

Пустьюльга С.І., Самчук В.П., Клак Ю.В.
Луцький національний технічний університет

СТИКУВАННЯ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНИХ ДІЛЯНОК КРИВОЛІНІЙНИХ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАДАНИМ ПОРЯДКОМ ГЛАДКОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ ОПЕРАЦІЙ НАД МАТРИЦЯМИ

У роботі проведені дослідження необхідних умов і вимог до алгоритмів стикування, із заданим порядком гладкості, дискретних моделей фрагментів криволінійних поверхонь за допомогою комплексів операцій над матрицями з певними властивостями. Розроблені алгоритми дозволяють будувати дискретні моделі достатньо складних просторових криволінійних об'єктів на рівномірних сітках із найпростішою програмною реалізацією на ЕОМ.

Ключові слова: дискретне геометричне моделювання, статико-геометричний метод, матриця, числа послідовність, дискретний аналог диференціальних характеристик.

геометричним моделюванням складних за формою поверхонь покриття, як правило, використовуються саме дискретні моделі, оскільки дискретна інформація є найбільш сприятливою, як для подальших розрахунків на міцність і розробки відповідної технології зведення покриттів, так і для ефективної роботи ЕОМ.

Серед відомих методів дискретного геометричного моделювання певний інтерес представляє методика формоутворення криволінійних образів довільної розмірності за допомогою апарату матричного числення [3,4,5,6]. Застосування у якості алгоритмів формоутворення, комплексів операцій над таблицями чисел з певними властивостями, у ряді випадків, дозволяє істотно спростити процеси отримання дискретних геометричних моделей складних об'єктів, що, в свою чергу, забезпечує скорочення термінів їх проектування. Однак, залишається актуальним питання дослідження можливостей, а також геометричних критеріїв умов стикування окремих фрагментів, побудованих таким способом моделей з наперед заданим порядком гладкості.

Аналіз останніх досліджень. Питанням дискретного формоутворення кривих ліній і поверхонь, локального коригування їх елементарних ділянок, з урахуванням різного роду вихідних умов (конструктивних, технологічних, функціональних чи естетичних) присвячено чимало робіт вчених Київської та Мелітопольської шкіл прикладної геометрії. Серед них, особливо слід виділити статико-геометричний метод проф. Ковальова С.М. [1], який і далі успішно розвивається ним та його учнями. Завдяки знайденому взаємозв'язку між системами скінченно-різницевих рівнянь статико-геометричного методу і рекурентними формулами числових послідовностей, розробленому алгоритму переходу від рекурентних формул до їх замкнутого виду, була знята певна проблема вищезгаданого методу, пов'язана із складанням та розв'язанням громіздких систем лінійних рівнянь [2].

Враховуючи, що скінченномірні числові послідовності довільної розмірності можна задавати не тільки рекурентними формулами або в замкнутому вигляді, але і таблицями чисел, в роботах [6,7] було запропоновано ряд алгоритмів дискретного формоутворення криволінійних поверхонь із заданими властивостями за допомогою комплексів операцій над матрицями різних розмірностей.

Відомі роботи, де за допомогою матричної алгебри вирішувалися питання апроксимації поверхонь елементами паркету із заданою геометрією, досліджувалися можливості врахування при моделюванні сіток заданих дискретних аналогів диференціальних характеристик окремих елементів, однак, практично відсутні дослідження можливостей та умов стикування окремих дискретних моделей фрагментів криволінійних поверхонь із заданим порядком гладкості.

Формулювання цілей роботи. Метою даної статті є дослідження необхідних умов і вимог до алгоритмів стикування, із заданим порядком гладкості, дискретних моделей фрагментів криволінійних поверхонь за допомогою комплексів операцій над матрицями з певними властивостями.

Основна частина. При дискретному моделюванні геометрично складних криволінійних поверхонь, за допомогою апарату матричного числення, можна побудувати будь-які залежності між вузлами фрагментів елементарних відсіків. Однак, коли мова йде про можливість їх стикування, основним завданням є врахування певних диференціальних вимог (дискретний аналог

порядку гладкості) при різних комбінаціях геометричних характеристик сумарної моделі поверхні. Однак, матричний підхід має одну вагому перевагу перед статико-геометричним методом моделювання - він не вимагає постійного складання і розв'язання громіздких систем лінійних рівнянь.

