

Павлюк В.І.  
*Луцький національний технічний університет*

## ВИКОРИСТАННЯ КЛОТОЇД ДЛЯ АПРОКСИМАЦІЇ ТРАЄКТОРІЙ РУХУ АВТОМОБІЛЯ ПІД ЧАС МАНЕВРУВАННЯ

Наведено послідовність визначення параметрів та приклад побудови перехідних траєкторій руху автомобіля виражених клотоїдами, під час зміни напрямку руху транспортного засобу. Проаналізовано особливості апроксимації траєкторії руху автомобіля маневру «поворот». Вказано на можливість використання результатів досліджень у математичному моделюванні для покращення керованості автомобіля

**Ключові слова:** автомобіль, маневрування, траєкторія руху, параметри клотоїди, апроксимація.

**Постановка проблеми.** Простір для маневрування автомобіля визначається динамічним коридором руху транспортного засобу, обмеженим елементами дорожньої обстановки. Відведені межі дозволяють водієві, з врахуванням його досвіду і навиків керування, вибрати різноманітні траєкторії для здійснення маневрування. Для задоволення вимог комфорту і безпеки виконання маневру на високих швидкостях кривина траєкторій руху має бути мінімальною. Для оцінювання експлуатаційних властивостей автомобіля, у заданих обмеженнях на такий коридор, зацікавлення викликає дослідження можливих варіантів траєкторій руху, що забезпечать найбільш сприятливі умови з точки зору комфорту і безпеки.

Криволінійні траєкторії руху будь-якої складності можливо подати сукупністю ділянок більш простих за математичним описом. Визначення параметрів криволінійних траєкторій руху автомобіля під час маневрування сприятиме математичному моделюванню процесів криволінійного руху. Результати моделювання можуть використовуватися у дослідженнях керованості стійкості автомобіля.

На актуальність проведення таких досліджень вказує інтенсивний розвиток та широке впровадження допоміжних електронних систем конструкційної безпеки автомобіля, зокрема систем стабілізації руху.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Зміна напрямку руху автомобіля при маневруванні супроводжується перехідними процесами які залежать від багатьох умов, зокрема: конструкції та технічного стану транспортного засобу, керування водієм, дорожніх умов.

Досліджуючи керованість автомобіля чи вивчаючи при цьому характеристики керування транспортного засобу водієм, часто розглядають умови руху заданими траєкторіями [1-6]. Галузеві нормативні документи [7-9], що регламентують проведення випробувань стійкості і керованості автомобіля, розміткою визначають у плані межі динамічного коридору його руху. Однак і вони точно не визначають траєкторію руху.

Під час руху автомобіля зі сталою швидкістю на малій довжині ділянки відведеної умовами дорожньої обстановки для маневрування, використання клотоїд у побудові траєкторій руху транспортного засобу є доцільним для отримання мінімальної швидкості наростання відцентрової сили [10]. У проекті галузевої нормалі [11] пропонується за перехідну траєкторію входу у поворот з коловою траєкторією певного радіусу вибрати клотоїду з рекомендованим параметром. Вивчаючи характеристики керуючих дій водія під час руху автомобіля перехідними траєкторіями у роботі [4] прийнято припущення, що маневр для зміни смуги руху «переставка» здійснюється спряженими симетричними біклотоїдами з фіксованими геометричними параметрами на побудову (зміщення між смугами на ділянці визначеної довжини), а маневр «поворот» передбачає в'їзд на колову траєкторію визначеного радіуса клотоїдою з параметрами, визначеними розмірами коридору перехідної ділянки.

Для зручності можливого використання клотоїд в апроксимації перехідних ділянок траєкторій руху автомобіля при маневруванні, на думку автора даної статті є потреба, на основі базових відомостей про ці криві [12], навести деякі особливості використання математичного апарату для побудови цих траєкторій.

