

УДК 621.397

ЗАВАДОСТІЙКЕ КОДУВАННЯ В ЦИФРОВИХ СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ

Здробилко А.В., Денбновецкий С.В.

*Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",
03056, м.Київ-56, проспект Перемоги, 37*

e-mail: sdenbno@gmail.com

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ

Здробылко А.В., Денбновецкий С.В.

*Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",
03056, г.Киев-56, проспект Победы, 37*

e-mail: sdenbno@gmail.com

ERROR-CORRECTING CODING IN DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS

Zdrobulko A.V., Denbnoveckii S.V.

*National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",
03056, Kyiv-56, prospect Peremohy, 37*

e-mail: sdenbno@gmail.com

Анотація. Наведено аналіз та порівняння завадостійких кодів в системах зв'язку. Наведено порівняння основних класів завадостійких кодів за різними технічними критеріями. Зазначено, що вибір завадостійкого коду може ґрунтуватися додатково на таких критеріях як складність реалізації, швидкодія та інших.

Ключові слова: ефективність передавання, ефективність приймання, завадостійкий код, код БЧХ, код Ріда-Соломона, код Хеммінга, швидкість коду.

Аннотация. Приведён анализ и сравнение помехоустойчивых кодов в системах связи. Приведено сравнение основных классов помехоустойчивых кодов по разным техническим критериям. Отмечено, что выбор помехоустойчивого кода может основываться дополнительно на таких критериях, как сложность реализации, быстродействие и др.

Ключевые слова: эффективность передачи, эффективность приёма, код БЧХ, код Хемминга, код Рида-Соломона, помехоустойчивый код, сверточный код, скорость кода

Abstract. The analysis and comparison of error-correcting codes in communication systems. The comparison of the basic classes of error-correcting codes for a variety of technical criteria. It is noted that the choice of error-correcting code may be based on additional criteria such as implementation complexity, speed, etc.

Key words: convolutional code, efficiency of administration, Hamming code, noise immunity code transmission efficiency, rate code, Reed-Solomon code, BCH code

Стаття присвячується порівнянню сучасних завадостійких кодів, по ряду параметрів, таких як енергетичний виґраш, швидкість коду, завадостійкість. Проблема завадостійкості та збільшення ефективності передачі і прийому даних є однією з основних в теперішній час, коли 1 дБ енергетичного виґрашу дозволяє заощадити до 1 мільйона доларів на обладнанні космічного шатла [2]. Тому вибір оптимального коду для конкретних обставин може бути вирішальним.

Питанням побудови і використання завадостійких кодів (блокових кодів Хеммінга, Боуза-Чоудхури-Хоквінгема (БЧХ), Ріда-Соломона (РС); згорткових кодів а також багатопорогового декодування самоортогональних (БПД-СОК) кодів; комбінацій кодів – каскадного коду и турбо-коду) розглядаються в багатьох роботах, як зарубіжних [1, 3], так і вітчизняних авторів [3]. У вище згаданих роботах [2–3] основна увага приділяється зменшенню ймовірності помилки при впровадженні конкретного корегувального коду. Однак у літературі не було проведено комплексного порівняння основних класів сучасних завадостійких кодів, яке

б дозволяло обирати код з урахуванням його придатності для вирішення конкретного завдання.

Найбільш популярні в системах супутникового зв'язку згорткові коди [3]. Згорткові коди відносяться до безперервних рекурентних кодів. Кодове слово є згорткою відгуку лінійної системи (кодера) на вхідну інформаційну послідовність. Тому згорткові коди є лінійними, для яких сума будь-яких кодових слів також є кодовою послідовністю. Вони забезпечують велику завадостійкість.

До основних параметрів згорткових кодів відносять :

1. Число інформаційних символів, що надходять за один такт на вхід кодера – k .
2. Число символів на виході кодера – n , відповідних k символам, які надійшли на вхід кодера протягом такту.
3. Пам'ять коду l (вхідна довжина кодового обмеження або інформаційна довжина кодового слова), визначається максимально ступенем породжувального многочлена у складі породжувальної матриці
4. Швидкість коду визначається відношенням $R = k/n$ і характеризує надлишковість, що вводиться при кодуванні.
5. Надлишковість коду $v = 1 - R$
6. Вага w двійкових кодових послідовностей визначається числом “одиниць”, що входять в цю послідовність або кодові слова.
7. Кодова відстань d показує ступінь відмінності між i -ю та j -ю кодовими комбінаціями за умови їх однакової довжини. Для будь-яких двох двійкових кодових комбінацій кодова відстань дорівнює числу не співпадаючих в них символів.
8. Мінімальна кодова відстань d_{\min} – це найменша відстань Хеммінга для набору кодових комбінацій постійної довжини.
9. Енергетичний вигравш кодування (ЕВК) – характеризує ступінь можливого зниження енергетики передачі при кодуванні в порівнянні з відсутністю кодування, якщо достовірність передачі в обох випадках однакова.

