]. К тому же следует отметить, что во многих вариантах реализаций демодуляция сигналов поднесущих осуществляется когерентными методами, что требует передачи специальных пилот-сигналов для фазовой синхронизации. Вместе с тем, в истории развития техники многочастотных сигналов для каналов с замираниями имеется пример "комплексного решения" задачи передачи информации по каналам с замираниями – разработка в период 1960–1970 г.г. специалистами школы А.М. Заездного аппаратуры МС-5 для передачи дискретной информации по КВ каналам с частотно-селективными замираниями [9,10], в которой предусматривалось:

– Применение многочастотных сигналов с дифференциальной модуляцией (ДФМ) (по терминологии[10]– фазоразностной модуляцией (ФРМ)) каждой поднесущей;

– Отказ от когерентного приема и реализация оптимальной некогерентной демодуляции ДФМ на основе т.н. "активных фильтров" (АФ).

С тех пор теория и техника передачи дискретной информации в своем развитии претерпели существенный прогресс: повсеместно используются многопозиционные сигналы для повышения скорости передачи и корректирующие коды для обеспечения высокой помехоустойчивости в сочетании с новыми методами разнесения (пространственно-временное кодирование[1], например). Авторам идей, заложенных в МС-5, эти новации были, конечно, неведомы. По мнению авторов данной статьи *следует обратить внимание на путь, пройденный разработчиками* МС-5. Сочетание "старых" идей с новыми подходами в перспективе может оказаться продуктивным. В этой связи *актуальным* является углубленное исследование структуры и характеристик основного элемента упомянутых методов и аппаратуры – активного фильтра. *Задача настоящей работы* – исследование структур и характеристик активных фильтров и оценка пригодности АФ для демодуляции OFDM сигналов.

# ОПТИМАЛЬНОСТЬ АЛГОРИТМА НЕКОГЕРЕНТНОЙ ДЕМОДУЛЯЦИИ СИГНАЛОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФМ

В монографии [10] постулируется оптимальность алгоритма некогерентной демодуляции сигналов дифференциальной ФМ, которая реализуется активным фильтром. Рассмотрим подробнее алгоритм работы АФ. Общая структура модема ДФМ сигналов приведена на рис.1. В модуляторе поток передаваемых информационных символов u отображается в символы фазы передаваемого ФМ сигнала с частотой  $\omega_0$  и начальной фазой  $\phi_0$ 

$$S(t,u_n) = S_0 Cos(\omega_0 t + \phi_n + \phi_0) \tag{1}$$

по правилу дифференциального кодирования фазы

$$\phi_n = \phi_{n-1} + \Delta \phi_n \ . \tag{2}$$

Здесь  $\Delta \phi_n = \Delta \phi u_n$  – текущее приращение фазы сигнала,  $\Delta \phi$  – индекс фазовой модуляции. В зависимости от индекса ФМ и алфавита информационных символов *и* текущее приращение фазы сигнала может принимать одно из множества возможных значений

$$\Phi = \{\Delta\phi_0, \dots, \Delta\phi_i, \dots, \Delta\phi_m\},\tag{3}$$

образуя алфавит приращений фазы *m*-позиционной дифференциальной фазовой модуляции ДФМ-*m*. Правило (2) удобно для пояснения устойчивости ДФМ к медленным изменениям текущей фазы сигнала. Пусть фаза сигнала (1) на соседних интервалах получает при прохождении через канал постоянное приращение  $\Delta \phi_{kan}$ , так что принятые из канала значения фазы будут

$$\phi_n = \phi_n + \Delta \phi_{kan}; \ \phi_{n-1} = \phi_{n-1} + \Delta \phi_{kan}$$

Вычисление первой разности фаз  $\Delta_1 \phi_{an}$  для двух последовательных моментов времени дает результат, в котором фазовая помеха канала  $\Delta \phi_{kan}$  оказывается подавленной

$$\Delta_1 \phi_n = \widetilde{\phi}_n - \widetilde{\phi}_{n-1} = \Delta \phi u_n \,. \tag{4}$$