**Метою роботи** є апроксимація клотоїдами перехідних ділянок траєкторій руху автомобіля при маневруванні графічно-аналітичним способом.

Для цього у роботі розглядаються особливості побудови траєкторій деяких маневрів зі зміни

напрямку руху з використанням клотоїд.

**Результати досліджень.** Найбільш поширеним маневром зі зміни напрямку руху автомобіля є поворот на визначений курсовий кут. Зміна напрямку руху з прямолінійного, здійснюється перехідними траєкторіями, з можливістю руху проміжними коловими вставками (рис. 1).

Враховуючи задані обмеження дорожньої обстановки на побудову траєкторії руху автомобіля та використовуючи аналітичні вирази запропоновані у роботі [12], можливо визначити основні геометричні параметри клотоїд для апроксимації ними перехідних ділянок траєкторій.

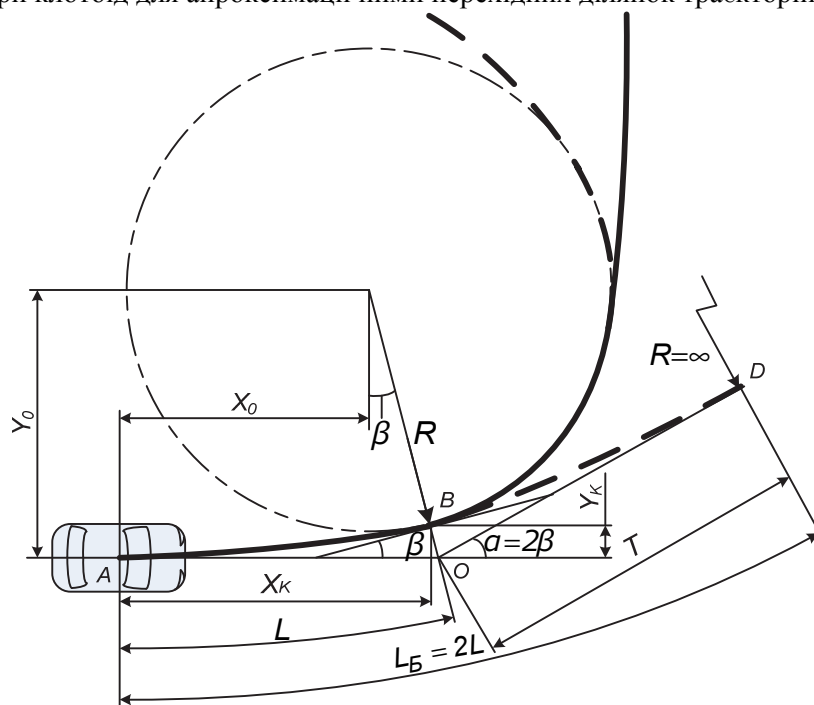


Рисунок 1 – Схема до визначення параметрів клотоїд, як перехідних кривих траєкторій руху зі зміною його напрямку під час маневрування автомобіля

Параметр клотоїди  $C=A^2$  [12]:

$$C = A^2 = R \times L, \quad (1)$$

де  $R$  – радіус у кінці клотоїди, м;

$L$  – довжина клотоїди, м.

Довжина  $L$  та радіус  $R$  клотоїди, з кутами кривої  $\beta$ ,  $\alpha$  (в рад), поєднані відношенням [12]:

$$L = \alpha \times R = 2 \times \beta \times R, \text{ м.} \quad (2)$$

Тангенс клотоїди  $T$  та її радіус  $R$ , з врахуванням відомих виразів для визначення координат точок клотоїди  $X$ ,  $Y$  [12]:

$$T / R = \left[ \left( \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{\beta^4}{21} + \frac{\beta^6}{660} \right) \times \text{tg} \beta + 2\beta - \frac{\beta^3}{5} + \frac{\beta^5}{108} \right], \text{ м.} \quad (3)$$

Таким чином, необхідно володіти інформацією про, що найменше, два параметри для побудови клотоїди та визначення інших величин перехідної кривої, використовуючи наведені залежності чи табличні дані [12].