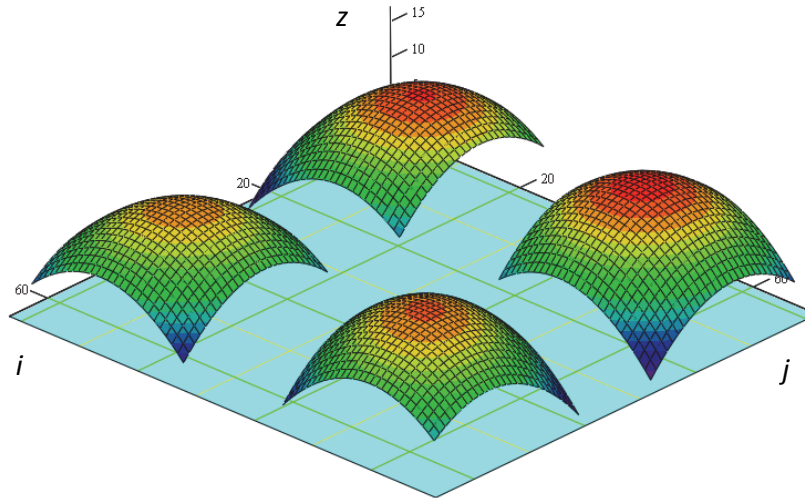


Рис. 1. Дискретні моделі елементарних відсіків криволінійних поверхонь

Нехай дискретні моделі 4-ох елементарних відсіків криволінійних поверхонь на рівномірній сітці (рис. 1) задані числовими масивами у вигляді матриць, елементами яких є значення аплікату вузлів просторових об'єктів. Для формування сумарної дискретної моделі криволінійної поверхні її елементарні відсіки слід розмістити у тривимірній глобальній системі координат, план якої зображено на рис. 2.

Елементарні відсіки можуть мати різну кількість вузлів, однак ця кількість повинна бути узгодженою у відповідних напрямках майбутнього стикування. Параметри дискретизації v і w на початковій стадії формування елементарних відсіків приймаються рівними 0. Відтак (рис. 2), перша матриця має розмірність $m1 \times n1$, друга - $m2 \times n1$, третя - $m1 \times n2$, четверта - $m2 \times n2$. При цьому матриці $Z1, Z2, Z3, Z4$ значень аплікату 4-ох елементарних відсіків дискретних моделей криволінійних поверхонь матимуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 Z1 &= \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} & \dots & Z_{0,n1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1,0} & Z_{m1,1} & \dots & Z_{m1,n1} \end{pmatrix} \\
 Z2 &= \begin{pmatrix} Z_{m1+v,0} & Z_{m1+v,1} & \dots & Z_{m1+v,n1} \\ Z_{m1+v+1,0} & Z_{m1+v+1,1} & \dots & Z_{m1+v+1,n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1+v+m2,0} & Z_{m1+v+m2,1} & \dots & Z_{m1+v+m2,n1} \end{pmatrix} \\
 Z3 &= \begin{pmatrix} Z_{0,n1+w} & Z_{0,n1+w+1} & \dots & Z_{0,n1+w+n2} \\ Z_{1,n1+w} & Z_{1,n1+w+1} & \dots & Z_{1,n1+w+n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1,n1+w} & Z_{m1,n1+w+1} & \dots & Z_{m1,n1+w+n2} \end{pmatrix} \\
 Z4 &= \begin{pmatrix} Z_{m1+v,n1+w} & Z_{m1+v,n1+w+1} & \dots & Z_{m1+v,n1+w+n2} \\ Z_{m1+v+1,n1+w} & Z_{m1+v+1,n1+w+1} & \dots & Z_{m1+v+1,n1+w+n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1+v+m2,n1+w} & Z_{m1+v+m2,n1+w+1} & \dots & Z_{m1+v+m2,n1+w+n2} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1}$$

