

УДК 621.391

**МЕТОД МНОГОСИМВОЛЬНОГО ДЕТЕКТИРОВАНИЯ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО МОДУЛИРОВАННЫХ ФМ СИГНАЛОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА ВИТЕРБИ**

Банкет В.Л., Персин А.Д.

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1*

vlbank@mail.ru, persin.alexey@gmail.com

**МЕТОД БАГАТОСИМВОЛЬНОГО ДЕТЕКТУВАННЯ
ДИФЕРЕНЦІЙНО МОДУЛЬОВАНИХ ФМ СИГНАЛІВ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АЛГОРИТМУ ВІТЕРБИ**

Банкет В.Л., Персін О.Д.

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С.Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1*

vlbank@mail.ru, persin.alexey@gmail.com

**MULTIPLE-SYMBOL DETECTING METHOD OF DIFFERENTIAL PhM
SIGNALS BY VITERBI ALGORITHM USING**

Banket V.L., Persin A.D.

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kovalska St., Odessa, 65029, Ukraine*

vlbank@mail.ru, persin.alexey@gmail.com

Аннотация. В статье разработан метод многосимвольного детектирования дифференциально модулированных ФМ сигналов с использованием алгоритма Витерби. Дана оценка дистанционных свойств кодера дифференциального кода и выполнен анализ помехоустойчивости его декодирования с использованием алгоритма Витерби.

Ключевые слова: многосимвольное детектирование, дифференциальный метод передачи, помехоустойчивость алгоритма Витерби.

Анотація. У статті розроблений метод багатосимвольного детектування диференційно модульованих ФМ сигналів з використанням алгоритму Витерби. Надана оцінка дистанційних властивостей диференційного коду та виконано аналіз завадостійкості декодування з використанням алгоритму Вітербі.

Ключові слова: багатосимвольне детектування, диференційний код, алгоритм Вітербі.

Abstract. The method of multiple-symbol detecting of differential phase modulated signals is developed. The distance properties of differential code is elaborated. The noise immunity with using of algorithm Viterbi is evaluated.

Key words: multiple-symbol detecting, differential code, noise immunity of algorithm Viterbi.

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития телекоммуникационных систем характеризуется широким использованием технологий беспроводной радиосвязи. Особенностью каналов таких систем является наличие замираний, обусловленных многопутевым распространением радиосигнала. Наиболее ощутимый вид искажений – фазовый сдвиг несущей передаваемого сигнала, затрудняющий оптимальную обработку принимаемого сигнала. Развитие методов передачи информации по каналам с замираниями прошло ряд этапов [6,7]. В условиях вносимой каналом фазовой неопределенности во многих случаях используют дифференциальный метод передачи с дифференциальным детектированием, при использовании которого удается подавить вносимый каналом фазовый сдвиг. Обычно дифференциальное детектирование

сигналов с дифференциальной фазовой модуляцией (ДФМ) производится путем сравнения фаз принятого и предыдущего символов и вынесения решения по величине различия между этими фазами [2]. В последнее время этот метод получил дальнейшее развитие. В статье [1] было отмечено, что если вносимое каналом с медленными замираниями изменение фазы несущей постоянно на протяжении нескольких символьных интервалов, то эта т.н. «память» канала может быть использована в процессе демодуляции. В этой работе М. Simon – автор метода «многосимвольного дифференциального детектирования» (MSDD – Multiple-Symbol Differential Detecting) предложил вынесение решения производить по результатам наблюдения принимаемой последовательности ДФМ сигнала на протяжении N последовательно принятых из канала символов. В статье [1] дано теоретическое обоснование многосимвольного метода и приведены результаты моделирования, подтверждающие его эффективность. Идеология метода многосимвольного дифференциального детектирования в последующем была изложена в монографии этого же автора [2]. Обосновывая идею метода многосимвольной обработки сигналов дифференциальной ФМ в канале с медленными замираниями, автор М. Simon утверждал, что при наблюдении принимаемой последовательности на интервале нескольких символов следует использовать «память» канала, когда вносимые замираниями изменения фазы принимаемого сигнала постоянны в пределах интервалах наблюдения. В [1,2] разработаны алгоритмы многосимвольной демодуляции, реализующие последовательную «поблочную» (block-by-block) обработку блоков длины N принимаемых из канала символов (с вынесением решения по критерию максимального правдоподобия) для различных длин интервала наблюдения N . Более того, получены оценки помехоустойчивости при возрастании длины интервала наблюдения ($N \rightarrow \infty$). Надо отдать должное самокритичной оценке М. Simon сложности реализации разработанного им многосимвольного метода: *сложность реализации метода MSDD растет экспоненциально с увеличением длины интервала наблюдения (т.е. длины блока) N* . Следует отметить, что подобные трудности, обусловленные *экспоненциальным ростом сложности алгоритма декодирования с увеличением длины блока*, уже встречались на первых этапах освоения блокового корректирующего кодирования и были успешно преодолены при переходе к *свёрточному кодированию* с декодированием по алгоритму Витерби. Вслед за публикацией материалов по MSDD в западной научной печати появился ряд статей ([3,4], например), в которых использован метод MSDD для решения различных задач эффективной передачи цифровой информации по каналам с замираниями. В эпоху освоения методов передачи информации по каналам беспроводного доступа к сетям нового поколения [7] *появление нового метода* передачи информации по каналам с замираниями *заслуживает пристального внимания*. Ход развития систем беспроводного доступа по радиоканалам к сетям нового поколения инициирует *поиски новых методов передачи в условиях замираний*, обеспечивающих помехоустойчивую передачу цифровой информации по каналам с замираниями при приемлемой сложности реализации. В учебном пособии [5, разд. П.6.2] отмечена аналогия структуры и алгоритмов работы конечных автоматов: дифференциального и свёрточного кодеров. В монографии [6, разд. 3.6] дано описание широко используемого алгоритма Витерби для оптимальной обработки (декодирования) последовательностей, порождаемых такими кодерами, принимаемых на фоне шумов канала. Это побудило авторов данной статьи применить теоретические положения из работ [5,6] для разработки эффективного метода дифференциальной передачи цифровой информации по каналам с медленными замираниями и простым в реализации алгоритмом декодирования. **Цель настоящей статьи** – разработка метода демодуляции (декодирования) сигналов дифференциальной фазовой модуляции в канале с медленными изменениями фазы сигнала, основанного на применении алгоритма Витерби. Многие результаты настоящей статьи базируются на материалах ранее опубликованных работ [5...7]. Поэтому, с целью сокращения объема статьи, содержание наиболее важных положений, касающихся алгоритма Витерби, приведены в тексте с подробными ссылками на первоисточники.