Это свойство устойчивости метода ДФМ к изменениям текущей фазы сигнала обосновывает интерес к исследованию адекватных методов обработки ДФМ, в частности, к применению активных фильтров, реализующих, по утверждению автора монографии [10], *оптимальный некогерентный прием ДФМ сигналов*. Рассмотрим доказательство оптимальности. Пусть в демодуляторе имеется возможность оценить тем или иным способом текущую фазу  $\phi_x$  принимаемого сигнала X(t)относительно некоего опорного колебания с произвольной фазой. На рис.1 это отражено блоком вычислителя функций {  $\sin \phi_x$ ,  $\cos \phi_x$  }. Затем, в следующем блоке производится вычисление тригонометрических функций от первой разности фаз {  $\sin \Delta_1 \phi_x$ ,  $\cos \Delta_1 \phi_x$  }. Задача демодуляции формулируется так: найти алгоритм, согласно которому каждой паре {  $\sin \phi_x$ ,  $\cos \phi_y$  } будет ставиться в однозначное соответствие разность фаз  $\Delta \phi_i$  из совокупности всех возможных вариантов (3). Иными словами, по принятой первой разности фаз  $\Delta_1 \phi_x$  следует определить, какая разность фаз из набора возможных разностей (3) была передана. Как известно, статистической теорией различения сигналов для реализации алгоритма оптимального различения рекомендуется применение *решения по максимуму апостериорной вероятности*. Пусть для всех гипотез о передаче разностей  $\Delta \phi_i$  из набора (3) известны апостериорные вероятности  $P(\Delta \phi_i / \Delta_1 \phi_x)$  (i = 1...m). Рассматривая гипотезы о передаче разностей  $\Delta \phi_i$  и  $\Delta \phi_j$ , следует вынести решение о передаче разности  $\Delta \phi_i$  при выполнении неравенства

$$P(\Delta \phi_i / \Delta_1 \phi_x) > P(\Delta \phi_i / \Delta_1 \phi_x)$$
(для всех  $j \neq j$ ), (5)

или, при выполнении подобного неравенства, выраженного через функции правдоподобия (условные плотности вероятности)

$$W(\Delta_1 \phi_x / \Delta \phi_i) > W(\Delta_1 \phi_x / \Delta \phi_i),$$

или, что то же самое, через плотности вероятности разностей

$$W(\Delta_1 \phi_x - \Delta \phi_i) > W(\Delta_1 \phi_x - \Delta \phi_i).$$
(6)

Если функции  $W(\Delta_1 \phi_x - \Delta \phi_i)$  (i = 1...m) – четные и монотонно убывающие функции относительно точек  $(\Delta_1 \phi_x - \Delta \phi_i) = 0$ , то неравенство (6) можно заменить правилом, в котором вместо плотности вероятности используется любая четная и монотонно убывающая функция, например, косинусоидальная функция. С учетом этого получаем следующее правило выбора переданной разности фаз  $\Delta \phi_i$ 

$$\cos(\Delta_1 \phi_x - \Delta \phi_i) > \cos(\Delta_1 \phi_x - \Delta \phi_i). \tag{7}$$

Раскрывая левую и правую части этого равенства по правилам тригонометрии получим

$$\cos\Delta_1\phi_x\cos\Delta\phi_i + \sin\Delta_1\phi_x\sin\Delta\phi_i > \cos\Delta_1\phi_x\cos\Delta\phi_i + \sin\Delta_1\phi_x\sin\Delta\phi_i.$$
(8)

Декодер на рис.1 предназначен для отображения решений по этим правилам в значения оценок переданной разности фаз в оценки переданных сообщений  $\hat{u}_i$ .



Рисунок 1 – Структура модема ДФМ сигнала

Таким образом, в соответствии с алгоритмом (8) основными операциями при демодуляции ДФМ сигналов есть операции вычисления значений тригонометрических функций sin (x), cos (x) первых разностей фаз. Вычисления разностей фаз по принятым сигналам X(t) будем производить на основе геометрических представлений сигналов в виде векторов функционального пространства Гильберта. Обозначим

$$\dot{X}_n = x(t)$$
 при  $(n-1)T \le t \le nT$ ;  
 $\vec{X}_{n-1} = x(t)$  при  $(n-2)T \le t \le (n-1)T$ .

41

В этом векторном пространстве можно вычислить тригонометрические функции углов для подстановки в неравенство (8)

$$\cos\Delta_{1}\phi_{x} = \frac{(\vec{X}_{n}\vec{X}_{n-1})}{\|\vec{X}_{n}\|\|\vec{X}_{n-1}\|} \quad \sin\Delta_{1}\phi_{x} = \frac{(\vec{X}^{*}_{n}\vec{X}_{n-1})}{\|\vec{X}_{n}\|\|\vec{X}_{n-1}\|}.$$
(9)

Здесь использованы скалярные произведения и нормы векторов, причем  $\vec{X}_n^*$  – вектор, соответствующий преобразованному по Гильберту сигналу  $x_n^*(t)$ . Конкретная реализация алгоритмов демодуляции зависит от способов вычисления скалярных произведений в (9), которые могут быть реализованы в виде интегральных сверток

$$(\vec{X}_{n}\vec{X}_{n-1}) = \int_{(n-1)T}^{nT} x(t)x(t-T)dt;$$
  
$$(\vec{X}^{*}_{n}\vec{X}_{n-1}) = \int_{(n-1)T}^{nT} x^{*}(t)x(t-T)dt .$$
(10)

