

Забронець І.П., Ярошевич М.П.  
Луцький національний технічний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВІБРОМАШИН З ІНЕРЦІЙНИМИ ЗБУДНИКАМИ ТА РІЗНИМИ МОДЕЛЯМИ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Наведено результати чисельного моделювання процесу розбігу і усталеного руху вібраційної машини для різних моделей асинхронного електродвигуна.

**Ключові слова:** вібраційна машина, дебалансний привод, моделювання, спрощена динамічна характеристика двигуна, А-модель асинхронної машини.

**Постановка проблеми.** Електродвигуни реальних вібраційних машин мають обмежену потужність і відносяться до „неідеальних” джерел енергії. Отже, може проявлятися взаємодія коливальних рухів тримкого тіла й обертового руху ротора електродвигуна. Машинні агрегати з електроприводом слід розглядати як електромеханічні системи – під час дослідження їх динаміки сумісно розв’язувати рівняння руху механічної частини системи та пов’язані з ними рівняння електричної частини. Однак через складність математичних моделей електродвигунів, а також проблеми з визначенням їх коефіцієнтів переважно використовують статичну характеристику двигунів [1-5]. Навіть для дослідження перехідних режимів зазвичай нехтують електромагнітними перехідними процесами й використовують статичну характеристику. Більш того, частіше за все використовується її лінійна модель. Водночас, у деяких роботах, наприклад, у [6-8], для дослідження нестационарних процесів і навіть усталеного режиму руху, враховуючи коливальний характер навантаження у вібромашинах, рекомендують звертатися до динамічних моделей двигунів.

**Аналіз останніх досліджень.** Детальні аналітичні дослідження динаміки коливальних систем з інерційним приводом та двигуном обмеженої потужності наводяться в роботах [1, 9]. У роботах [3, 5, 8] наведено результати розбігу інерційного вібратора, встановленого на пружно закріпленому робочому органі, з урахуванням взаємного впливу асинхронного двигуна та механічної коливальної системи. У [10] зроблено порівняльний аналіз динамічних процесів у вібраційних машинах з дебалансним збудником, що приводиться в обертання від асинхронного двигуна з використанням статичної та спрощеної динамічної характеристик.

**Метою роботи** є порівняльний аналіз динаміки вібраційної машини з дебалансним приводом для випадків використання різних динамічних моделей електродвигуна асинхронного типу.

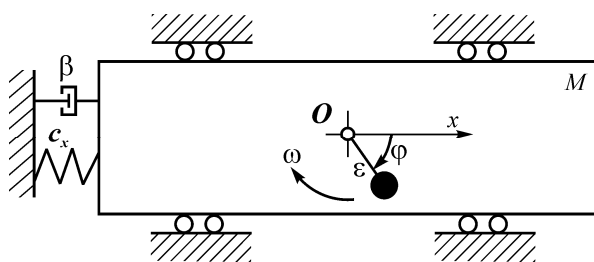


Рисунок 1. Схема коливальної системи

**Опис системи та рівняння руху.** Багато вібраційних машин та пристроїв можуть бути ідеалізовані у вигляді одномасової системи, коливання якої збуджуються механічними дебалансними віброзбудниками. Тримке тверде тіло (віброуючий робочий орган) з'єднане з нерухомою основою за допомогою пружних та демпфуючих елементів і може зміщуватися вздовж деякого фіксованого напрямку  $Ox$  (рис. 1). На тримкому тілі встановлено дебалансний збудник, що приводиться в рух від трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором.

Узагальненими координатами розглядуваної системи є кут повороту ротора віброзбудника  $\varphi$  та горизонтальне зміщення тримкого тіла  $x$ . Рух механічної частини коливальної системи описується рівняннями

$$I\ddot{\varphi} = L(t) - R(\dot{\varphi}) + m\varepsilon(\dot{x}\sin\varphi + g\cos\varphi),$$

$$M\ddot{x} + \beta_x\dot{x} + c_x x = m\varepsilon(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi), \quad (1)$$

де  $I$  – сумарний момент інерції ротора збудника щодо осі обертання;  $m, \varepsilon$  – відповідно, маса збудника та його ексцентриситет;  $M$  – сумарна маса тримкого тіла;  $\beta_x$  – коефіцієнт демпфування;  $c_x$  – поздовжня жорсткість пружини;  $L(t), R(\dot{\varphi})$  – відповідно, електромагнітний обертальний момент двигуна та момент сил опору обертанню.