1. СТРУКТУРА КАНАЛА С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕДАЧИ

1.1. Модель канала с медленными замираниями. Отличительной особенностью всех теоретических работ по методам передачи в системах беспроводного доступа является гипотеза о «квазистационарности» радиоканала. Используемая модель радиоканала базируется на предположении о том, что в канале имеют место замирания, параметры которых изменяются во времени *медленно* (т. н. «медленные» замирания). Такая модель оказывается адекватной ситуациям замираний в каналах фиксированной радиосвязи с многолучевым распространением радиоволн, когда передатчики и приемники неподвижны. В рамках квазистационарной модели появились термины: «интервал когерентности замираний» (fading coherence time) и «канал с кусочно-постоянным федингом» (piecewise-constant fading channel), характеризующие каналы с переменными параметрами, свойства которых остаются неизменными во времени на некотором, достаточно протяженном интервале. Воспользуемся *мультипликативной моделью* частотно-неселективного канала из работы [9, part II, fig.1], согласно которой сигнал на выходе канала есть произведение входного сигнала на комплексную передаточную функцию канала во времени $h(t)$. В таком случае при действии на входе канала сигнала $s(t)$ уравнение канала с аддитивной помехой $w(t)$ имеет вид

$$r(t) = h(t)s(t) + w(t). \quad (1)$$

Здесь $h(t)$ – передаточная функция канала. Для модели канала с медленными общими замираниями комплексное выражение передаточной функции будет

$$h(t) = h_k(t)e^{j\varphi_k(t)}. \quad (2)$$

На протяжении интервала когерентности канала $\tau_{\text{коз}}$ модуль передаточной функции и вносимый фазовый сдвиг остаются постоянными:

$$h_k(t) = h_k = \text{const}, \quad \varphi_k(t) = \varphi_k = \text{const}. \quad (3)$$

Статистические характеристики параметров замираний в каналах беспроводного доступа хорошо изучены и изложены в стандарте IEEE 802.16a [10] и в статье [11].

1.2. Дифференциальный метод передачи по каналам с замираниями. Неизменность искажений, вносимых квазистационарным каналом в передаваемый сигнал в пределах интервала когерентности, породила появление дифференциальных методов передачи цифровой информации по каналам с замираниями, подробно описанных в учебном пособии [7] и монографии [2]. При фазовой модуляции передаваемый сигнал с амплитудой S_0 , частотой ω_0 и фазой φ_n имеет вид

$$S_n(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_n). \quad (4)$$

При дифференциальной фазовой модуляции (ДФМ) в процессе передачи принимают участие *два соседних по времени канальных сигнала*

$$\{s_{n-1}(t), s_n(t)\}, \quad (5)$$

причем, при передаче информационного символа u_n фаза сигнала $s_n(t)$ изменяется по сравнению с фазой предыдущего сигнала по правилу *дифференциального кодирования (модуляции)*

$$\varphi_n = \varphi_{n-1} + \Delta \varphi u_n. \quad (6)$$

Здесь $\Delta \varphi u_n$ есть разность фаз соседних сигналов в паре (5), а $\Delta \varphi$ – индекс фазовой модуляции.

1.3. Автокорреляционный метод дифференциальной демодуляции ДФМ сигналов.

Неизменность вносимой каналом фазовой помехи (3) в квазистационарном канале используют для подавления фазовой помехи. Алгоритм автокорреляционной обработки определяется правилом вычисления коэффициента корреляции сигналов пары (5)

$$R_n(T) = \frac{1}{T} \int_0^T s_n(t) s_{n-1}(t) dt. \quad (7)$$

Структура автокорреляционного демодулятора представлена на рис. 1.