В конечномерном случае удобно воспользоваться проекциями векторов  $\vec{X}_n$ 

и  $\vec{X}_{n-1}$  на вспомогательные векторы  $\vec{f}_i(t)$ ,  $\vec{f}^*_i(t)$  (функции  $f_i(t), f_i^*(t)$ )

$$X_{n,i} = \frac{(\vec{X}_n \vec{f}_i)}{\|f_i\|}, \ X_{(n-1),i} = \frac{(\vec{X}_{(n-1)} f_i)}{\|f_i\|};$$
$$Y_{n,i} = \frac{(\vec{Y}_n \vec{f}_i)}{\|f_i\|}, \ Y_{(n-1),i} = \frac{(\vec{Y}_{(n-1)} \vec{f}^*_i)}{\|f_i\|}.$$
(11)

Для некогерентного приема выберем в качестве вспомогательных функций гармонические колебания с некоторой фиксированной частотой  $\omega_0$ 

$$f_i(t) = \sin \omega_0 t$$
,  $f_i^*(t) = \cos \omega_0 t$ .

При этом скалярные произведения будут равны

$$X_{n} = \int_{0}^{T} x_{n}(t) \sin \omega_{0} t dt , \quad X_{n-1} = \int_{0}^{T} x_{n-1}(t) \sin \omega_{0} t dt ;$$
  

$$Y_{n} = \int_{0}^{T} x_{n}(t) \cos \omega_{0} t dt , \quad Y_{n-1} = \int_{0}^{T} x_{n-1}(t) \cos \omega_{0} t dt . \quad (12)$$

Соответственно, скалярные произведения в числителях формул для вычисления тригонометрических функций первых разностей фаз в (9) будут

$$(\vec{X}_{n}\vec{X}_{n-1}) = X_{n}X_{n-1} + Y_{n}Y_{n-1}, \ (\vec{X}_{n}^{*}\vec{X}_{n-1}) = X_{n-1}Y_{n} - X_{n}Y_{n-1}.$$
(13)

Алгоритмы формирования максимально правдоподобных оценок вида (5), (6), (7) и (8) использованы в монографии[10] для вынесения т.н. "жестких" решений (т.е. решений о передаваемых дискретных символах (двоичных, например, см. [10, (1.103)...(1.106)]). Ориентируясь на демодуляцию ДФМ активным фильтром с выдачей на выходе т. н. «гибких» решений (для применения в последующем оптимальной обработки гибких решений, например, усреднения решений за счет процедуры накопления и использования внешнего сверточного кодирования с применением алгоритма Витерби) сформулируем *алгоритм демодуляции* ДФМ с гибким выходом. Сопоставим левые и правые части неравенств (5) и (8). Знаки соответствия отмечены стрелками

$$P(\Delta \phi_i / \Delta_1 \phi_x) \to [\cos \Delta_1 \phi_x \cos \Delta \phi_i + \sin \Delta_1 \phi_x \sin \Delta \phi_i];$$
  

$$P(\Delta \phi_j / \Delta_1 \phi_x) \to [\cos \Delta_1 \phi_x \cos \Delta \phi_j + \sin \Delta_1 \phi_x \sin \Delta \phi_j].$$
(14)

Видно, что величины справа в (14), пропорциональные апостериорным вероятностям разностей  $\Delta \phi_i$  и  $\Delta \phi_j$  формируются по сходным правилам, которые можно принять, как *алгоритм* оптимальной демодуляции ДФМ с гибким решением, т.е. выходом демодулятора будем считать

$$V_{\Gamma P}(\phi_x, \Delta \phi_i) = \cos \Delta_1 \phi_x \cos \Delta \phi_i + \sin \Delta_1 \phi_x \sin \Delta \phi_i .$$
<sup>(15)</sup>

Подставляя в это выражение вместо тригонометрических функций скалярные произведения из (9) получаем алгоритм

$$V_{\Gamma P}(\phi_{x},\phi_{i}) = \frac{1}{\|\vec{X}_{n}\|\|\vec{X}_{n-1}\|} \{ (\vec{X}_{n}\vec{X}_{n-1})\cos\Delta \phi_{i} + (\vec{X}^{*}_{n}\vec{X}_{n-1})\sin\Delta \phi_{i} \} , \qquad (16)$$

который на основе (13) можно выразить в форме, удобной для реализации

$$V_{\Gamma P}(\phi_x, \phi_i) = C\{(X_n X_{n-1} + Y_n Y_{n-1})\cos\Delta \phi_i + (X_{n-1} Y_n - X_n Y_{n-1})\sin\Delta \phi_i\}.$$
 (17)