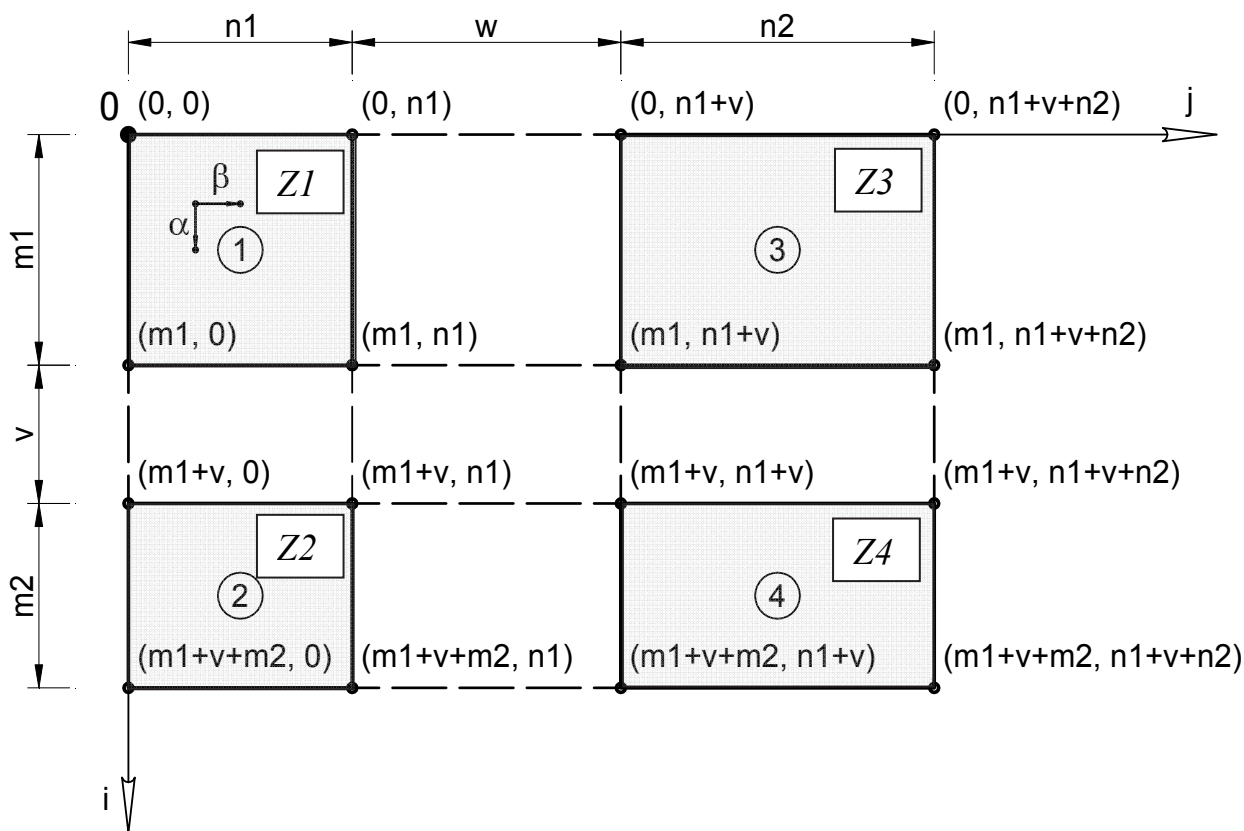


Рис. 2. План глобальної системи координат для 4-ох дискретних моделей елементарних відсіків криволінійних поверхонь

Самі числові масиви значень матриць, як моделей фрагментів дискретно представлених поверхонь, можна отримати, наприклад, за допомогою подвійних числових послідовностей замкнутого виду, які докладно описані у роботі [8].

Кількість вузлів граничних кривих елементарних відсіків, а значить розмірність матриць, що несуть інформацію про їх контури, є узгодженими. Залежно від виду практичних задач моделювання, наприклад, проектування складених оболонок, утворених із окремих, геометрично складних елементів, можна виділити кілька підходів до постановки задачі стикування елементарних відсіків.

Перший і найпростіший - передбачає умову повного співпадання геометрії граничних контурів фрагментів в місцях стикування (рис. 3). При цьому параметри стикування набувають значень: $v = 0$ і $w = 0$.

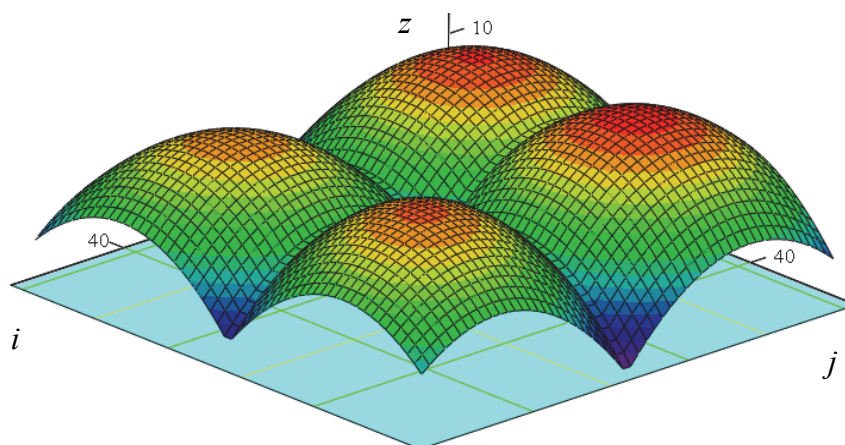


Рис. 3. Перший спосіб стикування елементарних відсіків

Другий підхід передбачає наявність окремих фрагментів з опорними контурами, що мають певне допустиме відхилення на граничних ділянках, гладкість стикування яких забезпечується за рахунок введення одного ряду додаткових вузлів (рис. 4). Тоді параметри стикування набувають значень: $v = 2$ і $w = 2$.