Для врахування дії моменту електродвигуна використовувалася *по-перше*, спрощена динамічна характеристика двигуна, яка одержана за припущення, яке полягає у нехтуванні активним опором статора у порівнянні з активним опором ротора; розбіжність розрахункових і експериментальних моментів у цьому випадку складає не більше 10% [8]. Обертальний момент асинхронного двигуна цієї моделі описується диференціальним рівнянням

$$T_D^2 \xi \ddot{L} + T_D \xi \left( 2 - \frac{T_D}{s} \dot{s} \right) \dot{L} + \left( 1 - \frac{T_D \xi}{s} \dot{s} \right) L(t) = 2\xi L_{\max} s_e, \quad (2)$$

де  $T_D = \frac{1}{100\pi s_{kp}}$  – електромагнітна стала часу;  $\xi = \frac{1}{1 + s_e}$ ;  $s_e, s, s_{kp}$  – відносне, поточне, критичне ковзання, відповідно;  $L_{\max}$  – максимальний момент двигуна.

*По-друге*, для точнішого врахування динаміки привода вібраційної машини використовувалася, так звана, А-модель асинхронної машини у косокутних координатах струмів [11]. Електромагнітні явища в двигуні описуються системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{di_{SA}}{dt} &= \alpha_1(u_{SA} - R_S i_{SA}) + \alpha_2 \left( \frac{\omega_R}{\sqrt{3}} (\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB}) + R_R i_{RA} \right); \\ \frac{di_{SB}}{dt} &= \alpha_1(u_{SB} - R_S i_{SB}) - \alpha_2 \left( \frac{\omega_R}{\sqrt{3}} (2\Psi_{RA} + \Psi_{RB}) - R_R i_{RB} \right); \\ \frac{di_{RA}}{dt} &= -\alpha_2(u_{SA} - R_S i_{SA}) - \alpha_3 \left( \frac{\omega_R}{\sqrt{3}} (\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB}) + R_R i_{RA} \right); \\ \frac{di_{RB}}{dt} &= -\alpha_2(u_{SB} - R_S i_{SB}) + \alpha_3 \left( \frac{\omega_R}{\sqrt{3}} (2\Psi_{RA} + \Psi_{RB}) - R_R i_{RB} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $i_{RA}, i_{SB}, i_{RB}, i_{SA}$  – проекції струмів статора та ротора на координатні осі;  $\alpha_1 = \alpha_S - \frac{\alpha_S^2}{\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m}$ ;

$\alpha_2 = \frac{\alpha_S \alpha_R}{\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m}$ ;  $\alpha_3 = \alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m}$ ;  $\alpha_S, \alpha_R$  – відповідно, обернені індуктивності розсіяння

обмоток статора та ротора;  $\Psi_{RA} = \frac{i_{SA} + i_{RA}}{\alpha_m} + \frac{i_{RA}}{\alpha_R}$ ;  $\Psi_{RB} = \frac{i_{SB} + i_{RB}}{\alpha_m} + \frac{i_{RB}}{\alpha_R}$  – повні потокозчеплення

обмоток ротора;  $R_S, R_R$  – резистивні опори обмоток статора і ротора. Електродвигун увімкнутий до мережі безмежної потужності з симетричною системою напруг:  $u_{SA} = 310,5 \sin(314t)$   
 $u_{SB} = 310,5 \sin(314t - 2\pi/3)$ .

Вираз для обчислення електромагнітного моменту двигуна має вигляд

$$L(t) = \sqrt{3} \cdot \frac{p_0}{\alpha_m} (i_{RA} i_{SB} - i_{RB} i_{SA}),$$

де  $p_0$  – число пар магнітних полюсів електродвигуна;  $\alpha_m$  – обернена основна індуктивність двигуна.

Момент сил опору обертанню ротора збудника зумовлюється, переважно, опором у підшипниках і визначається за формулою  $R_1(\dot{\phi}) = f^* m \varepsilon \dot{\phi}^2 d$ , де  $f^*$  – зведений коефіцієнт тертя в підшипнику;  $d$  – його внутрішній діаметр.