Здесь постоянная  $C = \frac{1}{\|\vec{X}_n\| \|\vec{X}_{n-1}\|}$ . Величина *C* не зависит от номера гипотезы  $\Delta \phi_i$ , по которой

формируется апостериорная вероятность. Значение разности фаз  $\Delta \phi_i$  в этих алгоритмах играет своеобразную роль "масштабного" коэффициента, величина которого зависит от индекса ФМ и информационного символа  $u_i$  из алфавита (3), относительно которого вычисляется апостериорная вероятность. Значения скалярных произведений  $X_n, X_{n-1}, Y_n, Y_{n-1}$  вычисляются по формулам (12). Структурная схема активного фильтра приведена на рис. 2. Фильтр содержит корреляторы, в которых вычисляются скалярные произведения входного сигнала X(t) с гармоническими опорными колебаниями sin  $\omega_0 t$  и соз  $\omega_0 t$ , которые вырабатываются опорным генератором ОГ.

Т-линии задержки выходов корреляторов на время, равное длительности посылок ДФМ сигнала.



Рисунок 2 – Структура активного фильтра

# АЛГОРИТМ ДЕМОДУЛЯЦИИ С ЖЁСТКИМ РЕШЕНИЕМ

Алгоритм оптимальной демодуляции двоичных сигналов ДФМ-2 с жёстким решением нетрудно получить из общего алгоритма (17). При передаче информационных символов  $u_n = 0$  и  $u_n = 1$  и индексе фазовой модуляции  $\Delta \phi = \pi$  алфавит возможных приращений фазы сигнала (3) будет  $\Phi = \{\Delta \phi_0 = 0, ..., \Delta \phi_1 = \pi\}$ . При этом все возможные значения выхода

демодулятора с гибким решением (17) будут располагаться в этом интервале  $\{0...\pi\}$ . Для вынесения жесткого решения разобьем весь возможный интервал с помощью границы  $\Delta \phi = \frac{\pi}{2}$  на два

подинтервала  $\{0...\frac{\pi}{2}\}$  и  $\{\frac{\pi}{2}...\pi\}$ . Это позволит сформировать жесткие решения по правилам

При {
$$0 < [V_{IP}(\Delta \phi_x, \Delta \phi_i = \frac{\pi}{2})] \le \frac{\pi}{2}$$
} решение  $\Delta \phi_0 = 0$  и  $u_n = 0$   
При { $\frac{\pi}{2} \le [V_{IP}(\Delta \phi_x, \Delta \phi_i = \frac{\pi}{2})] < \pi$ } решение  $\Delta \phi_0 = \pi$  и  $u_n = 1$  (18)

Этот же результат можно получить из алгоритма (17) с помощью знаковой функции sign(x). Подставим в алгоритм (17) значения тригонометрических функций  $\cos \frac{\pi}{2} = 1 \text{ u} \sin \frac{\pi}{2} = 0$ . Результат– алгоритм жесткого решения – будет иметь вид

$$V_{\mathcal{K}P}(\phi_{x},\phi_{i}) = sign \ C\{(X_{n}X_{n-1} + Y_{n}Y_{n-1})\}$$
(19)

Отметим, что в цитируемой ранее монографии получен именно такой алгоритм [10,ф.(3.11)].

# ЧАСТОТНО-ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА АКТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Избирательные свойства активных фильтров определяются фильтрующим (усредняющим) действием интеграторов в (*X*, *Y*) каналах корреляторов. Действительно, при подаче на входы перемножителя *Y* канала сигнала  $\cos \omega_c t$  и опорного колебания  $\cos \omega_0 t$  с частотой  $\omega_0 = \omega_c + \Delta \omega$ , смещенной относительно частоты сигнала на величину  $\Delta \omega$ , на выходе интегратора получаем

$$I_{Y} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \cos \omega_{c} t \cos(\omega_{c} + \Delta \omega) t dt = \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} \cos(2\omega_{c} + \Delta \omega) t dt + \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} \cos \Delta \omega t dt =$$
$$= \frac{1}{2T(2\omega_{c} + \Delta \omega)} \sin(2\omega_{c} + \Delta \omega) T + \frac{1}{2\Delta\omega T} \sin \Delta \omega T$$
(20)

При обработке высокочастотных сигналов ( $\omega_c T >> 1$ ) первым слагаемым в результате (20) можно пренебречь. Тогда фильтрующие свойства корреляторов АФ определяет второе слагаемое  $\frac{\sin \Delta \omega T}{2 \sin \Delta \omega T}$ , которое обращается в ноль при расстройке частоты опорного колебания корреляторов

$$\Delta \omega = \frac{k\pi}{T}, \ \left(k = (1, 2, 3...)\right) \tag{21}$$

Анализ показывает, что коррелятор в канале X проявляет такие же свойства избирательности. Селективные свойства АФ проверены экспериментально на модели фильтра, разработанной средствами пакета визуального программирования Agilent HPVEE. Результаты моделирования приведены на рис. 3 и рис. 4.