Для згорткового коду порядок розрахунків деяких параметрів такий:

Для згорткового коду (171,133) розраховується ймовірність помилки на вході декодера в каналі з адитивним білим гауссовим шумом (АБГШ), так як він найбільш схожий з шумами які зустрічаються в космічних і супутникових лініях зв'язку [3, 49]:

$$p(h^2) = Q\left(\sqrt{2 \times r_{\text{зк}} \times h_p^2}\right)$$

де $q(x)$ – гауссовська Q -функція;

$r_{\text{зк}}$ – швидкість згорткового коду;

h^2 – відношення сигнал / шум в децибелах;

h_p^2 – відношення сигнал/шум в разях;

далі, знаходимо ймовірність помилки символу (тобто кодового слова) на виході декодера [3,53]:

$$P_s(h^2) = 1 - \left(1 - p(h^2)\right)^m$$

і переходимо до ймовірності помилки на біт на виході декодера:

$$P_{\text{бзк}}(h^2) = \sum_{i=q+1}^n \left[P_s(h^2)^i \times \left(1 - P_s(h^2)\right)^{n-i} \times C_n^i \times \frac{i+q}{n} \right] \times \frac{2^{m-1}}{2^m - 1}$$

де q – кратність виправлюваних помилок,

C_n^i – кількість поєднань з n по i .

Отримані результати відповідають наведеному у рекомендації по завадостійкості ITU-T G-975 (Forward error correction for submarine systems) [4] (див. рис. 1).

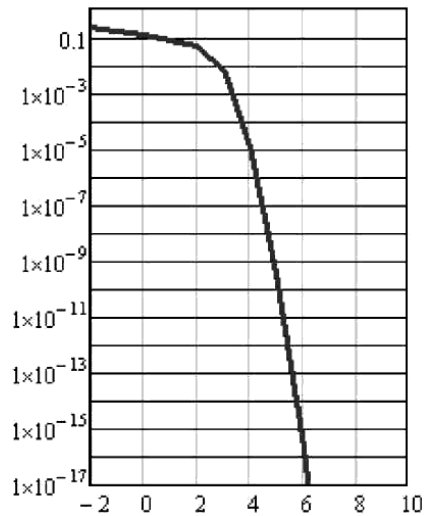


Рисунок 1 – Графік залежності ймовірності помилки на біт від відношення сигнал/шум для згорткового коду (171,133)

Розрахунки по іншим класам кодів проводилися аналогічно. В результаті отримуємо залежності ймовірності помилки на біт від відношення сигнал/шум, дБ, для завадостійких кодів представлені на рис. 2, де цифрами позначені криві, що відповідають системам передачі: 1 – без коду, 2 – з кодом Хеммінга, 3 – з кодом БЧХ, 4 – с кодом Ріда-Соломона, 5 – зі згортковим кодом з вільною відстанню $d_f = 5$, 6 – зі згортковим кодом з вільною відстанню $d_f = 18$, 7 – з БПД-СОК, 8 – з каскадним кодом, 9 – з турбо-кодом.

З графіків (рис 2) видно, що при високих ймовірностях помилки (тобто при малих відношеннях сигнал/шум) кращі результати мають згортковий код і турбо-код, а при низьких ймовірностях помилки (тобто при великих відношеннях сигнал/шум) оптимальним буде каскадний код.

