УДК 004.63
UDC 004.63

Ройко[1] О.Ю., Бурчак[2] І.Н., Головачук[2] І.П.
[1]*Волинський технікум Національного університету харчових технологій*
[2]*Луцький національний технічний університет*

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ BSP-ДЕРЕВА ДЛЯ НЕВПОРЯДКОВАНОЇ МНОЖИНИ ТРИКУТНИКІВ

В роботі наведено алгоритм побудови BSP-дерева для невпорядкованої множини трикутників. Ця структура даних може бути застосована для систематизації інформації про модель, одержану шляхом сканування тривимірного об’єкту. Розглянуто особливості реалізації алгоритму стосовно трикутних комірок із врахуванням геометричних властивостей сітки.

Ключові слова: BSP, дерево, алгоритм, трикутні комірки, геометрична модель, тривимірне сканування.

Постановка проблеми. На практиці часто застосовуються геометричні моделі, одержані способом сканування реального фізичного об’єкту тривимірним сканером, або моделі, створені за допомогою програмного забезпечення для тривимірного моделювання. В усіх цих випадках модель являє собою сукупність координат дискретних об’єктів – вузлів, комірок, зв’язків. Проблемою є те, що для них часто невідомі алгоритми та методи формоутворення, якими вони були одержані. Це може призвести до втрати точності моделі при спробі перерахунку координат вузлів.

Однією з особливостей готових геометричних моделей є невпорядкованість та неструктурованість даних про модель. В результаті цього пошук суміжних або інцидентних елементів, їх додавання та вилучення може представляти деякі труднощі, особливо при значних обсягах даних. Тому актуальною проблемою є систематизація та структурування інформації про множину трикутників, якими утворена тривимірна модель.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У роботі [1] наведено алгоритм спрощення тривимірних моделей геометричних тіл. Для систематизації даних про модель застосовано BSP-дерево [2]. Проте у цій роботі основна увага зосереджена на алгоритмі спрощення моделі, і передбачається, що дерево вже одержано певними способом.

Постановка завдання. Завданням даної роботи є розробка алгоритму для побудови BSP-дерева для множини трикутних комірок, із яких утворена геометрична модель, одержана шляхом сканування тривимірного об’єкту.

Основна частина. З точки зору представлення інформації про дискретну модель поверхні важливою є властивість BSP-дерева впорядковувати об’єкти. Із кожним не листовим вузлом дерева можна зв’язати деяку пряму на площині або площину у просторі, яка ділить множину об’єктів на дві частини. Для подальшого впорядкування необхідно рекурсивно повторити описані дії для кожної з частин.

Ця властивість дає змогу отримати систематизовану структуру даних із множини трикутників. Можна сформулювати алгоритм, який на вході отримує дискретну модель поверхні і на виході повертає BSP-дерево, листовими вузлами якого є комірки сітки [3]:

1. Створити пусте дерево BSP .
2. Обрати довільне ребро сітки. Занести координати площини, якій належить це ребро і яка перпендикулярна одній з координатних площин в корінь дерева.
3. Створити два піддерева BSP_1 та BSP_2 .
4. Комірки, які лежать з одного боку площини занести в BSP_1 , інші в BSP_2 .
5. Комірки, які перетинаються січною площиною розбити на трикутники і повторити для них пункт 4.
6. Якщо BSP_1 та BSP_2 містять по одній комірці, то завершити алгоритм.
7. Повторити пункти 2-6 рекурсивно для BSP_1 та BSP_2 .