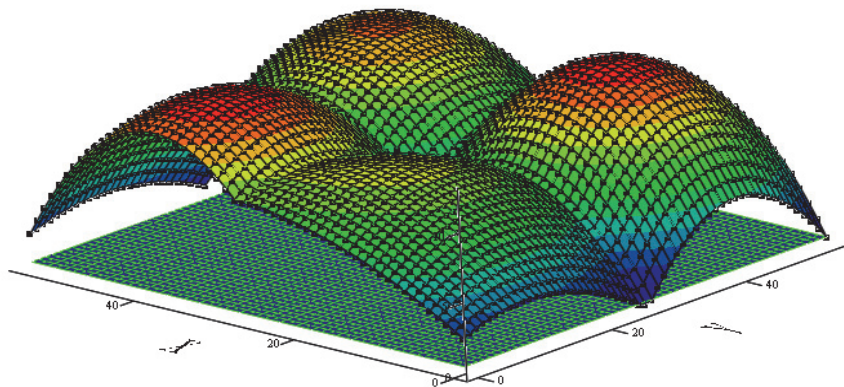


Рис. 4. Другий спосіб стикування елементарних відсіків

На практиці така гладка стиковка проводиться шляхом влаштування монолітних швів між відсіками фрагментів поверхонь покриття.

Третій, найбільш загальний, передбачає розробку алгоритмів стикування окремих фрагментів з довільними опорними контурами і довільною геометрією самих поверхонь. При чому, основним критерієм стикування окремих фрагментів повинно бути забезпечення заданої, у дискретному розумінні, гладкості стикування заданих елементарних відсіків дискретними моделями поверхонь зшивки.

Сформулюємо основну, за визначенням гладкості стикування, вимогу до розробки алгоритмів розрахунку дискретних моделей поверхонь зшивки для 4-ох заданих елементарних відсіків: швидкість зміни кутів дискретних аналогів дотичних до окремих ліній дискретного каркасу поверхонь зшивки (дискретний аналог кривини лінії каркасу) не повинна перевищувати швидкості зміни кутів нахилу дискретних аналогів дотичних на чотирьох, заданих матрицями (1), відсіках дискретно представлених криволінійних поверхонь, розрахованих в обох напрямках ліній каркасу.

Виходячи із цього, формуємо 8 матриць, значення яких є дискретною множиною кутів нахилу дискретних аналогів дотичних до ліній каркасу елементарних поверхонь у напрямках i та j .

Значення кутів нахилу дискретних аналогів дотичних ліній каркасу 4-ох елементарних поверхонь напрямку i знаходимо із виразів (2):

$$\begin{aligned}
 \text{першої} - \quad & \alpha_{1,i,j} = \arctg(Z_{i+1,j} - Z_{i,j}), \\
 & i = 0 \dots m1 - 1 \\
 & j = 0 \dots n1 \\
 \\
 \text{другої} - \quad & \alpha_{2,i,j} = \arctg(Z_{i+1,j} - Z_{i,j}), \\
 & i = m1 + v \dots m1 + v + m2 - 1 \\
 & j = 0 \dots n1 \\
 \\
 \text{третьої} - \quad & \alpha_{3,i,j} = \arctg(Z_{i+1,j} - Z_{i,j}), \\
 & i = 0 \dots m1 - 1 \\
 & j = n1 + w \dots n1 + w + n2 \\
 \\
 \text{четвертої} - \quad & \alpha_{4,i,j} = \arctg(Z_{i+1,j} - Z_{i,j}), \\
 & i = m1 + v \dots m1 + v + m2 - 1 \\
 & j = n1 + w \dots n1 + w + n2
 \end{aligned} \tag{2}$$

де: $Z_{i,j}$ - аплікати вузлів дискретних моделей елементарних поверхонь.

Елементи матриць напрямку j - $\beta 1_{i,j}, \beta 2_{i,j}, \beta 3_{i,j}, \beta 4_{i,j}$ визначаються аналогічно.