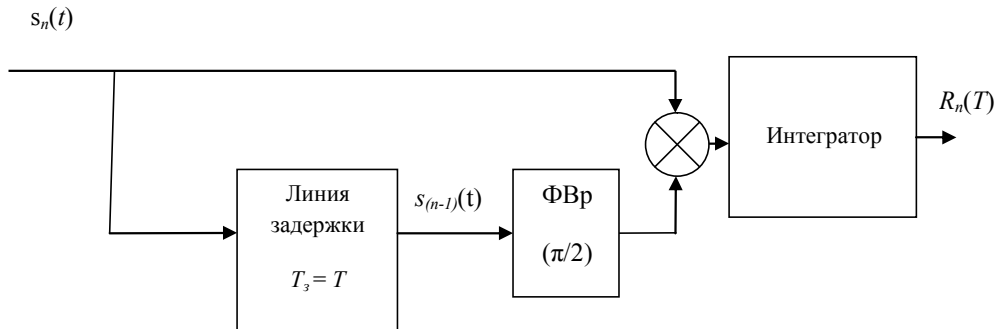


Рисунок 1 – Структура автокоррелятора

Автокоррелятор содержит перемножитель, на который подаются обрабатываемый сигнал $s_n(t)$ и задержанный линией задержки сигнал $s_{n-1}(t)$. Время задержки выбирается равным длительности посылки сигнала ($T_3 = T$). Фазовращатель ФВр на угол $\pi/2$ обеспечивает необходимое фазовое соотношение между поступающими на перемножитель сигналами. Далее результат перемножения интегрируется интегратором на интервале длительности T . В пособии [7, стр. 81] получено выражение результата на выходе автокоррелятора

$$R_n(T) = \frac{S_0^2 T}{2} \sin(\varphi_n - \varphi_{n-1}) = \frac{S_0^2 T}{2} \sin(\Delta\varphi_{u_n}). \quad (8)$$

В этом выражении следует использовать главное значение тригонометрической функции $\sin(x)$. В пособии также показано, что при выполнении условия квазистационарности канала $[\varphi_k(t_{n-1}) = \varphi_k(t_n)]$ на выходе автокоррелятора *фазовая помеха подавляется* $\{\varphi_k(t_n) - \varphi_k(t_{n-1}) = 0\}$.

1.4. Математический аппарат дифференциальной передачи ФМ сигналов

Теоретической основой всех вариантов дифференциальных методов передачи ФМ сигналов остаются положения раздела дискретной математики «Исчисление конечных разностей», изложенные в фундаментальной монографии [8]. Рассмотрим последовательность значений передаваемых по каналу (1) сигналов – функций времени

$$s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_{n-1}), s(t_n). \quad (9)$$

Конечная разность первого порядка определяется соотношением

$$\Delta_n^1 s = s(t_n) - s(t_{n-1}). \quad (10)$$

Здесь верхний индекс знака разности Δ указывает номер порядка конечной разности, нижний индекс – номер разности, соответствующий ее положению во времени.

В передаваемой по каналу последовательности сигналов (9) для любого момента времени t_n всегда можно указать пару сигналов $\{s(t_{n-1}), s(t_n)\}$. При фазовой модуляции каждой такой паре соответствует пара передаваемых фаз $\{\varphi(t_{n-1}), \varphi(t_n)\}$. Каждой паре фаз соответствует разность фаз первого порядка

$$\Delta_n^1 \varphi = [\varphi(t_n) - \varphi(t_{n-1})]. \quad (11)$$

В таком случае передаваемой последовательности сигналов вида (9) соответствует последовательность первых разностей фаз:

$$s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_{n-1}), s(t_n) \\ \dots \Delta_1^1 \varphi, \Delta_2^1 \varphi, \dots, \Delta_{n-1}^1 \varphi, \Delta_n^1 \varphi, \dots \quad (12)$$

Сопоставляя выражения (11) и (8), отмечаем, что с точностью до постоянного множителя автокорреляционный алгоритм позволяет вычислять первые разности фаз, входящие в последовательности разностей (12).

Из правила дифференциального кодирования (6) вытекает обратное *правило дифференциального декодирования (демодуляции)*. Передаваемый информационный символ u_n определяется разностью фаз

$$u_n = \frac{1}{\Delta \varphi} (\varphi_n - \varphi_{n-1}) = C \Delta_n^1 \varphi. \quad (13)$$

Здесь постоянный множитель C зависит от индекса ФМ и постоянного множителя в результате на выходе автокоррелятора (8). Таким образом, задача оптимальной демодуляции ДФМ сигнала заключается в максимально правдоподобной оценке передаваемого символа u_n по первой разности фаз (13).

2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ КОДЕР И ДЕКОДЕР ПО АЛГОРИТМУ ВИТЕРБИ

2.1. Дифференциальный кодер. Обычный дифференциальный кодер работает по стандартному правилу дифференциального кодирования (6), которое допускает вычисление в демодуляторе первой разности фаз (13). Для реализации многосимвольного декодирования в дифференциальный кодер фаз необходимо ввести *дополнительную память*. К структуре такого кодера нетрудно перейти от структуры стандартного свёрточного кодера, детально описанной в монографии [6, разд. 3.2]. Используем многочленные представления:

– Кодированная информационная последовательность на входе кодера $u(D) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i D^i$;

– Скорость кода $R = \frac{k}{n}$ определяется отношением числа входов (k) к числу выходов кодера (n). При $k = 1$ и $n = 1$ (один вход и один выход кодера) скорость кода $R = 1$ и многочлен кодера *безызыточного кода* имеет вид (K –длина кодирующего регистра)

$$g_1^{(1)}(D) = g^{(0)} D^0 + g^{(1)} D^1 + g^{(2)} D^2 + g^{(3)} D^3 + \dots + g^{(K)} D^K. \quad (14)$$

Здесь $g^{(k)}$ – коэффициент порождающего многочлена, определяющий связи входа k -го элемента задержки регистра памяти с выходом кодера.

С учетом дифференциального кодирования результирующий порождающий многочлен будет иметь вид

$$G_{дк}(D) = \frac{1}{1+D} [g^{(0)} D^0 + g^{(1)} D^1 + g^{(2)} D^2 + g^{(3)} D^3 + \dots + g^{(K)} D^K]. \quad (15)$$

Здесь множитель в виде дроби представляет собою многочленное представление передаточной функции стандартного дифференциального кодера, реализующего алгоритм (6) (см [7, форм. (6.8)]).