На прикладі маневру «поворот  $R_p=35\text{м}$ » у межах накладених розміткою на його виконання [7-9], можливо провести побудову ймовірної траєкторії руху автомобіля з припущення того, що вона буде представлена клотоїдою. Початковими умовами на побудову є координати центра колової вставки  $X_0$ ,  $Y_0$  (рис. 2), та радіус  $R$  цієї колової траєкторії (ділянка 3, рис. 2). Причому цей радіус відповідає радіусу кінця перехідної кривої з координатами  $X_k$ ,  $Y_k$  (рис. 2).

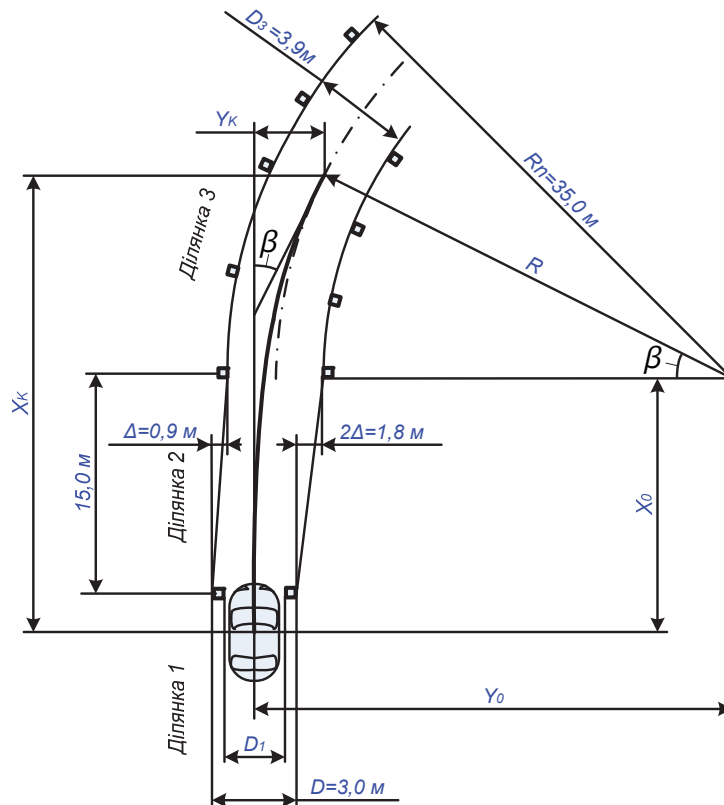


Рисунок 2 – Схема до визначення можливої траєкторії руху автомобіля для маневру «поворот 35м»

Для визначення параметрів клотоїди, зокрема координат  $X_K$ ,  $Y_K$  кінця перехідної кривої (рис. 2), відповідно до схеми руху потрібно визначити кут  $\beta$ , з виразу отриманого після математичних перетворень залежностей між параметрами клотоїди [12]:

$$Y_0 / R = \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{\beta^4}{21} + \frac{\beta^6}{660} + \cos \beta. \tag{4}$$

Після визначення кута  $\beta$  потрібно провести уточнення координат початку перехідної кривої. Отже з виразу для визначення відстані від початку клотоїди до початку колової кривої  $X_0$  [12]:

$$X_0 = R \left( 2\beta - \frac{\beta^3}{5} + \frac{\beta^5}{108} - \sin \beta \right), \text{ м.} \tag{5}$$

Як наслідок, довжина  $L$  визначається з рівняння (2), а параметр клотоїди:

$$C = L \times R = 2 \times \beta \times R^2. \tag{6}$$

Наступним кроком є визначення координат кінця кривої  $X_K$ ,  $Y_K$  [12]:

$$X_K = X_0 + R \times \sin \beta \qquad Y_K = Y_0 - R \times \cos \beta \tag{7}$$

Всі інші параметри клотоїди, за необхідності, слід отримувати використовуючи табличні дані наведені у роботі [12].