Для выяснения селективных свойств АФ на вход фильтра, реализующего алгоритм (19) с частотой опорного генератора  $F_0 = 2000$  Гц подавался сигнал ДФМ-2 с частотой  $F_c$ , изменяемой в диапазоне (1500-2500)Гц. На рис.2 по вертикали отложены абсолютные значения выхода АФ  $V_{\mathcal{RP}} = \{(X_n X_{n-1} + Y_n Y_{n-1})\}$ . На такой своеобразной «частотной» характеристике видны избирательные свойства исследуемого устройства, которые позволили авторам [9,10] назвать его "фильтром":

– наличие главного максимума на частоте опорного генератора  $F_0 = 2000$  Гц;

– наличие нулей, расположение которых соответствуют периодически повторяющимся частотам (21). Исследование характеристики избирательности АФ в районе главного максимума и нулей показало *отсутствие "острой" избирательности* (рис. 3): ход кривых в отмеченных точках достаточно плавный. Эти данные могут служить для обоснования требований к точности поддержания частоты опорного генератора АФ  $\omega_0$  относительно частоты ДФМ сигнала  $\omega_c$ .



Рисунок 4 – Зависимость отклика на выходе А $\Phi$  с частотой опорного генератора  $F_0 = 2000 \,\Gamma\mu$  от частоты сигнала Д $\Phi$ М-2, изменяемой в диапазоне (2000-2100)  $\Gamma\mu$ . Масштаб по вертикали – линейный

# ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ДЕМОДУЛЯЦИИ ДФМ АКТИВНЫМ ФИЛЬТРОМ

Отказ от использования когерентного метода демодуляции и переход к некогерентному детектированию могут служить основанием для ухудшения помехоустойчивости и требуют проведения детального анализа. Такой анализ помехоустойчивости выполнен в монографии [10, разд.3.3]. Проведено сравнение энергетических затрат на обеспечение заданной вероятности ошибки при когерентном, оптимальном некогерентном методах демодуляции сигналов ДФМ-2. Результаты сравнения для случая аддитивной гауссовой помехи приведены в табл.1 [10, табл. 3.2].

Таблица 1 – Энергетические потери при переходе от когерентного к оптимальному некогерентному приему сигналов ДФМ-2

Вероятность ошибки демодуляции	Энергетические потери Ө (дБ)	
10-1	0,9	
10-2	0,72	
10 <sup>-3</sup>	0,59	
10-4	0,51	
10 <sup>-5</sup>	0,45	

Как видим, энергетические потери оптимального некогерентного приёма не превышают 1,0 дБ в широком диапазоне изменения вероятности ошибки. Это дало основание автору монографии [10, с. 88] заявить, что эти данные "..количественно подтверждают важный в теории ФРМ тезис о том, что для высококачественного приема ФРМ колебаний совсем не обязательно располагать когерентным с сигналом опорным колебанием.".

### О ВОЗМОЖНОСТИ ВНЕШНЕГО СВЕРТОЧНОГО КОДИРОВАНИЯ В СИГНАЛЬНО-КОДОВОЙ КОНСТРУКЦИИ С ВНУТРЕННИМИ СИГНАЛАМИ ДФМ-2 И АКТИВНЫМ ФИЛЬТРОМ В КАЧЕСТВЕ ДЕМОДУЛЯТОРА

Следуя устоявшейся традиции применения помехоустойчивого кодирования в современных телекоммуникационных системах целесообразно оценить эффективность применения внешнего сверточного кодирования в сигнально-кодовой конструкции [1] (СКК), содержащей на внутренней ступени модулятор сигналов ДФМ-2, и активный фильтр, реализующий демодуляцию ДФМ с жестким решением (алгоритм(19)).