Значення знайдених 8 матриць $\alpha 1_{i,j}, \alpha 2_{i,j}, \alpha 3_{i,j}, \alpha 4_{i,j}$ та $\beta 1_{i,j}, \beta 2_{i,j}, \beta 3_{i,j}, \beta 4_{i,j}$ є вихідними для формування ще одного масиву із 8 матриць, які характеризуватимуть швидкість зміни кутів дискретних аналогів дотичних множини ліній каркасів 4-ох елементарних поверхонь у напрямках i та j . Одночасно, такі матриці, опосередковано, будуть давати інформацію про кривину у вузлах ліній каркасу дискретних моделей елементарних поверхонь.

Швидкість зміни кутів дискретних аналогів дотичних ліній каркасу у напрямі i визначаються за формулою:

$$\alpha n C_{i,j} = \alpha 1_{i,j} - \alpha 1_{i+1,j} = \operatorname{arctg} \frac{2Z_{i+1,j} - Z_{i,j} - Z_{i+2,j}}{1 + (Z_{i+1,j} + Z_{i,j})(Z_{i+2,j} - Z_{i+1,j})}, \quad (3)$$

Відповідно: $i = 0 \dots m1 - 1, j = 0 \dots n1$ - для першої дискретної моделі елементарної поверхні;

$i = m1 + v \dots m1 + v + m2 - 1, j = 0 \dots n1$ - для другої;

$i = 0 \dots m1 - 1, j = n1 + w \dots n1 + w + n2$ - для третьої;

$i = m1 + v \dots m1 + v + m2 - 1, j = n1 + w \dots n1 + w + n2$ - для четвертої.

Аналогічно визначаються значення зміни кутів дискретних аналогів дотичних у вузлах ліній каркасу елементарних поверхонь напрямку j - $\beta 1 C_{i,j}, \beta 2 C_{i,j}, \beta 3 C_{i,j}, \beta 4 C_{i,j}$.

Процес зшивки заданих елементарних поверхонь проводимо у такій послідовності. Відповідно до рис. 2, вибираємо один із напрямів зшивки, наприклад i . Для визначення параметру v дискретизації відсіків поверхонь зшивки 1 та 2 і 3 та 4 елементарних поверхонь, із множини значень матриць $\alpha 1 C_{i,j}, \alpha 2 C_{i,j}, \alpha 3 C_{i,j}, \alpha 4 C_{i,j}$ вибираємо максимальне. Із матриць $\alpha 1_{i,j}, \alpha 2_{i,j}, \alpha 3_{i,j}, \alpha 4_{i,j}$ формуємо підматриці кутів нахилу граничних ланок елементарних поверхонь 1 - 2 та 3 - 4, вибираючи із них максимальні значення.

$$\begin{aligned} \max(\alpha \Gamma P 12_j) &= \alpha 1_{m1-1,j} + \alpha 2_{m1-v,j} \\ \max(\alpha \Gamma P 34_j) &= \alpha 3_{m1-1,j} + \alpha 4_{m1-v,j} \end{aligned} \quad (4)$$

Параметр v дискретизації визначається із виразу:

$$v = \frac{\max(\alpha \Gamma P 12_j, \alpha \Gamma P 34_j)}{\max(\alpha 1 C, \alpha 2 C, \alpha 3 C, \alpha 4 C)}, \quad (5)$$

за яким, використовуючи числові послідовності виду:

$$z 12_{i,j} = (1 - \frac{j}{v+3}) z_{m1-1,j} + \frac{j}{v+3} z_{m1+v+1,j} + \frac{j}{v+3} \sum_{t=1}^{v+2} \sum_{s=1}^t k P_s^i - \sum_{t=1}^{j-1} \sum_{s=1}^t k P_s^i, \quad (6)$$