Так для наведеної схеми маневру (рис.2):

$$R = R_{\Pi} - D_3 / 2 = 35 - 3,9 / 2 = 33,05 \text{ м;} \tag{8}$$

$$Y_0 = R_{II} + \Delta - D/2 = 35 + 0,9 - 3,0/2 = 34,40 \text{ м.} \quad (9)$$

Визначений числовим способом кут  $\beta$  становить  $0,5 \text{ рад}$  ( $28,48 \text{ град}$ ), довжина клотоїди –  $L=32,85 \text{ м}$ . Довжина відведеного розміткою перехідного коридору –  $15 \text{ м}$  (ділянка 2, рис 2.).

Аналогічно, використовуючи вказану методику графічно-аналітичного визначення параметрів перехідної траєкторії, отримано характеристику клотоїди, як траєкторії неусталеного криволінійного руху автомобілів, для маневру «поворот  $R_{II}=25$ » [8, 9]. Величина зміщення колової траєкторії –  $p$  [12] за розмірами розмітки маневру –  $p=Y_0 - R=0,15\dots 0,20 \text{ м}$ . Кут  $\beta$  становить близько  $0,2 \text{ рад}$  ( $10,89\dots 12,55 \text{ град}$ ), довжина  $L$  клотоїди близько  $10 \text{ м}$  та величина віддалі між початком перехідної і центром колової кривої  $X_0$ , близько  $5 \text{ м}$  (довжина перехідного коридору  $10 \text{ м}$ ).

### Висновки.

За результатами розрахунків і графічних побудов можливо зробити висновок, що траєкторія неусталеного криволінійного руху виражена клотоїдою, згідно до прийнятих початкових умов на побудову, завершується на частині ділянки 3 (рис.2.) колової траєкторії руху, а довжина перехідної кривої, у випадку маневру «поворот  $R_{II}=35\text{м}$ », вдвічі переважає відведений за довжиною перехідний коридор.

Тому можна припустити, що навіть у визначених нормативами випробувань межах, траєкторія руху може мати різні геометричні параметри, які залежатимуть від кваліфікації водія, конструкції і експлуатаційних властивостей автомобіля. На практиці траєкторії маневрування автомобіля визначатимуться додатковим впливом на їх формування реальних дорожніх умов і обстановки.

Відомості про вплив згаданих чинників на траєкторію руху автомобіля при маневруванні потрібно враховувати для поліпшення роботи електронних систем активної конструкційної безпеки автомобіля. Особлива увага має бути приділена моделюванню перехідних процесів криволінійного руху автомобіля.

1. Вербицкий В.Г. К вопросу реализации управляемого движения вдоль программной кривой / Вербицкий В.Г., Банников В.А., Червякова Е.В., Белевцова Н.Л. [Электронный ресурс]// Вісник Донецької академії автомобільного транспорту: науковий журнал. – Донецьк, 2012. – № 3. – С. 67–73. URL: [http://dspace.diat.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/54/1/12\\_3\\_2012.pdf](http://dspace.diat.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/54/1/12_3_2012.pdf).

2. Добрин А.С. Исследование движения автомобиля по заданной траектории // Труды семинара по управляемости и устойчивости автомобилей. – М.: НАМИ, 1966. – Вып. 1. – С. 35-65.

3. Жилин И.В. Моделирование управляющих воздействий при исследовании криволинейного движения автотранспортных средств [Электронный ресурс]. URL: [http://www.adf.spbgasu.ru/Conference2006/section\\_5.pdf](http://www.adf.spbgasu.ru/Conference2006/section_5.pdf).