На внешней ступени такой СКК предполагается использование сверточного кода с декодированием по алгоритму Витерби. Энергетическую эффективность СКК обычно оценивают величиной свободного расстояния d<sub>f</sub>, которую можно определить при известных параметрах внешнего кода (скорость кода R, порождающие многочлены [1]). Однако более простым путем является оценка верхней границы (ВГ) свободного расстояния D<sub>f</sub>, которую нетрудно установить моделированием СКК методом "тест-пакета", описанным в [1, разд.6.2]). Метод "тест-пакета" основан на моделировании выходных последовательностей кодера СК при воздействии на его вход специальным образом сформированного тест-пакета, который обеспечивает "порождение" кодером всех возможных путей из начального нулевого состояния (000...00) в такое же нулевое состояние. Для гарантии перебора всех возможных путей центральная часть тест-пакета должна содержать все возможные комбинации входных символов. При разработке метода оценки ВГ существенно использовалось следующее известное положение теории случайных чисел. В наборе случайных величин (СВ) с любым законом распределения вероятностей среднее значение (математическое ожидание) всегда больше (либо равно) наименьшему значению случайных величин из этого набора. При прохождении случайных тест-пакетов через кодер на выходе кодера образуются отклики разных величин (в некоторой метрике). Наименьшая величина этих откликов и есть свободное расстояние кода в этой же метрике. Иными словами, математическое ожидание этих откликов является верхней оценкой свободного расстояния исследуемого СК. Испытания проводились в следующем порядке. Предварительно выбирается структура исследуемого СК с параметрами: скорость кода R, длина кодирующего регистра K. Испытания кодера проводятся циклически. В программе предусмотрена установка количества циклов испытаний *N*. В начале каждого цикла испытаний в структуру кодера с заранее установленными параметрами программно вводятся случайно выбранные коэффициенты порождающих многочленов G. Если за каждый цикл испытаний (т. е. за каждое прохождение тест-пакета через кодер) на выходе анализатора веса пути фиксируется вес  $w_n$ , то средний вес случайных путей определяется усреднением на всем множестве циклов объема *N*. Выше отмечалось, что такой средний вес (среднее расстояние для инвариантных кодов) может служить в качестве верхней границы свободного расстояния

$$D_{B\Gamma} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} w_n \,. \tag{22}$$

В табл.2 приведены результаты оценки по изложенной методике верхней границы свободного расстояния в метрике Хэмминга  $D_{H(B\Gamma)}$  сигнально-кодовой конструкции с сигналами ДФМ-2 и активным фильтром, реализующим оптимальную некогерентную демодуляцию в соответствии с алгоритмом (19). Видно, что с увеличением длины кодирующего регистра ДКР верхняя граница возрастает. Это является основанием для последующего переборного поиска внешних кодов. Эффективность применения внешних кодов, достигающих верхней границы можно определить величиной асимптотического энергетического выигрыша[1]

$$A \Im B \mathcal{K} = 10 \lg R D_{H(B\Gamma)}, \ \mathsf{A} \mathsf{E} \tag{23}$$

Таблица 2 – Верхние границы свободного расстояния СКК ДФМ-СК (Скорость кода  $R = \frac{1}{2}$ )

ДКР <i>К</i>	3	6	9
$B\Gamma CP D_{H(B\Gamma)}$	5	9	15
АЭВК, дБ	3,98	6,53	8,85

Энергетический выигрыш кодирования значительно превышает потери при переходе к некогерентному приёму, указанные в табл.1.

### О ВОЗМОЖНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ ЗАМИРАНИЙ ПОДНЕСУЩИХ ОГОМ СИГНАЛА

При передаче OFDM сигналов по каналам с частотно-селективными замираниями сигналы отдельных поднесущих также подвергаются действию замираний. Однако в случае узкополосных поднесущих эти замирания сказываются как т.н. *плоские* (flat) замирания. В работе[8] приведен обзор опубликованных сведений о плоских медленных замираниях в узкополосных каналах фиксированной беспроводной связи. Статистические характеристики замираний описываются в виде модели, учитывающей наличие в точке приема регулярной составляющей с амплитудой A и случайной составляющей с дисперсией  $\sigma^2$ . Плотность вероятности амплитуды результирующего сигнала r рекомендовано описывать райсовской функцией плотности вероятности:

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp[-\frac{(r^2 + A^2)}{2\sigma^2}] I_0(\frac{rA}{\sigma^2})$$
для  $r > 0, A > 0,$ 

$$p(r) = 0$$
для других  $r, A.$ 
(23)