Алгоритм дифференциального кодирования с многочленом (15) будет

$$v(D) = u(D) G_{дк}(D). \quad (16)$$

Структура кодера с порождающим многочленом (15) представлена на рис. 2. Кодер содержит K элементов задержки и является типичным примером структуры конечного авто-

мата. Кроме того, кодер есть пример рекурсивного свёрточного кодера (обратная связь определяется обратной связью в структуре дифференциального кодера).

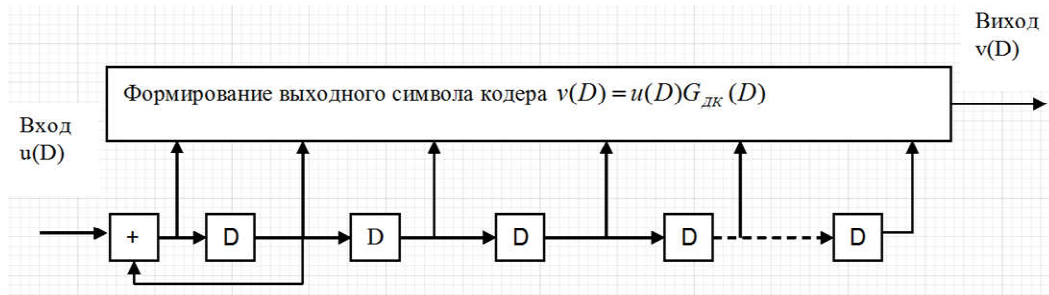


Рисунок 2 – Структура кодера з порождаючим многочленом (16)

Работа каждого конечного автомата характеризуется диаграммой состояний и решетчатой диаграммой (*решёткой*) [6, разд. 3.2]. Пример решетчатой диаграммы короткого кода приведен на рис. 3.

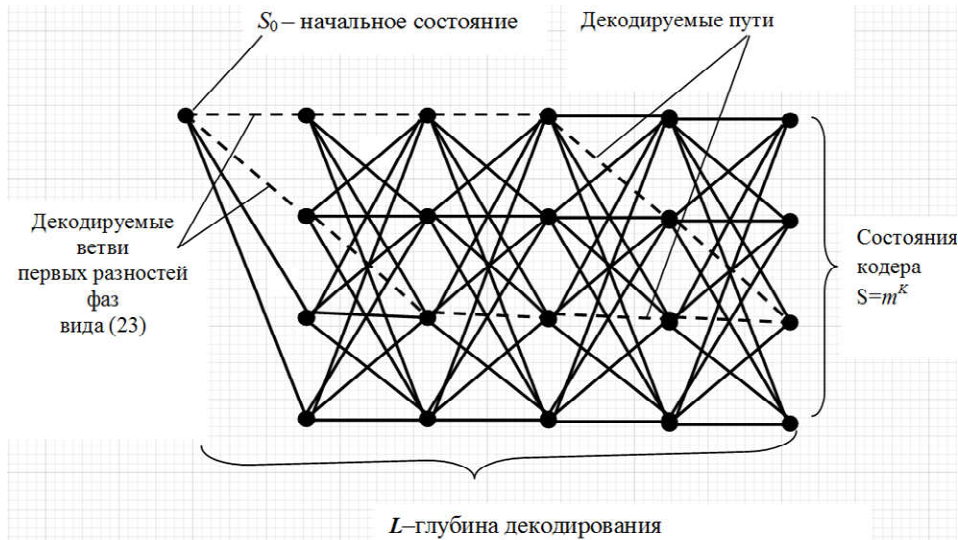


Рисунок 3– Решетчатая диаграмма короткого кода ($m = 2, K = 2, S = 4$)

Диаграмма дает представление о множестве кодовых последовательностей свёрточного кода и состоит из *состояний* кодера (отмечены точками) и переходов между ними (*ветвей*), отмеченных линиями, соединяющими состояния. Под состоянием кодера понимают набор кодируемых данных на входах элементов задержки кодирующего регистра кодера. Полное число состояний решетчатой диаграммы кодера, определяющее сложность реализации декодера Витерби, равно количеству различных вариантов состояний автомата $S = m^K$. Здесь m – основание алфавита кодируемых символов, K – длина кодирующего регистра (на рис.2 $K = 5$). Глубина декодирования L определяет число шагов вычислительного процесса алгоритма Витерби, подробно описанного в монографии [6, разд. 3.6]. Безызбыточный кодер с многочленом (15) преобразуем в дифференциальный кодер с памятью, пригодный для решения поставленной задачи анализа многосимвольного декодирования. Для этого достаточно в порождающем многочлене (15) положить коэффициенты: $g^{(0)} = 1$ и все остальные коэффициенты приравнять к нулю $\{g^{(1)} \dots g^{(K)}\} = 0$. В итоге получим желаемую структуру дифференциального кодера с памятью (см. рис. 4).