Визначити належність комірки одному чи іншому півпростору можна за допомогою рівняння площини. Нехай площина задається рівнянням $Ax+By+Cz+D=0$ [4]. Розглянемо функцію $F(x,y,z)=Ax+By+Cz+D$. Якщо для всіх вузлів комірки функція $\operatorname{sign} F$ має однаковий знак, то така комірка повністю лежить в одному півпросторі. При $\operatorname{sign} F = 1$ для всіх вузлів комірки заносимо її в ліве піддерево, якщо $\operatorname{sign} F = -1$, то заносимо її в праве піддерево. У випадку якщо $\operatorname{sign} F = 0$ для всіх вузлів комірки, це означає, що вона лежить на січній площині. Для таких комірок необхідно прийняти єдине правило, яке визначає до якого піддрева їх відносити — лівого чи правого.

Коли $\operatorname{sign} F$ має різний знак для вузлів однієї комірки, це означає, що комірка перетинається січною площиною. В такому випадку комірку необхідно розбити на частини.

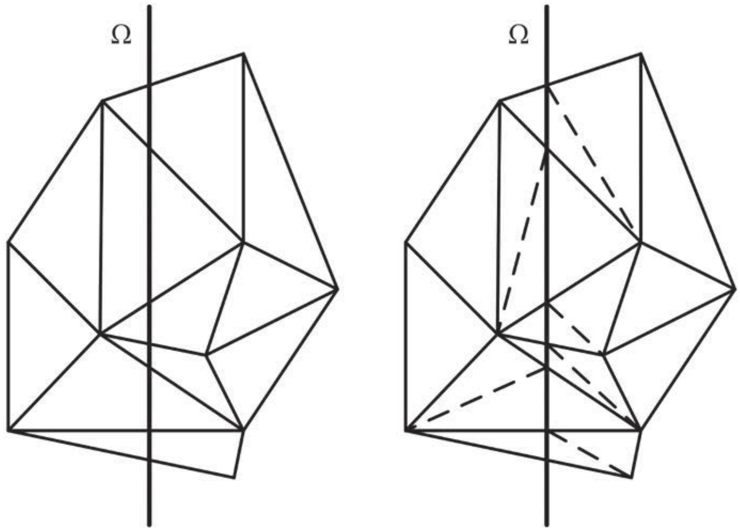

Рисунок 1. Перетин комірок січною площиною Ω

Перевагою даного алгоритму є відносна простота реалізації та порівняно висока швидкодія. Крім того, така реалізація є класичним підходом до використання BSP, і тому існуючі алгоритми, де передбачена побудова BSP-дерева можуть бути адаптовані під даний алгоритм. Проте при використанні даного підходу постійно утворюються нові трикутні комірки в областях, де проходять січні площини. Це призводить до стрімкого зростання кількості елементів моделі і відповідно її ускладнення. Тому важливо розробити методику, яка дозволить розбивати поверхні на частини відповідно до дерева і при цьому не буде приводити до появи нових елементів сітки. Для цього необхідно визначити до якого півпростору і відповідно піддерева відносити трикутні комірки, які перетинаються січною площиною.

Якщо трикутник перетинається січною площиною, то встановити його належність тому чи іншому півпростору можна керуючись наступним міркуванням. Нехай площина Ω ділить простір на два півпростори — K_1 та K_2 , та перетинає трикутник $\triangle P_1P_2P_3$, причому $P_1, P_2 \in K_1$, $P_3 \in K_2$. l_1, l_2, l_3 — відстані відповідно від точок P_1, P_2, P_3 до площини Ω. Тоді $\triangle P_1P_2P_3$ вважатимемо належним до K_1, якщо виконується наступна умова:

$$l_1 + l_2 \geq l_3, \tag{1}$$

В протилежному випадку $\triangle P_1P_2P_3$ вважатимемо таким, що належить K_2

Для визначення відстані l від точки $P(x_P, y_P, z_P)$ до площини Ω, яка задана рівнянням $Ax + By + Cz + D = 0$ можна скористатися відомою формулою[3]:

$$l = \frac{|Ax_P + By_P + Cz_P + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \tag{2}$$