Моделювання процесу розбігу дебалансного віброзбудника зводиться до чисельного інтегрування рівнянь руху електромеханічної системи (1) та (2) або (1), (3) за допомогою програмного продукту Maple за таких значень параметрів механічної системи:  $M = 330 \text{ кг}$ ;  $m = 30 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon = 0,044 \text{ м}$ ;  $I = 0,086 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $c_x = 4,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ;  $f^* = 0,004$ ;  $d = 0,04 \text{ м}$ ;  $\beta_x = 1120 \text{ кг/с}$ . Параметри асинхронного двигуна 4А90Л4УЗ із синхронною частотою обертання  $n_c = 1500 \text{ об/хв}$  і номінальною потужністю  $N = 2,2 \text{ кВт}$ :  $R_s = 2,730 \text{ Ом}$ ,  $R_r = 4,268 \text{ Ом}$ , індуктивності статорного, роторного та кола намагнічування, відповідно:  $L_s = 0,010 \text{ Гн}$ ,  $L_r = 0,013 \text{ Гн}$ ,  $L_m = 0,3 \text{ Гн}$ .

Зазначимо, що однією з основних проблем при використанні А-моделі асинхронного двигуна є визначення її параметрів. Існуючі методики обрахунку параметрів на основі каталогових даних декларують похибку, не більшу за 15%. Однак, розбіжність між окремими з коефіцієнтів, які одержано за різними методиками сягає 20%. Позитивним є те, що при цьому якісна картина розбігу є однаковою.

При проведенні досліджень, параметри двигуна вираховувалися за кількома методиками, з поміж яких вибиралась та, згідно якої крива коливань електромагнітного моменту була найбільш близькою до статичної та спрощеної динамічної характеристик, котрі дають досить близький результат [10].

**Результати моделювання.** На рис. 3 подано криві кутової швидкості розгону ротора збудника до встановлення усталеного режиму руху. Як бачимо, якісна картина розбігу ротора збудника є однаковою для обох досліджуваних варіантів характеристик двигуна. Але у другому випадку пришвидшення розбігу є помітно більшим, а час входу швидкості обертання в усталений процес – дещо меншим, що пов'язано, перш за все, з різними величинами електромагнітного моменту двигуна в період пуску (рис. 3). Так, для другого типу динамічної моделі на початку розбігу ротора середнє значення електромагнітного моменту є більшим наближено на 15%, ніж для першого типу.

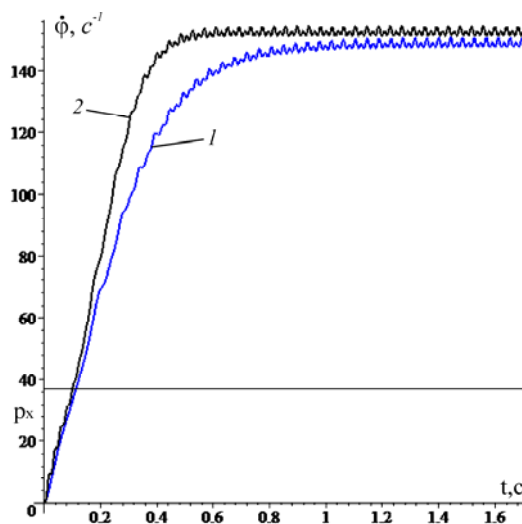


Рисунок 2. Часові залежності швидкості ротора для періоду розбігу: 1 – перша модель двигуна; 2 – друга модель двигуна

Зауважимо, якщо для першої моделі момент двигуна майже зразу після пуску досягає максимуму, а далі починає поступово зменшуватися, то для другої – зменшення моменту починається лише після досягнення кутовою швидкістю ротора критичного значення (на рис. 3 в момент часу  $t = 0,23 \text{ с}$ ). Як наслідок різниці моментів, більше пришвидшення розбігу є причиною менших резонансних амплітуд коливань тримкого тіла під час проходження зони резонансу (рис. 4). При цьому відмінність в максимальних амплітудах сягає майже 12%.

Зазначимо, що середнє значення електромагнітного моменту двигуна в початковий період розбігу для другої моделі є дещо більшим за довідникове значення пускового та максимального моментів для даного типорозміру електродвигуна.