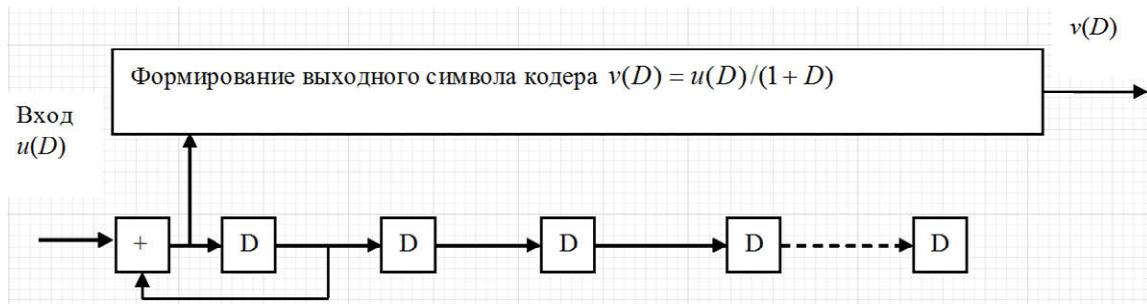


Рисунок 4 – Структура дифференциального кодера с расширенным числом состояний

Поскольку, как отмечено выше, коэффициенты порождающего многочлена $g^{(0)} = 1$ и $\{g^{(1)} \dots g^{(K)}\} = 0$, дифференциальное кодирование таким кодером производится по правилу: выходной символ, поступающий на ФМ модулятор равен

$$v(D) = u(D)/(1 + D). \quad (17)$$

Состояние такого кодера определяется набором кодируемых символов на входах элементов задержки. Благодаря добавлению *дополнительных элементов задержки* к выходу стандартного дифференциального кодера такой кодер можно называть как *дифференциальный кодер с расширенным числом состояний* (расширенный дифференциальный кодер (РДК)). Как будет показано далее, увеличение количества состояний улучшает характеристики многосимвольного декодирования декодером, реализующим алгоритм Витерби. После дифференциального кодирования символы $v(D)$ с выхода РДК поступают на ФМ модулятор. Таким образом, в соответствии с правилами дифференциального кодирования (6) формируются значения фаз сигналов, входящих в пару сигналов (5). Решетка представленного выше РДК имеет следующие особенности. Общее количество состояний решетки $S = m^K$. Пусть на произвольном такте с номером n в регистре кодера (рис.4) хранится последовательность кодируемых символов

$$\bar{u} = (u_n, u_{n-1}, u_{n-2}, u_{n-3}, \dots, u_{n-K}), \quad (18)$$

которые, по определению, представляют *состояния* РДК на такте номером n

$$\bar{s}_n = \bar{u} = (u_n, u_{n-1}, u_{n-2}, u_{n-3}, \dots, u_{n-K}). \quad (19)$$

Последовательность кодируемых символов(18) и вектор «расширенных» состояний (19) содержат «основной» передаваемый символ u_n и набор символов $[u_{n-1}, u_{n-2}, u_{n-3}, \dots, u_{n-K}]$, передача которых *предшествует* передаче основного символа. В соответствии с алгоритмом дифференциального кодирования (17) на выходе РДК формируется последовательность кодовых символов (*ветвь* РДК)

$$\bar{v} = (v_n, v_{n-1}, v_{n-2}, v_{n-3}, \dots, v_{n-K}), \quad (20)$$

которая в фазовом модуляторе преобразуется в последовательность передаваемых сигналов

$$\bar{s} = (s_n, s_{n-1}, s_{n-2}, s_{n-3}, \dots, s_{n-K}), \quad (21)$$

В этой последовательности всегда найдется упоминаемая выше пара в составе данного и предшествующего сигналов (например, в последовательности (21) имеются пары (s_n, s_{n-1}) , (s_{n-1}, s_{n-2}) , и т.д. Для каждой такой пары автокорреляционный демодулятор в соответствии с выражениями (8) и (13) позволяет определить первые разности фаз, которые образуют последовательность разностей

$$\bar{\Delta}^1 = (\Delta^1_n, \Delta^1_{n-1}, \Delta^1_{n-2}, \Delta^1_{n-3}, \dots, \Delta^1_{n-K}), \quad (22)$$

С выхода канала принимаемый сигнал поступает на автокоррелятор, в котором, как показано выше, вычисляются первые разности фаз сигналов и подавляется вносимая каналом фазовая помеха. При декодировании по алгоритму Витерби в блоке *ветвевой синхронизации* декодера вырабатывается сигнал ветвевой синхронизации [6, разд.3.6], в соответствии с которым принимаемая последовательность сигналов разбивается на ветви вида (22) и определяются местоположения состояний (узлов) решетки (см. рис.3). В декодере Витерби *хранится полная структура кодовой решетки* при обработке последовательностей сигналов дифференциальной ФМ, принимаемых на фоне шумов канала с вынесением решений по критерию максимального правдоподобия. С этой целью на каждом шаге декодирования производится *динамический перебор* апостериорных вероятностей конкурирующих путей и *выбор наиболее правдоподобного пути*. Примеры таких декодируемых путей показаны пунктиром на рис. 3. Сравнимые пути начинаются в одном из состояний на решетке (например, как показано на рис. 3 в начальном состоянии S_0) и заканчиваются через L шагов. Поскольку последовательности кодовых символов (*ветвей* РДК) (20) и последовательности передаваемых сигналов (21), а также последовательности первых разностей (22) однозначно связаны приведенными ранее соотношениями, можно утверждать, что решетчатая диаграмма РДК имеет следующий вид:

- 1) Состояния решетки РДК(20) определяются набором входных кодируемых символов вида(19);
- 2) Общее количество состояний равно $S = m^K$;
- 3) Переходы между состояниями (ветви) определяются:
 - а) последовательностями кодовых символов (20);
 - б) последовательностями передаваемых сигналов (21);
 - в) последовательностями первых разностей (22).

Иными словами, *решетки* по пп.(а, б и в) *структурно подобны* (изоморфны).