Важливим питанням є вибір січної площини Ω, відповідно до якої на кожному етапі здійснюється впорядкування трикутних комірок. Класичним способом рішення є вибір такої площини, при якому в лівому і правому піддеревах опиниться приблизно однакова кількість елементів [5]. Оскільки початкова сітка отримана шляхом сканування або є результатом роботи програми тривимірного моделювання, то можна припустити, що трикутні комірки розподілені в цілому рівномірно по її поверхні. Тому доцільно в якості січної площини обирати паралельну одній із координатних площин і яка проходить посередині моделі відносно третьої координатної осі. Наприклад якщо площина $\Omega \parallel xOy$, то вона повинна проходити через точку на осі Oz з координатами $\left(0,0,\frac{z_{\max}-z_{\min}}{2}\right)$, де $z_{\max}, z_{\min}$ — максимальне та мінімальне значення відповідної координати моделі. На практиці варто обирати дві координатні осі, вздовж яких модель має найбільшу протяжність, і на послідовних кроках ітераційного процесу виконувати по черзі поділ відповідними площинами.

Для того, щоб знайти координати січної площини Ω можна використати відомий спосіб знаходження рівняння площини, що проходить через задану точку. Відомо, що коли площина α проходить через точку $M(x_1, y_1, z_1)$ і має вектор нормалі $\vec{n}(A,B,C)$, то згідно [5] її рівняння визначається як

$$A(x-x_1)+B(y-y_1)+C(z-z_1)=0. \quad (3)$$

Наприклад, нехай січна площина Ω проходить через точку $P(0,0,z_\Omega)$, де

$$z_\Omega=\frac{z_{\max}-z_{\min}}{2}, \quad (4)$$

паралельно площині xOy. Тоді її вектор нормалі співпадає з вектором нормалі xOy і дорівнює $\vec{n}(0,0,1)$. Враховуючи (3) та (4) можна записати рівняння площини Ω

$$0(x-0)+0(y-0)+1(z-z_\Omega)=0;$$

$$z-z_\Omega=0;$$

$$z-\frac{z_{\max}-z_{\min}}{2}=0.$$

Коефіцієнти рівняння площини дорівнюють $A=0$, $B=0$, $C=1$, $D=-\frac{z_{\max}-z_{\min}}{2}$.

В цілому усі можливі значення коефіцієнтів рівняння січної площини Ω залежно від її положення відносно координатних площин наведені в табл. 1.

Таблиця 1. Значення коефіцієнтів рівняння площини залежно від її положення

Положення площини Ω	A	B	C	D
$\Omega \parallel xOy$	0	0	1	$-\frac{z_{\max}-z_{\min}}{2}$
$\Omega \parallel xOz$	0	1	0	$-\frac{y_{\max}-y_{\min}}{2}$
$\Omega \parallel yOz$	1	0	0	$-\frac{x_{\max}-x_{\min}}{2}$

Значення коефіцієнтів A,B,C,D потрібно зберігати у вузлі, що відповідає даній січній площині.

Спираючись на викладені вище міркування наведемо модифікований алгоритм побудови BSP-дерева:

1. Створити пусте дерево BSP.
2. Обрати два напрями координатних осей, вздовж яких модель має найбільшу протяжність.
3. Обрати січну площину Ω, що перетинає вісь, вздовж якої модель має найбільшу протяжність. Координати Ω занести в BSP.
4. Створити два піддерева BSP_1 та BSP_2.
5. Керуючись значеннями, отриманими при підстановці координат вузлів у рівняння площини Ω та формулою (1) визначити орієнтацію комірок відносно січної площини та занести їх у відповідне дерево.
6. Якщо T_1 та T_2 містять по одній комірці, то занести її координати в листовий вузол та завершити алгоритм.
7. Повторити пункти 2-6 рекурсивно для BSP_1 та BSP_2 при іншій орієнтації січної площини.

Приклад побудови BSP-дерева для моделі кутового з'єднувача профілів, яка складається з 6456 трикутників показано на рис.2.