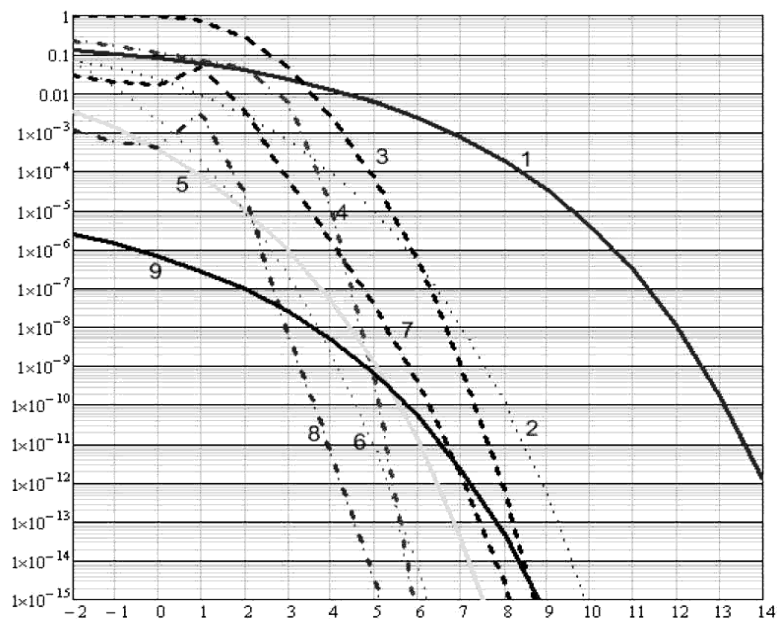


Рисунок 2 – Графік залежності ймовірності помилки на біт від відношення сигнал/шум, дБ

Однак зовсім інші результати (в порівнянні з іншими кодами) показує код Рида-Соломона при розрахунку ЕВК (див. рис. 3). На цьому рисунку цифрами позначені криві, що відповідають системам передачі 1 – з кодом Хеммінга, 2 – з кодом БЧХ, 3 – з кодом РС, 4 – з БПД-СОК, 5 – зі згортковим кодом з вільним відстанню $d_f = 18$, 6 – зі згортковим кодом з вільним відстанню $d_f = 5$, 7 – з каскадним кодом, 8 – з турбо-кодом. Це можна пояснити тим, що при визначенні ЕВК(енергетичний виграш кодування) крім відносин сигнал/шум в системі передачі з кодом і без нього враховується також швидкість коду, яка у згортковому коді дорівнює $R_{зк} = 0,875$. для порівняння швидкість турбо-коду дорівнює $R_{турбо} = 0,5$, а каскадного $R_{каск} = 0,469$.

Розрахуємо ЕВК згорткового коду [3]:

$$ЕВК_{зк} = \Delta_{зк} + 10 \times \log(r_{зк}) = h_1^2 - h_2^2 + 10 \times \log(r_{зк})$$

де h_1^2 і h_2^2 – відношення сигнал/шум в системі передачі без кодування і з кодуванням відповідно; $\Delta_{зк}$ – різниця відношення сигнал/шум для згорткового коду.

Для всіх значень ймовірностей помилки більше 10^{-6} згортковий код дає виграш 6,5–8,5 дБ, що значно більше ЕВК інших кодів. При великих ймовірностях турбо-код також показує такі ж добрі результати.

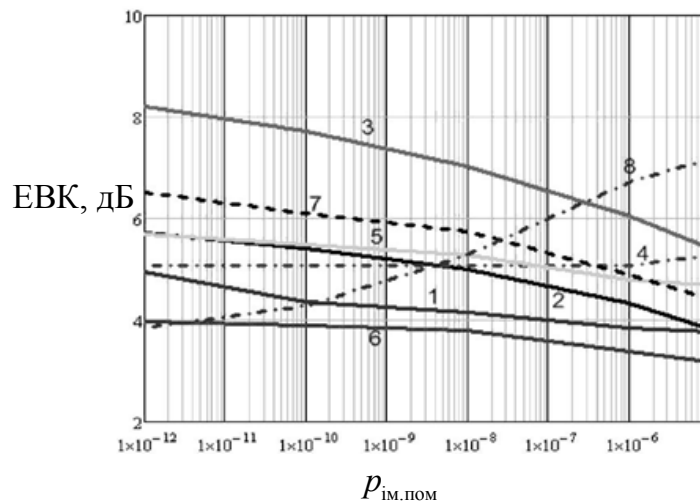


Рисунок 3 – Графік залежності ЕВК від ймовірності помилки

На рис. 4 позначені точки, що відповідають залежності енергетичної та частотної ефективності при ймовірності помилки 10^{-7} для систем : 1 – без коду, 2 – з кодом Хеммінга, 3 – з кодом БЧХ, 4 – зі згортковим кодом з вільною відстанню $d_f = 18$, 5 – з БПД-СОК, 6 – з кодом РС, 8 – з каскадним кодом, 9 – з турбо-кодом, та межа Шеннона для каналу із АБГШ (суцільна лінія 10). Енергетична ефективність обернено пропорційна відношенню сигнал/шум $\beta = -h_{зк}^2$, частотна ефективність: $\gamma = 10 \times \log\left(\frac{R}{F_{зк}}\right)$.