4. Карпенко В.Р. Визначення керуючих дій водія в умовах маневрування легкового автомобіля малого класу / В.Р. Карпенко, Р.М. Кузнецов, В.І. Павлюк // Проектування, виробництво та експлуатація автотранспортних засобів та поїздів: щорічний науково-виробничий журнал. – № 21. – Львів, 2013. – С. 109–114.

5. Wach W. Model kierowcy pod w programie do symulacji ruchu pojazdyw/ W.Wach // Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdow samochodowych i silnikow spalinowych. – Krakow, 2005. – Zeszyt Nr 29-30. – Str. 465–472.

6. Więckowski D. Model samochodu dla symulacyjnego badania wybranych (typowych) manewrow/ D. Więckowski // Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdow samochodowych i silnikow spalinowych. – Krakow, 2005. – ZeszytNr 29-30. – Str. 489–498.

7. ДСТУ 3310-96. Засоби транспортні дорожні. Стійкість. Методи визначення основних параметрів випробуваннями. – Введено вперше. 01.01.1997. – К.: Держстандарт України, 1996. – 11 с.

8. ОСТ 37.001.471–88. Управляемость и устойчивость автотранспортных средств. Методы испытаний [Электронный ресурс]. – М.: НАМИ, 1989. URL: <http://meganorm.ru/Data2/1/4293833/4293833184.pdf>.

9. ГОСТ Р 52302–2004. Автотранспортные средства. Управляемость и устойчивость. Технические требования. Методы испытаний [Электронный ресурс]. – Введено 01.01.2006. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2005. – 28 с.

URL: <http://gostexpert.ru/gost/getDoc/49872>;

10. Величко, Г.В. Сравнительные свойства переходных кривых [Электронный ресурс] / Г.В. Величко, В.В.Филиппов. URL: <http://www.credo-dialogue.com/getattachment/28ba3ec2-3d4d-4087-b8d8-a24a7de6296a>.

11. Автомобили грузовые, легковые и автобусы. Методы определения и оценки параметров управляемости. Проект отраслевой нормы ОН 025–68 (Первая редакция). – М.: НАМИ, 1968.

12. Ксенодохов В. И. Таблицы для клотоидного проектирования и разбивки плана и профиля автомобильных дорог: Справочник. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1981. 431 с.

## REFERENCES

1. Verbitskiy, V., Bannikov, V., Chervyakova, Ye. & Belevtsova, N. (2012). K voprosu realizatsii upravlyayemogo dvizheniya vdol' programmnoy krivoy. *Visnyk Donetskoi akademii avtomobilnoho transportu*. No. 3. Donetsk, pp. 67–73.