Отношение мощностей регулярной и случайной составляющих принято описывать коэффициентом  $K = A^2/2\sigma^2$ . Рекомендуются значения коэффициента K = (0...16) в зависимости от высот подвеса антенн, погодных условий (сезона), местности, и т.п. Фаза принимаемого сигнала изменяется медленно и подчиняется закону равномерного распределения. В литературе [2, 3, 6] упоминаются следующие методы передачи и приема OFDM сигналов в условиях замираний: помехоустойчивое кодирование в сочетании с перемежением, адаптивные методы (изменение скорости передачи и мощности сигналов поднесущих при сильных замираниях). Однако реализация этих методов достаточно сложна. Вместе с тем, возможность демодуляции ДФМ сигналов активным фильтром с гибким решением (17) открывает возможность простой реализации метода подавления замираний при приеме поднесущих OFDM сигнала в структуре MIMO канала. Основная идея технологии MIMO иллюстрируется на рис. 5 [1]. Передающая часть системы содержит M передатчиков (T<sub>1</sub>...T<sub>M</sub>) с передающими антеннами, тогда как приемная часть содержит N приемников и приемных антенн  $(R_1...R_N)$ . Считается, что замирания порождаются рассеивающей средой распространения радиосигнала Н. На рисунке стрелками показано, что сигнал любого из передатчиков Т<sub>i</sub> может достигать входа любого из приемников ( $R_1...R_N$ ), претерпевая замирания. Обычно такие структуры обозначают как (MxN). В теории методов передачи информации по MIMO каналам используется параметр "объем разнесения" (diversity volume), равный количеству возможных путей прохождения сигналов между входами и, соответственно, выходами МІМО канала. Для структуры на рис. 5 объем разнесения равен произведению  $V_D = MN$ . При использовании на передающей стороне в системе на многочастотных OFDM сигналов с L поднесущими будет рис. 5 реализовано «пространственно/частотное разнесение», в котором этот объем возрастет до V<sub>D(макс)</sub>=MNL. Нетрудно заметить, что в состав структуры (MxN) на рис.5 вложено М структур вида (1xN) с одним передатчиком и N приемниками (рис.6). Возможности подавления замираний покажем на примере этой структуры (1xN). В общем случае при использовании OFDM-ДФМ сигналов каждый из N приемников структуры (*MxN*) должен содержать блок демодуляторов  $\{A \Phi_l\}_{l=1}^{l=L}$ , состоящий из набора активных фильтров АФ<sub>1</sub> с опорными частотами, совпадающими с частотами поднесущих передаваемого OFDM-ДФМ сигнала  $\omega_l = \omega_c + \Delta \omega l$ .



Рисунок 5 – Общая структура системы МІМО

Рассмотрим передачу сигнала поднесущей вида (1) с частотой  $\omega_l = \omega_c + \Delta \omega l$  с выхода любого из передатчиков  $T_i(i=1...M)$ . При отсутствии замираний выходы активных фильтров  $A\Phi_l$  с одинаковыми опорными частотам  $\omega_l = \omega_c + \Delta \omega l$ , которые входят в состав набора приемников {  $R_1...$   $R_N$ }, совпадают. При действии замираний эти выходы  $A\Phi$  с гибким решением (алгоритм (17)) будут изменяться случайным образом.



Рисунок 6 – Структура системы (1xN)

Возможность подавления замираний поднесущих OFDM-ДФМ сигнала проверена моделированием. На рис.6 показана типичная временная диаграмма выходов активных фильтров  $A\Phi_l$  с опорными частотами  $\omega_l = \omega_c + \Delta \omega l$ , входящих в состав набора приемников  $\{R_1...R_N\}$ . Видно, что выход демодулятора с гибким решением (17)  $V_{\Gamma P} = V_0 + \tilde{V}$  содержит регулярную составляющую  $V_0$ , обусловленную информационным двоичным сигналом и флуктуационную часть  $\tilde{V}$ , вызванную замираниями. Таким образом, на приемной стороне в структуре системы (1хN) имеются N выходов демодуляторов активных фильтров  $A\Phi_l V^{(i)}{\Gamma P} = V^{(i)}_0 + \tilde{V}^{(i)}(i = 1...N)$ , содержащих регулярную

составляющую  $V^{(i)}_{0}$  и обусловленную замираниями случайную составляющую  $\tilde{V}^{(i)}$ . Фактически, при таком рассмотрении имеет место пространственное разнесение сигналов поднесущих, т.к. на рис.6 каждая поднесущая OFDM-ДФМ сигнала проходит через среду H на приемную сторону разными путями. Возникает задача оптимального объединения замирающих сигналов поднесущих с выходов активных фильтров.



Рисунок 7– Временная диаграмма выхода активного фильтра при передаче сигнала поднесущей с модуляцией ДФМ-2 и релеевскими замираниями в канале с коэффициентом К = 3

В арсенале методов объединения разнесенных замирающих сигналов имеются следующие методы:

*1 Линейное сложение*, при котором оценка определяется как сумма разнесенных сигналов. Реализация линейного сложения наиболее проста.

2 *Весовое сложение*, при котором разнесенные сигналы складываются с весами, пропорциональными уровням сигналов.

З Оптимальное весовое сложение, при котором предварительно оцениваются отношения сигнал/шум в ветвях разнесения, после чего сигналы из ветвей разнесения складываются с весами, пропорциональными отношениям сигнал/шум в этих ветвях. Реализация оптимального сложения наиболее сложна.