Координати точок на прикладі згорткового коду розраховуються наступним чином:

Енергетична ефективність обернено пропорційна відношенню сигнал/шум

$$\beta = -h_{зк}^2 = -4,252 \text{ дБ.}$$

Частотна ефективність: $\gamma = 10 \times \log\left(\frac{R}{F_{зк}}\right) = -0,281 \text{ дБ.}$

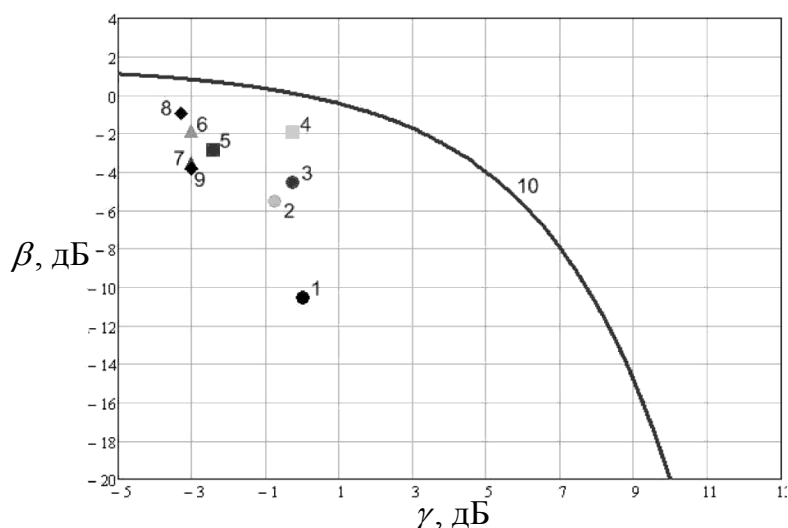


Рисунок 4 – Графік залежності енергетичної та частотної ефективності при ймовірності помилки 10^{-7}

З графіка на рисунку 4 видно, що приблизно на однаковій відстані від межі Шеннона розташовані системи передачі з каскадним кодом і згортковим кодом. Слід нагадати, що межа Шеннона є показником максимальною швидкістю передачі інформації з використанням кодування, без спотворень (помилки).

Висновки: в даній роботі було проведено порівняння основних класів завадостійких кодів за різними критеріями. При порівнянні з енергетичного виграшу кодування кращим з розглянутих є згортковий код і код Ріда-Соломона. Крім того згортковий код нарівні з турбокодом є кращим і по завадостійкості. Вибір завадостійкого коду, який буде використаний, може ґрунтуватися і на інших критеріях, таких як складність реалізації, швидкодія та інші. Для каналу із АБГШ, який по своїм характеристикам близький до космічних шумів, ґрунтуючись на проведених дослідженнях, оптимальним є згортковий код.

ЛІТЕРАТУРА

1. Oppenheim, A. V. *Signals and Systems* / NJ: Prentice-Hall, 1997.
2. *Systems Engineering in Wireless Communications* Koivo, H. N. / Elmusrati, Mohammed 388.
3. Теория кодирования / В.М. Сидельников, Мех-мат, МГУ. – 2006, 289 с.
4. ITU-T Recommendation G.975.1. Forward error correction for high bit-rate submarine systems, 2004.

REFERENCES

1. Oppenheim, A. V. *Signals and Systems*. N.p.: NJ: Prentice-Hall, 1997. Print.
2. Koivo, H. N., and E. Mohammed. *Systems Engineering in Wireless Communications*. N.p.: Wiley, 2009. Print.
3. Sidel'nikov, M. B. *The Coding Theory*. N.p.: MGU, 2006. Print.
4. ITU-T. "Forward Error Correction for High Bit-rate Submarine Systems." *ITU-T Recommendation G.975.1* (n.d.): 58. <https://www.google.com.ua/search?client=opera&q=4.+ITU-T+Recommendation+G.975.1&sourceid=opera&ie=UTF-8&oe=UTF-8#q=ITU-T+Recommendation+G.975.1>. Web. Feb. 2004.