Особенность обсуждаемого процесса декодирования последовательностей РДК состоит в следующем. Если в случае декодирования «стандартного» свёрточного кода (см., например, рис. 3.6 из монографии [6]) декодируемый символ определялся как *первый символ на декодированном пути*, то в рассматриваемом случае декодирования по решетке РДК, составленной из ветвей разностей (по варианту в) *в начале декодированного пути находится «ветвь»* первых разностей (22), как это показано на рис. 3. Т.е. декодером выносится решение о *декодировании ветви «в целом»* (22) в которой *на первом месте содержится первая разность Δ_n^1* . Далее в соответствии с (13) определяется передаваемый информационный символ

$$u_n = C\Delta_n^1\varphi, \quad (23)$$

2.2. Дистанционные свойства РДК. В теории сверточных кодов помехоустойчивость декодирования по алгоритму Витерби определяется на основе анализа дистанционных свойств кодовых последовательностей. При этом важную роль играет *минимальное расстояние* (в выбранной метрике) d_{\min} между конкурирующими последовательностями кодированных сигналов, образующих множество сигналов в составе решетки кода. При определении минимального расстояния используют *свойство инвариантности* кодовых последовательностей [6, разд. 3.5]. Алгоритм дифференциального кодирования (17) является линейным алгоритмом. Т.е. код РДК *относится к классу линейных кодов*. Для линейных инвариантных кодов минимальное расстояние (в выбранной метрике) равно *минимальному весу w_{\min}* в той же метрике. Рассмотрим первоначально дистанционные свойства простейшего двоичного дифференциального кодера, входящего в состав РДК. Схема кодера для кодирования двоичных данных (сумматор выполняет сложение по модулю 2) и его диаграмма состояний приведены на рис. 5. Правила построения диаграмм состояний даны в [6, разд. 3.2]. На диаграмме в

кружках показаны значения состояний s . Около стрелок (петель) указаны значения входных символов u , которые вызывают соответствующие переходы. Видно, что при поступлении на вход кодера кодируемой последовательности в виде $u = \dots 0010\dots$ последовательность выходных символов (и состояний) будет $v = s = 0011$. Т. е. вес Хэмминга выходной последовательности равен $w_h = 2$.

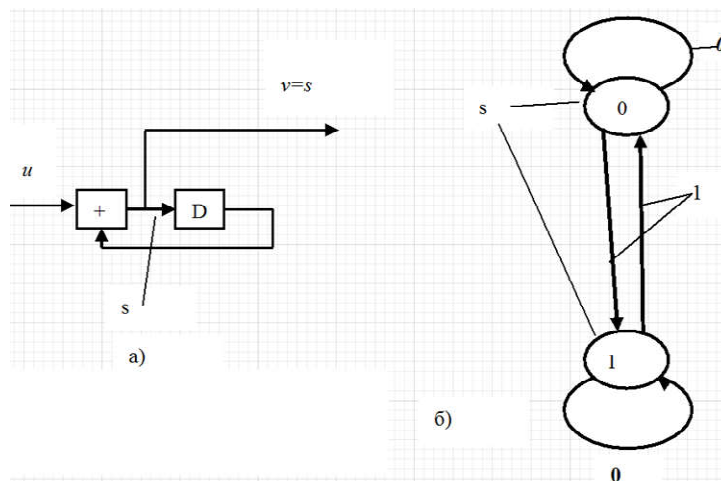


Рисунок 5 – Дифференциальный кодер (а), диаграмма состояний кодера (б)

Отмеченный выше в п. 2.1 изоморфизм решетчатых диаграмм по пп. 3а и 3б позволяет определять дистанционные свойства последовательностей сигналов на выходе модулятора ФМ при подаче на его вход кодовых последовательностей с выхода РДК. Иными словами, дистанционные свойства расширенного дифференциального кода непосредственно определяют дистанционные свойства сигнальных последовательностей, поскольку в соответствии с правилом дифференциального кодирования (модуляции) (б) каждое приращение фазы сигнала определяется значением символа на выходе РДК. При оценке дистанционных свойств сверточных кодов используют понятие *свободного расстояния* d_f [6, разд. 3.3], равное минимальному расстоянию между двумя произвольными полубесконечными кодовыми последовательностями, отличающимися в первой ветви. В процессе декодирования при вынесении решения о выборе *выжившей последовательности* сигналов свободное расстояние играет решающую роль. Ориентируясь на структуру решетки (рис. 3) можно дать нижнюю оценку свободного расстояния кода РДК. Фрагмент решетки из рис. 3 показан на рис. 6.