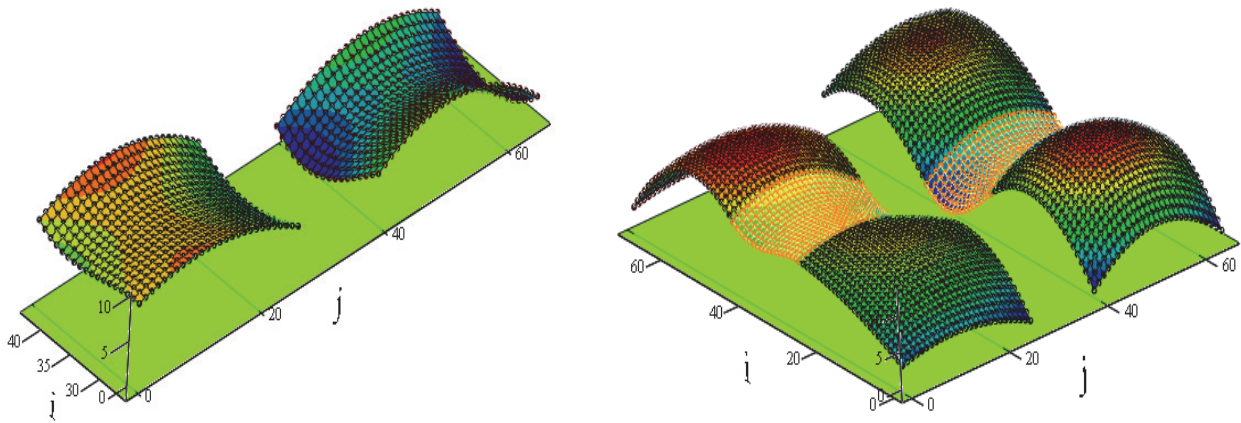
де: $i = m1 + 1 \dots m1 + v - 1, j = 0 \dots n1$ та

$$z 34_{i,j} = (1 - \frac{j}{v+3}) z_{m1-1,j} + \frac{j}{v+3} z_{m1+v+1,j} + \frac{j}{v+3} \sum_{t=1}^{v+2} \sum_{s=1}^t k P_s^i - \sum_{t=1}^{j-1} \sum_{s=1}^t k P_s^i, \quad (7)$$

де: $i = m1 + 1 \dots m1 + v - 1, j = n1 + w \dots n1 + w + n2$,

$k P_s^i$ - параметри зовнішнього формоутворюючого навантаження,

формуємо матриці аплікат дискретних моделей поверхонь зшивки напрямку i .

Рис. 5. Відсіки поверхонь зшивки та зшиті поверхні 1-2 і 3-4 у напрямку i

Сумарні матриці зшитих поверхонь 1-2 та 3-4 формуються наступним чином:

$$\begin{aligned} Z_{12S} &= (Z_1, Z_{12}, Z_2), \\ Z_{34S} &= (Z_3, Z_{34}, Z_4). \end{aligned} \quad (8)$$

Наочне зображення результатів роботи алгоритму даного етапу для відсіків поверхонь зшивки Z_{12} і Z_{34} та сумарних складених поверхонь Z_{12S} і Z_{34S} наведені на рис. 5.

Відповідно алгоритму знаходження параметру ν , шукається параметр дискретизації w для напрямку j .

$$w = \frac{\max(\beta_{ГП12S_j}, \beta_{ГП34S_j})}{\max(\beta_{1C}, \beta_{2C}, \beta_{3C}, \beta_{4C})} \quad (9)$$

За формулою, аналогічною (6) або (7), будується каркас поверхні зшивки Z_{1234S} для побудованих Z_{12S} і Z_{34S} . Сумарна результуюча складена поверхня розраховується стикуванням наступних матриць:

$$ZS = (Z_{12S}, Z_{1234S}, Z_{34S}), \quad (10)$$

наочне зображення якої наведено на рис. 6.