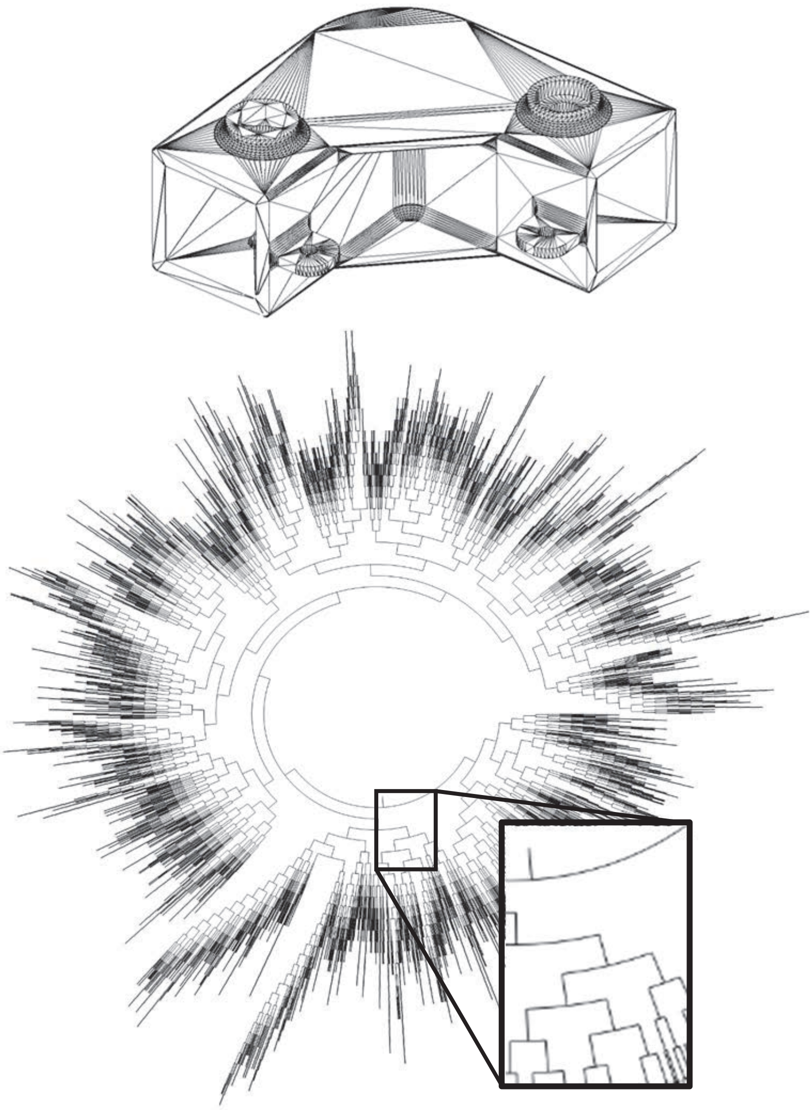

Рисунок 2. Модель і візуалізація BSP-дерева, яким індексуються її елементи

Висновки. У роботі наведено алгоритм побудови бінарного дерева для множини невпорядкованих трикутних комірок, та особливості його реалізації. Даний алгоритм забезпечує систематизацію інформацію про тривимірну модель. Він може застосовуватись в існуючих алгоритмах та їх програмних реалізаціях для роботи з тривимірними об'єктами, одержаними шляхом сканування, для попередньої обробки геометричних даних.

1. Ройко, О.Ю., Бурчак, І.Н., Величко, В.Л. (2015). Використання бінарного розбиття простору в алгоритмі спрощення тривимірних моделей для швидкого прототипування. Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво, 19, 142−145.

2. Goodman, J, O'Rourke, J. (2010). Handbook of discrete and computational geometry. CRC press, 1558.

3. Ройко, О.Ю. (2014). Використання BSP-дерев для представлення інформації про дискретну модель поверхні. Актуальні задачі сучасних технологій, 215−216.