Звернемо увагу, що на початку розбігу у другому досліджуваному випадку, мають місце інтенсивні коливання електромагнітного моменту (з частотою, близькою до частоти коливань напруги в мережі живлення), амплітуди яких є співрозмірними з величиною моменту двигуна у цей період часу. Проте коливання високої частоти  $f = 50 \text{ Гц}$  не викликають відчутних змін у низькочастотній механічній коливальній системі  $p_x = 5,88 \text{ Гц}$  (частота власних коливань системи) – в початковий період розгону ротора можна спостерігати лише досить незначні коливання кутової швидкості. Зі зростанням швидкості ротора, коливання електромагнітного моменту швидко згасають.

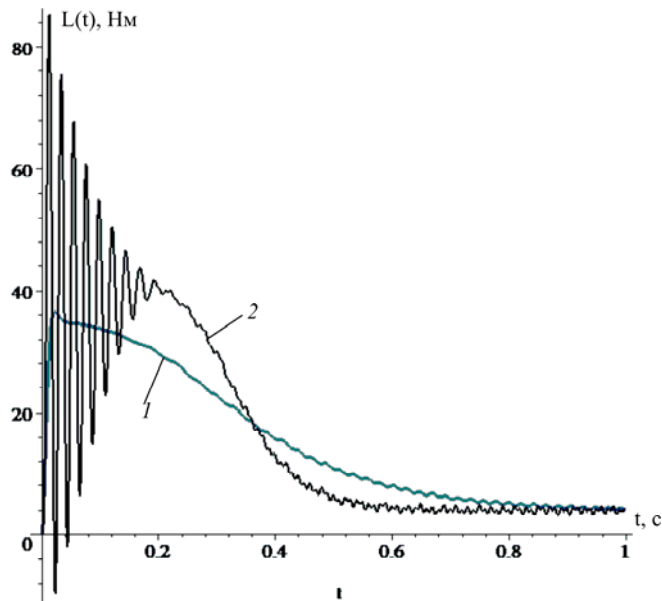


Рисунок 3. Часові залежності моменту двигуна: 1 – перша модель двигуна; 2 – друга модель двигуна

Слід зазначити, що в усталеному режимі руху різниця між параметрами, які приймають досліджувані величини є відносно незначною та знаходиться в межах 1% для амплітуд коливань тримкого тіла й 2,5% – для середньої кутової швидкості ротора збудника (рис. 5, 6).

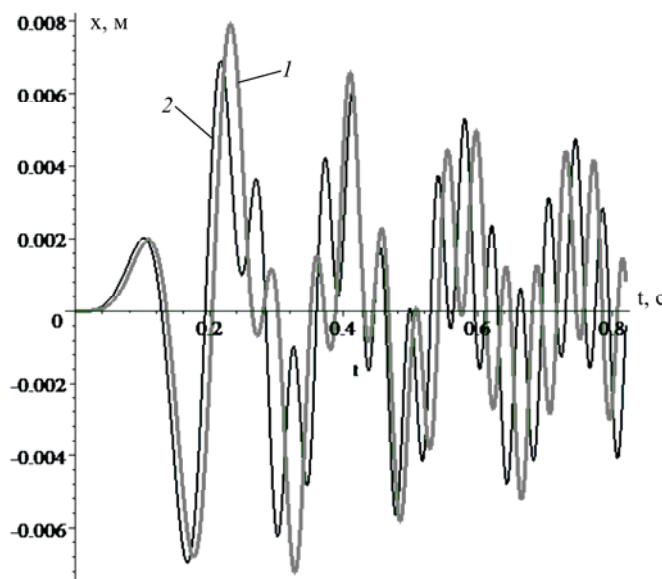


Рисунок 4. Часові залежності координати тримкого тіла: 1 – перша модель двигуна; 2 – друга модель двигуна

Проведено дослідження розгону ротора збудника в разі підвищення навантаження на електродвигун. Збільшенням статичних моментів віброзбудників змінено амплітуду усталених коливань тримкого тіла з 2,5 мм до 8 мм (що відповідає граничному навантаженню, за якого двигун першої моделі ще здатний розігнатися і вийти на зарезонансний режим обертання). Отримано аналогічні результати – має місце лише дещо більша розбіжність між значеннями досліджуваних параметрів.