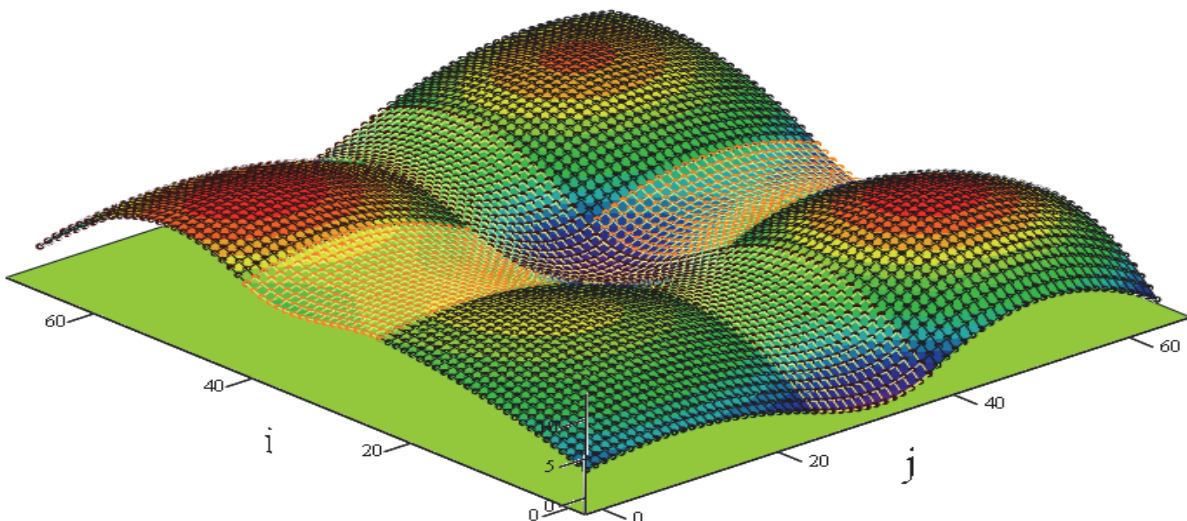


Рис. 6. Сумарна результуюча поверхня, складена із елементарних відсіків

Сумарна результуюча поверхня, подана у дискретному вигляді, є достатньо складним геометричним об'єктом із заданими властивостями, який математично і алгоритмічно реалізований за допомогою достатньо простих операцій над комплексами матриць. Такий підхід є основою для створення алгоритмів моделювання складених дискретно представлених поверхонь на сітках з нерівномірним кроком вузлів.

Висновки. У даній роботі проведені дослідження необхідних умов і вимог до алгоритмів стикування, із заданим порядком гладкості, дискретних моделей фрагментів криволінійних поверхонь за допомогою комплексів операцій над матрицями з певними властивостями. Розроблені алгоритми дозволяють будувати дискретні моделі достатньо складних просторових криволінійних об'єктів на рівномірних сітках із найпростішою програмною реалізацією на ЕОМ.

1. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций. Дис. докт. техн. наук: 05.01.01 / М.: МАИ, 1986. - 348с.
2. Пустюльга С.І. Дискретне визначення геометричних об'єктів числовими послідовностями. Дис. докт. техн. наук, Київ, 2006. - 350с.
3. Пустюльга С.І., Клак Ю.В. Формування дискретного точкового каркасу порцій поверхонь за Кунсом // Прикладна геометрія та інженерна графіка. - К., 1999, вип.66, с.126-129.
4. Пустюльга С.І., Клак Ю.В. Дослідження геометричних властивостей матриць довільної розмірності. Наукові замітки ЛДТУ. - Вип.6. - Луцьк, 2000, с. 181-191.
5. Пустюльга С.І., Клак Ю.В. Формування зрівноважених дискретно представлених двовимірних образів на рівномірній сітці за допомогою матричного числення. Современные проблемы геометрического моделирования: 36. науч. пр. - Харків: Харківський державний університет харчування і торгівлі, 2007. - Вип. 17. - С. 134-139
6. Пустюльга С.І., Клак Ю.В. Дискретне моделювання криволінійних поверхонь із заданими параметрами елементів паркету. II науч.- практ. конф. в г. Симферополі "Геометрическое и компьютерное моделирование": Сб. науч. тр. КНУТД. - К.: КНУТД, 2005. -С. 103-108
7. Пустюльга С.І., Клак Ю.В. Стикування елементарних частків дискретних моделей криволінійних поверхонь. Міжнародна науково-практична конференція Сучасні проблеми геометричного моделювання. Наукові нотатки ЛДТУ. - Луцьк: ЛДТУ, 2008. - Вип.22. - С. 288-293
8. Пустюльга С.І., Самостян В.Р., Хомич А. Дискретне моделювання зрівноважених сіток числовими послідовностями з нелінійними функціями зміщення. VII науч.-практ. конф. в м. Симферополі "Геометричне та комп'ютерне моделювання. Прикладна геометрія та інженерна графіка": 36. науч. пр. - К., 2010. - Вип. 86. - С. 316-320