4. Корн, Г.А., Корн, Т.М. (1977). Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 831.

5. Александров, А.Д., Нецветаев, Н.Ю. (1990). Геометрия: Учебное пособие. М.: Наука, 671.

6. Zachmann, G, Langetepe, E. (2003)/ Geometric data structures for computer graphics. Eurographics Assoc., 36.

REFERENCES

1. Royko, A., Burchak, I. & Velichko, V. (2015). Using binary space partitioning algorithm simplification of three-dimensional models for rapid prototyping. *Computer-integrated technologies: education, science, production*. Vol. 19, pp. 142–145.

2. Goodman, J. & O'Rourke, J. (2010). *Handbook of discrete and computational geometry*. CRC press, 1558 p.

3. Royko, A. (2014). Using BSP-trees to provide information about the discrete model surface. *Recent problems of modern technology*. Pp. 215–216.

4. Korn, G. & Korn, T. (1977). *Mathematical handbook for scientists and engineers*. Moscow, Nauka Publ., 831 p.

5. Alexandrov, A. & Netsvetaev, N. (1990). *Geometry: Textbook*. Moscow, Nauka Publ., 671 p.

6. Zachmann, G. & Langetepe, E. (2003). *Geometric data structures for computer graphics*. Eurographics Assoc., 36 p.

Ройко А. Ю., Бурчак И. Н., Головачук И. П. **Алгоритм построения BSP-дерева для неупорядоченного множества треугольников.**

В работе приведен алгоритм построения BSP-дерева для неупорядоченного множества треугольников. Эта структура данных может быть применена для систематизации информации о модели, полученной путем сканирования трехмерного объекта. Рассмотрены особенности реализации алгоритма касательно треугольных ячеек с учетом геометрических свойств сети.

Ключевые слова: BSP, дерево, алгоритм, треугольные ячейки, геометрическая модель, трехмерное сканирование.

O. Roiko, I. Burchak, I. Holovachuk. **Algorithm for constructing BSP-tree for disordered set of triangles.**

In practice often used geometric models obtained of scanning actual physical object three-dimensional scanner or models created by the software for three-dimensional modeling. In all these cases the model is a set of coordinates discrete objects - nodes, cells connections. The problem is that they are often known algorithms and methods of formation which they were obtained. This can lead to loss of precision models while trying to coordinate conversion nodes.

One of the features is ready geometric models disorder and unstructured data model. As a result of this search for related or incidental elements, add or remove them may present some difficulties, especially when large volumes of data. Therefore actual problem is the systematization and structuring of information on the set of triangles, which formed three-dimensional model.

In this paper described the algorithm for constructing BSP-tree for disordered set of triangles. This data structure can be used for classification of information model obtained by scanning three-dimensional object. The features of the algorithm concerning triangular cells, taking into account the geometrical properties of the mesh.

Keywords: BSP, tree, algorithms, triangular cell, geometric model, three-dimensional scanning.

АВТОРИ:

РОЙКО Олександр Юрійович, викладач Волинського технікуму Національного університету харчових технологій.

БУРЧАК Ігор Несторович, кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної і компютерної графіки, Луцький НТУ, e-mail: bourtchak@gmail.com

ГОЛОВАЧУК Ігор Павлович, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри інженерної і компютерної графіки, Луцький НТУ, e-mail: ikh@lntu.edu.ua

AUTHORS:

Oleksandr ROYKO, Lecturer in Volyn College of National University of Food Technology.

Ihor BURCHAK, Ph.D. in Engineering, Assoc. Professor of Engineering and Computer Graphics Department, Lutsk National Technical University, e-mail: bourtchak@gmail.com

Ihor HOLOVACHUK, Ph.D. in Engineering, Assoc. Professor, Head of Engineering and Computer Graphics Department, Lutsk National Technical University, e-mail: ikh@lntu.edu.ua

Стаття надійшла в редакцію 03.09.2015р.