2. Dobrin, A. (1966). Issledovaniye dvizheniya avtomobilya po zadannoy trayektorii. *Trudy seminara po upravlyayemosti i ustoychivosti avtomobiley*. Vol. 1. Moscow, NAMI Publ., pp. 35–65.
3. Zhilin, I. *Modelirovaniye upravlyayushchikh vozdeystviy pri issledovanii krivolinyynogo dvizheniya avtotransportnykh sredstv*. Available at: [http://www.adf.spbgasu.ru/Conference2006/section\\_5.pdf](http://www.adf.spbgasu.ru/Conference2006/section_5.pdf).
4. Karpenko, V., Kuznietsov, R. & Pavliuk, V. (2013). Vyznachennia keruiuchykh dii vodiia v umovakh manevruvannia lehkovooho avtomobilia maloho klasu. *Proektuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia avtotransportnykh zasobiv ta poizdiv*. No 21. Lviv, pp. 109–114.
5. Wach, W. (2005). Model kierowcy pid w programie do symulacji ruchu pojazdyw. *Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdow samochodowych i silnikow spalinowych*. No. 29-30. Krakow, pp. 465–472.
6. Więckowski, D. (2005). Model samochodu dla symulacyjnego badania wybranych (typowych) manewrow. *Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdow samochodowych i silnikow spalinowych*. No. 29-30. Krakow, pp. 489–498.
7. DSTU 3310-96. [State Standard 3310-96]. *Road vehicles. Stability. Methods for determination of the basic parameters by tests*. Kyiv, Derzhstandart Ukrainy Publ., 1996. 10 p. (In Ukrainian).
8. OST 37.001.471–88. [Industry Standard 37.001.471–88]. *Handling and stability of road vehicles. Test methods*. Moscow, NAMI Publ., 1989. 48 p. (In Russian).
9. GOST R 52302–2004. [State Standard 52302–2004]. *Road vehicles. Handling and stability. Technical requirements. Test methods*. Moscow, Izdatelstvo Standartov Publ., 2005. 28 p. (In Russian).
10. Velichko, & Filippov, V. *Sravnitel'nyye svoystva perekhodnykh krivykh*. Available at: <http://www.credo-dialogue.com/getattachment/28ba3ec2-3d4d-4087-b8d8-a24a7de6296a>.
11. *Avtomobili gruzovyye, legkovyye i avtobusy. Metody opredeleniya i otsenki parametrov upravlyayemosti. Proyekt otraslevoy normali ON 025–68*. – Moscow, NAMI Publ., 1968.
12. Ksenodokhov, V. (1981). *Tablitsy dlya klotoidnogo proyektirovaniya i razbivki plana i profilya avtomobil'nykh dorog*. Spravochnik. 2-nd ed. Moscow, Transport Publ., 431 p.

**Павлюк В.І. Использование клотоид для аппроксимации траекторий движения автомобиля при маневрировании**

Приведены последовательность определения параметров и пример создания переходных траекторий движения автомобиля выраженных клотоидами, во время изменения направления движения транспортным средством. Проанализированы особенности аппроксимации траектории движения автомобиля при маневре «поворот». Результаты исследований могут быть использованы в математическом моделировании для улучшения управляемости автомобиля.

**Ключевые слова:** автомобиль, маневрирование, траектория движения, параметры клотоиды, аппроксимация.

**V. Pavliuk. The use of clothoid for approximation of the trajectories movement of the vehicle during maneuvering**

The safe maneuvering of the car is provided by its movement in a certain dynamic corridor. Such corridor for the movement of the vehicle is limited by elements placed on the road (road conditions). Curves (Cornu's spirals) as elements of constructing the trajectory of the car were proposed to use. The trajectories of some types of maneuvering of cars during the change of driving direction were considered. Peculiarities of use of analytical apparatus for graphical construction of turning path were presented. Geometric restrictions imposed on the traffic lane of the vehicle as a road marking during testing of stability and handling were considered. The example of determination of transitional curves of steering maneuvers containing in the industry regulatory documents was presented. The parameters of transitional curves are used for typical trajectories of maneuvering the vehicle were analyzed. The possibility of using the transition parameters of curvilinear trajectories in modeling of curvilinear motion of the vehicle is indicated. The results of modeling can be used in the researches of stability and handling of the car. The results of approximation of trajectories of transition curves can be used to improve the electronic systems of stabilization of movement of the car. The estimated trajectory obtained by the modeling, defined by the nature of the helm. Compliance the real conditions of vehicle motion calculation is checked by an electronic system of stabilization of movement of the car. The urgency of research is caused by intensive development and widespread introduction of electronic auxiliary systems structural safety of the vehicle.

**Keywords:** car, maneuvering, movement trajectory, clothoid parameters, approximation.

**АВТОР:**

**ПАВЛЮК Василь Іванович**, кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобілів і транспортних технологій. Луцький НТУ, e-mail: [wasilijpi@mail.ru](mailto:wasilijpi@mail.ru).

**AUTHOR:**

**Vasyl PAVLIUK**, PhD. in Engineering, Assoc. Professor of Motor Cars and Transport Technologies Department, Lutsk National Technical University, e-mail: [wasilijpi@mail.ru](mailto:wasilijpi@mail.ru).