REFERENCES

1. Kovalev S.N. *Formirovanie diskretnykh modeley poverkhnostey prostranstvennykh arkhitekturnykh konstruksiy*. Dokt. Diss. [The formation of discrete models of surfaces of the spatial architectural structures. Dokt. Diss.]. Moscow, 1986. 348p.
2. Pustiulha S.I. *Dyskretne vyznachennia heometrychnykh obektiv chyslovymy poslidovnostiamy*. Dokt. Diss. [Discrete determination of geometrical objects by numerical sequences. Dokt. Diss.]. Kyiv, 2006. 350p.
3. Pustiulha S.I., Klak Yu.V. *Formuvannia dyskretnoho tochkovoho karkasu portsii poverkhon za Kunsom. Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv, 1999, Vol. 66, pp. 126 -129.
4. Pustiulha S.I., Klak Yu.V. *Doslidzhennia heometrychnykh vlastyvostei matryts dovilnoi rozmirnosti* [The study of geometrical properties of matrices of arbitrary dimension]. *Naukovi notatky LDTU*. Vol. 6. Lutsk, 2000, pp. 181-191.
5. Pustiulha S.I., Klak Yu.V. *Formoutvorennia zrivnovazhenykh dyskretno predstavlenykh dvovymirnykh obraziv na rivnomirni sitti za dopomohoiu matrychnoho chyslennia*. *Sovremennye problemy geometricheskogo modelirovaniya*. Kharkiv, 2007. Vol. 17, pp. 134-139.
6. Pustiulha S.I., Klak Yu.V. *Dyskretne modeliuвання kryvoliniinykh poverkhon iz zadanymy parametramy elementiv parketu. Heometrycheskoe i kompiuternoe modelirovaniye*. Kyiv, KNUTD Publ., 2005, pp. 103-108
7. Pustiulha S.I., Klak Yu.V. *Stykuvannia elementarnykh uchastkiv dyskretnykh modelei kryvoliniinykh poverkhon* [Connection elementary areas on discrete models of curved surfaces]. *Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia Suchasni problemy heometrychnoho modeliuвання*. *Naukovi notatky LDTU*. Lutsk, LDTU Publ., 2008. Vol. 22, pp. 288-293
8. Pustiulha S.I., Samostian V.R., Khomych A. *Dyskretne modeliuвання zrivnovazhenykh sitok chyslovymy poslidovnostiamy z nelineinymy funktsihamy zmishchennia* [Discrete simulation equilibrated mesh sequences with linear displacement functions]. *Heometrychne ta kompiuterne modeliuвання. Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv, 2010. Vol. 86, pp. 316-320

С. И. Пустюльга, В. П. Самчук, Ю. В. Клак. Стыковка дискретно представленных участков криволинейных поверхностей с заданным порядком гладкости с помощью операций над матрицами.

В работе проведены исследования необходимых условий и требований к алгоритмам стыковки, с заданным порядком гладкости, дискретных моделей фрагментов криволинейных поверхностей с помощью комплексов операций над матрицами с определенными свойствами. Разработанные алгоритмы

позволяють будувати дискретні моделі достатньо складних просторових криволінійних об'єктів на рівномірних сітках з простою програмною реалізацією на ЕВМ.

Ключевые слова: дискретное геометрическое моделирование, статико-геометрический метод, матрица, числовая последовательность, дискретный аналог дифференциальных характеристик.

S. Pustiulga, V. Samchuk, Y. Klak. Dock of discretely represented section of curved linear surface with a certain order of smoothness using matrix operations.

In this paper it is analyzed the necessary conditions and requirements for docking algorithms with of certain order of smoothness of discrete models of curved surfaces fragments using complex matrix operations with certain properties. These algorithms allow to create discrete models of quite complex spatial curved objects on uniform grids with a simple software implementation on a computer.

Key words: discrete geometric modeling, static-geometric method, matrix, numerical sequence, the discrete analogue of differential characteristics.

АВТОРИ:

ПУСТЮЛЬГА Сергій Іванович, д.т.н., професор, декан машинобудівного факультету, Луцький національний технічний університет; e-mail: mbf@lntu.edu.ua

САМЧУК Володимир Петрович, к.т.н., доцент кафедри промислового і цивільного будівництва, Луцький національний технічний університет; e-mail: pcb@lntu.edu.ua

КЛАК Юрій Володимирович, асистент кафедри інженерної та комп'ютерної графіки, Луцький національний технічний університет; e-mail: uklak@i.ua

AUTHORS:

S. PUSTIULGA, Doctor of Science in Technology, Professor, Dean of Mechanical Engineering Faculty, Lutsk National Technical University; e-mail: mbf@lntu.edu.ua

V. SAMCHUK, PhD., Assoc. Professor of Industrial and Civil Construction Department, Lutsk National Technical University; e-mail: pcb@lntu.edu.ua

Yu. KLAК, Assistant Prof. of Engineering and Computer Graphics Department, Lutsk National Technical University; e-mail: uklak@i.ua

РЕЦЕНЗЕНТ:

ПЛОСКИЙ Віталій Олексійович, д.т.н., професор, проректор з наукової роботи та міжнародних зв'язків, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна

РЕЦЕНЗЕНТ:

ПЛОСКИЙ Віталій Алексеевич, д.т.н., професор, проректор по научной работе и международных отношениях, Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина.

REVIEWER:

V. PLOSKYI, Doctor of Science in Technology, Professor, Vice-Rector for Scientific Research and International Relations, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine.

Стаття надійшла в редакцію 28.08.2014р.