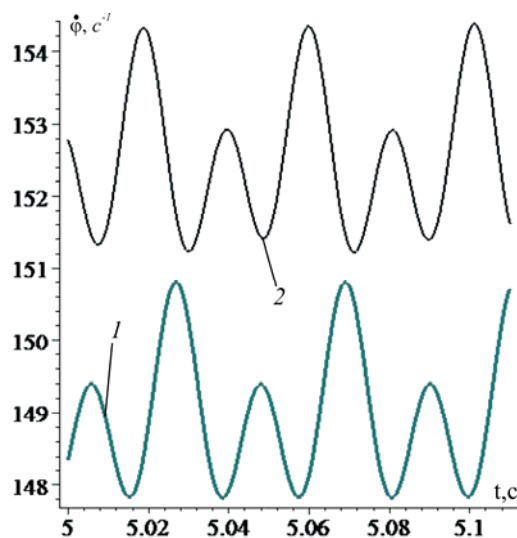


Рисунок 5. Часові залежності швидкості ротора для усталеного режиму:  
1 – перша модель двигуна;  
2 – друга модель двигуна

Зазначимо, збільшуючи навантаження лише на двигун другої моделі, можна досягти співпадання графічних залежностей швидкості ротора та координати переміщення тримкого тіла для обох моделей. При цьому підвищення навантаження становить лише 10%.

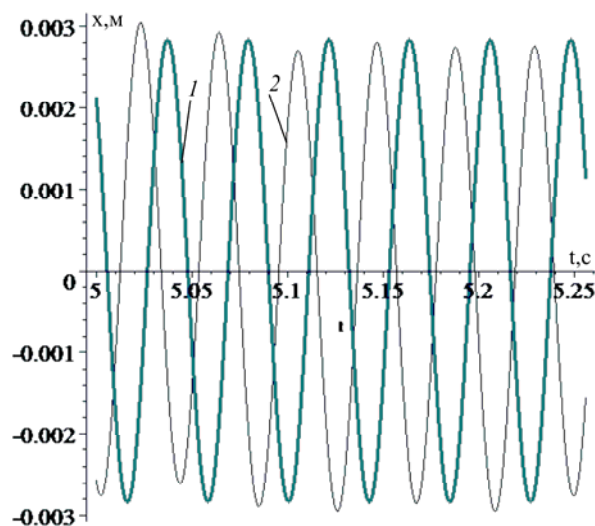


Рисунок 6. Часові залежності координати тримкого тіла для усталеного режиму:  
1 – перша модель двигуна; 2 – друга модель двигуна

**Висновки.** Наведені результати моделювання свідчать, що високочастотні коливання моменту двигуна, обумовлені електромагнітними перехідними процесами не істотно впливають на рух тримкого тіла, зокрема для розглядуваного класу вібраційних машини.

Порівнюючи одержані результати з використанням обох математичних моделей бачимо, що різниця між досліджуваними параметрами не перевищує 15%, що є цілком припустимим для інженерної практики. При цьому А-модель асинхронного електродвигуна у координатах струмів

є доцільнішою, оскільки за допомогою такої моделі реальніше відтворюється процес розбігу ротора збудника.

1. Кононенко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. – М.: Наука, 1964. – 324 с.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994. – 400 с.
3. Блехман И.И., Фрадков А.Л. и др. Управление мехатронными вибрационными установками / СПб.: Наука, 2001. – 278 с.
4. Румянцев С.А. Динамика переходных процессов и самосинхронизация движений вибрационных машин. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 134 с.
5. Гортинский В.В., Хвалов Б.Г. Об управления запуском колебательной системы с инерционным возбудителем. Механика машин. – М.: Наука, 1991. Вып. 58. С. 42-46.
6. Коловский М.З. Динамика машин. – Л.: Машиностроение. Л. 1989. – 263с.
7. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. М.: Наука, 1984. – 352 с.
8. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: монография-Харьков: НТУ «ХПИ», 2008.-456с.
9. Алифов Ф.Ф., Фролов К.В. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. – М.: Наука. 1985. – 328 с.
10. Blekhman I.I., Yaroshevich N.P. On Some Opportunities for Improving Vibration Machines with Self-Synchronization Inert Vibration Exciters. Journal of Machinery manufacture and reliability. 2013, Vol.42, №3, pp. 192-195.
11. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів: Вид у-ту „Львівська політехніка”, 1997. – 342 с.