Моделированием проверена эффективность *метода линейного сложения*, как наиболее простого в реализации метода объединения замирающих сигналов. В блоке оптимального объединения выходов АФ (рис.6) производилось линейное сложение

$$V_{CVM} = \sum_{i=1}^{N} V^{(i)}{}_{\Gamma P} = \sum_{i=1}^{N} V^{(i)}{}_{0} + \sum_{i=1}^{N} \widetilde{V}^{(i)}$$
(24)

В результате регулярные составляющие  $V_0$ , обусловленные информационным двоичным

сигналом, накапливаются  $\sum_{i=1}^{N} V^{(i)}{}_{0} = NV_{0}$ , а суммирование случайных компонентов  $\widetilde{V}$  приводит к их

усреднению. При накоплении результатов с выходов  $A\Phi$  в сумматоре накапливаются также собственные шумы N приемников. Из теории обработки методом накопления повторяющихся регулярных сигналов, принимаемых на фоне аддитивной флуктуационной помехи, известно, что в результате амплитуда сигнала возрастает в N раз (N-число повторений) и, соответственно, мощность накопленного сигнала возрастает в  $N^2$ раз, а *шумы накапливаются по дисперсии* (мощность накопленного шума возрастает только в N раз), что и определяет выигрыш метода накопления по величине отношения мощностей сигнал/шум, равный N. На рис.8 приведены результаты моделирования. Видно, что соответственно с формулой (24) результат накопления регулярных составляющих  $V_0$  увеличивается пропорционально росту N. В то же время флуктуации результата накопления, обусловленные замираниями, незначительны. Таким образом, эффективность

описанного метода подавления замираний возрастает с увеличением числа обрабатываемых поднесущих *N*.



Рисунок 8 – Зависимость результата накопления выходов активных фильтров от количества объединяемых выходов АФ

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Аддитивные фазовые помехи, вносимые каналом с медленными замираниями, эффективно подавляются при демодуляции сигналов дифференциальной фазовой модуляции ДФМ. Это является основанием для использования метода ДФМ при формировании сигналов поднесущих многочастотных сигналов OFDM. В статье исследованы структуры и свойства активных фильтров, обеспечивающих оптимальный некогерентный прием сигналов ДФМ. При необходимости повышения скорости передачи информации рекомендуется использование многопозиционной дифференциальной ФМ. Получены простые в реализации алгоритмы демодуляции ДФМ с гибким и жестким решениями. Частотно-селективные свойства АФ позволяют рекомендовать их для демодуляции многочастотных сигналов OFDM. Показаны возможность и эффективность применения внешнего сверточного кодирования в каналах с ДФМ сигналами и АФ в качестве демодуляторов. Описана структура метода подавления замираний поднесущих OFDM с использованием АФ с алгоритмами демодуляции с гибким решением.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Банкет В.Л. Сигнально-кодовые конструкции в телекоммуникационных системах / В.Л. Банкет. – Одесса : Феникс, 2009. – 180 с.

2 Bahai A.R.S. Multi-Carrier Digital Communications. Theory and Applications of OFDM. Second Edition / A.R.S. Bahai, B.R. Saltzberg, M. Ergen. – Boston: Springer Science + Business Media, Inc., 2004. – 411 c.

3 Goldsmith A. Wireless Communications / A. Goldsmith, Stanford University. – Cambridge University Press. 2005. – 561 c.

4 Балашов В. А. Технологии широкополосного доступа xDSL. Инженерно-технический справочник. Под общей редакцией В.А. Балашова / В.А. Балашов, А.Г. Лашко, Л.М. Ляховецкий. – Москва: Эко-Трендз, 2009. – 256 с.

5 Балашов В.А. Системы передачи ортогональными гармоническими сигналами / В.А. Балашов, П.П. Воробиенко, Л.М. Ляховецкий. – М.: Эко-Трендз, 2012. – 228с.

6 Lampe L. Differential Modulation Diversity for OFDM / L. Lampe L., R. Schober // 6th International OFDM-Workshop (InOWo). – Hamburg, 2001. – C. 19-1–19-6

7 Банкет В.Л. Развитие теории дифференциальных методов модуляции для современных цифровых телекоммуникационных систем / Банкет В.Л., Тотмина Ю.Н. // Цифровые технологии. – № 10. – 2011. – С. 43–54.

8 Банкет В.Л. Статистические характеристики замираний сигналов в каналах систем беспроводного доступа / Банкет В.Л., Тотмина Ю.Н. // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – № 1. – 2012 – С. 33–36.

9 Аппаратура передачи дискретной информации МС-5 / [Гинзбург В.В., Гиршов В.С., Заездный А.М. и др.]; под ред. А.М. Заездного и Ю.Б.Окунева. – М: Связь, 1970. – 240 с.

10 Окунев Ю.Б. Теория фазоразностной модуляции / Окунев Ю.Б. – М.: Связь, 1979. – 216 с.