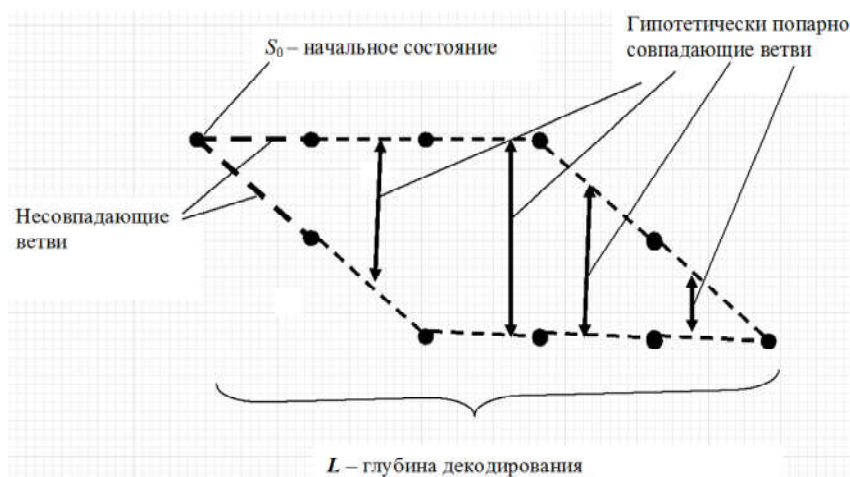


Рисунок 6 – К оценке нижней границы свободного расстояния кода

Пунктиром отмечены составленные из ветвей декодируемые пути, между которыми следует определить минимальное расстояние. Жирным пунктиром отмечены начальные несовпадающие ветви, которыми различаются эти пути. При переборе всех возможных вариантов путей может наступить гипотетическая ситуация, когда отмеченные тонким пунктиром ветви могут оказаться *попарно равными*, как показано на рис. 6. При этом *итоговое расстояние* между путями будет определяться расстоянием \hat{D} между несовпадающим ветвями (показаны жирным пунктиром). Невыполнение условия попарного равенства ветвей приведет только к возрастанию расстояния. Отсюда следует, что расстояние \hat{D} между начальными несовпадающими ветвями путей является *нижней границей свободного расстояния кода* РГК

$$\hat{D} \leq D_f, \quad (24)$$

Отсюда вытекает необходимость исследования дистанционных свойств ветвей РГК вида (20). Методом имитационного моделирования определена зависимость среднего веса Хэмминга w_H ветви двоичного РДК от длины ветви N (рис. 7).

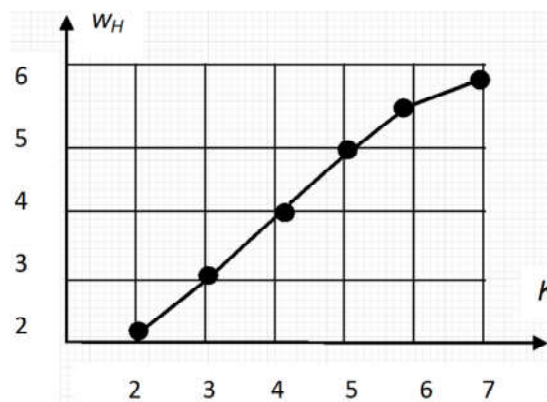


Рисунок 7 – Зависимость среднего веса Хэмминга w_H от длины ветви K

Можно также определить *нижнюю границу веса Хэмминга ветви* на выходе кодера РДК \hat{w}_H . Определим величину \hat{w}_H для ветвей длиной K символов. В соответствии с правилом кодирования (17) определим отклик кодера–ветвь

$$v(D) = u(D)G_{РДК}(D), \quad (25)$$

как реакцию РДК с коэффициентом передачи (в виде полубесконечной последовательности)

$$G_{РДК}(D) = \frac{1}{1+D} = 1 + D + D^2 + \dots + D^i + \dots, i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

при воздействии на входе последовательности информационных символов

$$u(D) = u_1 D + u_2 D^2 + u_3 D^3 + u_4 D^4 + u_5 D^5 + \dots + u_{K-1} D^{K-1} + u_K D^K. \quad (27)$$

Перемножая (27) и (26) в соответствии с (25), обозначив сумму ряда коэффициентов входной последовательности как

$$\bar{U}_{(2..K)} = u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{K-1} + u_K. \quad (28)$$

и подсчитывая суммы коэффициентов (по модулю 2) при членах результирующего степенного ряда с одинаковыми степенями получим

$$v(D) = (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^0 + (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^1 + (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^2 + (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^3 + (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^4 + \dots \\ \dots + (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^{K-1} + (u_1 + \bar{U}_{(2..K)})D^K. \quad (29)$$

Видно, что вес Хемминга ветви(29) зависит от значений кодируемых символов в (28), т.е. от их суммы $(u_1 + \bar{U}_{(2..K)})$. Положим, что первый символ в этой сумме равен $u_1 = 1$. Если сумма коэффициентов $\bar{U}_{(2..K)} = 1$, то $(u_1 + \bar{U}_{(2..K)}) = 0$ и вес Хэмминга ветви (29) на выходе РДК равен нулю ($w_H = 0$), что и соответствует тривиальному случаю (ноль всегда есть нижняя оценка любого числа). Минимум веса получаем при $\bar{U}_{(2..K)} = 0$. При этом вес будет $w_{H,\min} = K$. Эта величина и определяет нижнюю границу веса ветви

$$\hat{w}_{H,\min} = K. \quad (30)$$

Таким образом, на основании (24) и (30) получаем *нижнюю оценку* свободного расстояния дифференциального кода на выходе РДК

$$K \leq D_f. \quad (31)$$

Нетрудно установить, что значения нижней оценки по этой формуле вполне соответствуют найденным моделированием значениям среднего веса ветви РДК (рис.7) для различных длин ветви K . Проведенный анализ позволяет дать объяснение, казалось бы, противоречивому факту: «Почему свободное расстояние безызбыточного кода возрастает, тогда, как известно, что для увеличения свободного расстояния корректирующих кодов вводят избыточность (вводят помимо информационных символов дополнительные символы, что снижает скорость передачи)?». Для ответа на этот вопрос следует воспользоваться диаграммой состояний из рис.5б: дифференциальный кодер в процессе преобразования информационных символов u в кодовые символы v *увеличивает вес* кодовой последовательности: каждый блок на входе кодера $u = 10$ преобразует в блок на выходе кодера $v=11$, увеличивая вес, и т.д. ($u = 100 \rightarrow v = 111$; $u = 1000 \rightarrow v = 1111$). Иными словами, в потоке кодируемых символов дифференциальный кодер на месте каждого символа «0», следующего за символом «1», кодер также проставляет символ «1», *увеличивая* вес. Можно предположить, что многоопытный М. Simon обнаружил эту особенность дифференциального кодирования, но предпочел опубликовать статью[1] без изложения подробностей. По известной величине свободного расстояния можно определить оценку энергетического выигрыша от кодирования. При выборе индекса модуляции ФМ $\Delta\varphi = \pi$ величина выигрыша по сравнению с когерентной некодированной ФМ-2 определяется [6] как $\Theta = 10 \lg R d_f$ (дБ). Подставляя $R = 1$ и нижнюю оценку (31) получаем нижнюю оценку энергетического выигрыша в виде