## REFERENCES

1. Kononenko V.O. Kolebatelnyie sistemyi s ogranichennyim vobuzhdeniem. – М.: Nauka, 1964. – 324 s.
2. Blehman I.I. Vibratsionnaya mehanika. М.: Fizmatlit, 1994. – 400 s.
3. lehman I.I., Fradkov A.L. i dr. Upravlenie mehatronnyimi vibratsionnyimi ustanovkami / SPb.: Nauka, 2001. – 278 p.
4. Rumyantsev S.A. Dinamika perehodnyih protsessov i samosinhronizatsiya dvizheniy vibratsionnyih mashin. – Ekaterinburg: UrO RAN, 2003. – 134 p.
5. Gortinskiy V.V., Hvalov B.G. Ob upravleniya zapuskom kolebatelnoy sistemyi s inertsionnyim vobuditelem. Mehanika mashin. – М.: Nauka, 1991. Vyip. 58. pp. 42-46.
6. Kolovskiy M.Z. Dinamika mashin. – L.: Mashinostroenie. L. 1989. – 263 p.
7. Veyts V.L., Kolovskiy M.Z., Kochura A.E. Dinamika upravlyaemyih mashinnyih agregatov. М.: Nauka, 1984. – 352 s.
8. Shatohin V.M. Analiz i parametricheskiy sintez nelineynyih silovyih peredach mashin: monografiya-Harkov: NTU «HPI», 2008.-456 p.
9. Alifov F.F., Frolov K.V. Vzaimodeystvie nelineynyih kolebatelnyih sistem s istochnikami energii. – М.: Nauka. 1985. – 328 p.
10. Blekhman I.I., Yaroshevich N.P. On Some Opportunities for Improving Vibration Machines with Self-Synchronization Inert Vibration Exciters. Journal of Machinery manufacture and reliability. 2013, Vol.42, №3, pp. 192-195.
11. Chaban V. Y. Matematichne modelyuvannya elektromehanichnih protsesiv. – Lviv: Vid u-tu «Lvivska politehnika», 1997. – 342 p.

### **I. Zabrodets, M. Yaroshevych. Modeling of dynamic processes vibration, inertia pathogens and different models of induction motors.**

This paper presents the results of numerical modeling of vibration machine unbalanced vibro-exciter with asynchronous electric motor acceleration. The explanation of Sommerfelds effect is given.

### **Забродець І.П., Ярошевич Н.П. Моделирование динамических процессов вибромашина с инерционным возбудителя и различных моделей асинхронных двигателей.**

Наведены результаты численного моделирования процесса разбега и установившегося движения вибрационной машины для разных моделей асинхронного электродвигателя.

### **АВТОРИ:**

*ЗАБРОДЕЦЬ Іван Петрович*, аспірант кафедри обладнання лісового комплексу та теорії механізмів машин, Луцький національний технічний університет.

*ЯРОШЕВИЧ Микола Павлович*, д.т.н., професор, завідувач кафедри обладнання лісового комплексу та теорії механізмів машин, Луцький національний технічний університет; e-mail: [olktmm@lntu.edu.ua](mailto:olktmm@lntu.edu.ua)

### **АВТОРЫ:**

*ЗАБРОДЕЦЬ Иван Петрович*, аспирант кафедры оборудования лесного комплекса и теории механизмов машин, Луцкий национальный технический университет.

*ЯРОШЕВИЧ Николай Павлович*, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой оборудования лесного комплекса и теории механизмов машин, Луцкий национальный технический университет; e-mail: [olktmm@lntu.edu.ua](mailto:olktmm@lntu.edu.ua)

**AUTHORS:**

*Ivan ZABRODETS*, Postgraduate student of Department of Forest Complex Equipment and Theory of Machines Mechanisms, Lutsk National Technical University.

*Mykola YAROSHEVYCH*, Doctor of Science in Technology, Professor, Head of Department of Forest Complex Equipment and Theory of Machines Mechanisms, Lutsk National Technical University; e-mail: [olktmm@lntu.edu.ua](mailto:olktmm@lntu.edu.ua)

**РЕЦЕНЗЕНТ**

*ШВАБЮК В.І.*, д.т.н., професор кафедри технічної механіки, Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна.

**РЕЦЕНЗЕНТ**

*ШВАБЮК В.И.*, д.т.н., профессор кафедры технической механики, Луцкий национальный технический университет, Луцк, Украина.

**REVIEWER:**

*V. SHVABIUK*, Doctor of Science in Technology, Professor of Department of Technical Mechanics, Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine.

Стаття надійшла в редакцію 10.06.2014р.