$$10 \lg K (\partial B) \leq \Theta. \quad (32)$$

Здесь уместно напомнить, что в аннотации к основополагающей статье[1] автор метода многосимвольного дифференциального детектирования MSDD М. Simon отмечает, что этот метод позволяет заполнить *разрыв* (gap) между характеристиками помехоустойчивости некогерентного и когерентного детектирования сигналов ДФМ (обычно достигающий величины 3дБ). Подсчет по формуле (32) показывает, что при выборе длины памяти РДК $K = 5$ энергетический выигрыш оказывается большим 7 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В статье обсуждаются возможности применения нового метода многосимвольного детектирования сигналов дифференциальной ФМ.
2. Отмечена целесообразность применения простого в реализации алгоритма Витерби для оптимальной обработки сигналов.
3. Разработан метод многосимвольного детектирования дифференциально модулированных ФМ сигналов с использованием алгоритма Витерби.
4. Дана оценка дистанционных свойств последовательностей на выходе дифференциального кодера и, на этой основе, величины энергетического выигрыша декодирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Divsalar. Multiple-Symbol Differential Detection of MPSK / D. Divsalar, M.K. Simon // IEEE Transactions on communications, VOL. 38, NO.3, March 1990 – с. 300-308
2. M.K. Simon. Digital communication over fading channels / M.K. Simon, M.S. Aloiuni // John Wiley&Sons. NY. – 2000. – 550 p.
3. B. Bhukania. Multiple-Symbol Detection of Differential Unitary Space-Time Modulation in Fast-Fading Channels with Known Correlation // B. Bhukania, P. Schniter // Conference on Information Sciences and Systems, Princeton University, March 20–22, 2002, p.103-108
4. L. Lampe. Multiple-Symbol Differential Sphere Decoding / L. Lampe, R. Schober, V. Pauli, C. Windpassinger // IEEE Transactions on Communications, VOL. 53, NO. 12, December 2005. – С. 1981-1985
5. Банкет В.Л. Дискретная математика в задачах теории цифровой связи: учебн. пособие. – Одесса: ОНАС, 2008.–118 с.
6. Банкет В.Л. Сигнально-кодовые конструкции в телекоммуникационных системах / Банкет В.Л. – Одесса: Феникс, 2009. – 180 с.
7. Банкет В.Л. Методы передачи информации в системах беспроводного доступа к телекоммуникационным сетям нового поколения: учеб. пособие. / Банкет В.Л. . – Одесса: ОНАС им. А.С. Попова, 2013. – 148 с.
8. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей / Гельфонд А.О. . – М.: Гостехиздат, 1952. – 156с.
9. Biglieri E. Fading Channels: Information-Theoretics and Communications Aspects / Biglieri E., Proakis J., Shamai S. // IEEE Transactions on Information Theory Vol.44, No.6, October, 1998. – P. 2619-2692.
10. Document IEEE 802.16a-03/01. Channel models for Fixed Wireless Applications. Adopted 06-27-3003.
11. Банкет В.Л. Статистические характеристики замираний сигналов в каналах систем беспроводного доступа / В.Л. Банкет, Ю.Н. Тотмина. // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2012. – № 1. – С. 33-36.

REFERENCES

1. Divsalar, D., and M.K. Simon. "Multiple-symbol Differential Detection of MPSK." IEEE Transactions on Communications 38.3 (1990): 300-08.
2. Simon, Marvin Kenneth, and Mohamed Alouini. Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis. New York: John Wiley & Sons, 2000. 550.
3. Bhukania, B., and P. Schniter. "Multiple-Symbol Detection of Differential Unitary Space-Time Modulation in Fast-Fading Channels with Known Correlation." Conference on Information Sciences and Systems (2002): 103-08.
4. Lampe, L., R. Schober, V. Pauli, and C. Windpassinger. "Multiple-Symbol Differential Sphere Decoding." IEEE Transactions on Communications 53.12 (2005): 1981-985.
5. Banket, V.L. Discrete Mathematics in the Theory of Digital Communication. Odesa: ONAT n.a. A.S. Popov, 2008. 118.
6. Banket, V.L. Signal-code Construction in Telecommunication Systems. Odesa: Phoenix, 2009. 180.
7. Banket, V.L. Methods of Information Transmission in Wireless Access Systems to the New Generation Telecommunications Networks. Odesa: ONAT n.a. A.S. Popov, 2013. 148.
8. Gelfond, A.O. Calculus of Finite Differences. Moscow: Gostehizdat, 1952. 156.
9. Biglieri, E., J. Proakis, and S. Shamai. "Fading Channels: Information-Theoretics and Communications Aspects." IEEE Transactions on Information Theory 44.6 (1998): 2619-692.
10. Document IEEE 802.16a-03/01. Channel models for Fixed Wireless Applications. Adopted 06-27-3003.
11. Banket, V.L., and J.H. Totmina. "Statistical Characteristics of Signal Fading in Wireless System Channels." Scientific Works of ONAT N.a. A.S. Popov 1 (2012): 33-36.