

Герасимчук О.П., Мисковець С.В., Шимчук С.П.
Луцький національний технічний університет

МЕТОД МАТЕМАТИЧНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТРИБОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СТАЛІ 45

Для покращання продуктивності наукових досліджень в багатьох випадках, в тому числі і для прогнозування трибологічних властивостей конструкційних матеріалів, доцільно використовувати метод математичного планування експерименту. Отримані результати при визначенні зносостійкості сталі 45 залежно від концентрації С, Si, та Сг повністю співпали з результатами лабораторного експерименту. Тому, метод математичного планування можна використовувати для експрес-прогнозування трибологічних властивостей матеріалів з яких виготовляють відповідальні деталі багатьох високоточних вузлів тертя.

Ключові слова: трибосистема, тертя, легуючі елементи, зносостійкість.

Постановка проблеми. Сучасні машини та механізми являють собою сукупність трибосистем. Сила тертя, інтенсивність зношування трибоповерхонь, шум, вібрація – це ті фактори, які впливають на експлуатаційні показники і, як наслідок, на довговічність роботи трибовузлів. Основні експлуатаційні характеристики будь-якої трибосистеми значною мірою залежать від правильного підбору та якості конструкційних і мастильних матеріалів. Усі підняті вище питання повинні вирішуватись на стадії проектування трибовузлів необхідними конструкторськими розрахунками та методами і засобами лабораторних досліджень, що досить часто є надто складними та затратними. Тому використання методу математичного планування експерименту для експрес-прогнозування трибологічних властивостей матеріалів є надзвичайно продуктивним та економічно виправданим шляхом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Разом з атомною будовою і фізико-механічними характеристиками поверхневих шарів деталей трибовузлів важливу роль відіграють і їх хімічні властивості. Хімічна природа поверхонь визначається, з одного боку, впливом навколишнього середовища, у тому числі мастильних матеріалів, а з іншого – хімічним складом матеріала. Навіть незначне легування матеріалу, як відмічає у своїх дослідженнях Д. Баклі [1], може призводити до суттєвої зміни його трибологічних властивостей.

Дослідженнями Б.І. Костецького [2] показано, що вибір легуючих елементів для матеріалів деталей вузлів тертя машин, механізмів і приладів чинить вирішальний вплив на закономірності протікання явища структурної приспособленості і є одним з основних шляхів досягнення оптимальних параметрів тертя і поверхневої міцності.

Проте до недавнього часу вибір легуючих елементів з метою підвищення зносостійкості матеріалів і розробка оптимального складу антифрикційних матеріалів для підшипників ковзання робилися емпіричним шляхом з урахуванням уявлень, сформульованих в правилах Шарпі, Боудена і т.д. Вплив тих чи інших компонентів легуючих елементів оцінювався за результатами нестандартизованих і несертифікованих лабораторних і промислових випробувань.

Так в роботах Е.Л. Марковського та О.Ф. Аксьонова [3-5] було досліджено вплив перерозподілу легуючих елементів на зносостійкість зв'язаної пари і показано, що дифузійні перетворення при терті визначають зношування і інші антифрикційні властивості матеріалів, що труться.

Дослідження, проведені під керівництвом Д. Баклі, дозволили встановити, що при фрикційній взаємодії ряд елементів дифундує до поверхні і змінює її властивості. Так, Al скупчується в поверхневому шарі міді, Al і Si – у поверхневому шарі заліза, індій – у поверхневому шарі олова. Уміння правильно використовувати явище поверхневої сегрегації надзвичайно важливе для фахівця з триботехніки, оскільки дозволяє значно змінити фрикційні характеристики матеріалів завдяки регулюванню кількості легуючих елементів.

Проте в роботі [6] було показано, що сталі з майже однаковими механічними властивостями можуть володіти істотно різною зносостійкістю. Тобто, хімічна природа матеріалу чинить суттєвий вплив на його зносостійкість, але цьому немає однозначного пояснення.

Мета і постановка задач дослідження. Метою дослідження є визначення трибологічних властивостей сталі 45 залежно від концентрації основних легуючих елементів використовуючи метод

математичного планування експерименту. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

- розробити методіку математичного планування експерименту;
- дослідити зносостійкість сталі 45 залежно від концентрації С, Si, та Cr.

Методика математичного планування експерименту. Враховуючи літературний пошук та результати власних досліджень [7-8], що доводять вплив легуючих елементів на зносостійкість конструкційних матеріалів, але не дозволяють встановити теоретичних основ взаємозв'язку між хімічним складом та трибологічними властивостями матеріалів поверхонь деталей нами було використано методи системного аналізу та математичного планування експерименту для дослідження цього питання.

Вирішення поставленого питання полягає в розробці відповідної математичної моделі для сталі 45, властивості якої досить повно висвітлено в наших дослідженнях [7-8].

У загальному вигляді математична модель, що описує залежність вихідного фактора Y від вхідних факторів має вигляд:

$$K = f(X_1, X_2, X_3) \quad (1)$$

де X_1 – вміст Cr, %;

X_2 – вміст С, %;

X_3 – вміст Si, %

Для деталізації моделі застосуємо метод математичного планування експерименту і запишемо рівняння регресії, нехтуючи степенями факторів вище першого у вигляді:

$$K = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3, \quad (2)$$

де x_1, x_2, x_3 – кодовані значення факторів;

$b_0, b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}$ – коефіцієнти рівняння регресії.

Для здійснення математичного планування експерименту необхідно закодувати фактори. Зв'язок між кодовими і натуральними значеннями факторів встановлюється залежністю:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}, \quad (3)$$

де x_i, X_i – відповідно кодоване та натуральне значення i -го фактора;

X_{i0} – натуральне значення i -го фактора на нульовому рівні;

ΔX_i – інтервал варіювання i -го фактора.

Складаємо план-матрицю експерименту для восьми дослідів (табл. 1)

Таблиця 1. План-матриця повнофакторного експерименту 2^3

Номер дослідів	Значення кодованих факторів			Взаємодія кодованих факторів			
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

З метою нівелювання випадкових похибок відгуку для кожного рядка табл. 1 проводимо $m=3$ паралельних дослідів. Перед реалізацією плану експерименту варіанти варіювання факторів розміщуємо у випадковому порядку за допомогою комп'ютерної програми для проведення процесу рандомізації. Середня значення вихідного параметра y_u в кожному досліді:

$$\bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_{uk} \quad (4)$$

Оцінка дисперсії S_u^2 в кожному досліді:

$$s_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m y_{uk}^2 - \bar{y}_u^2 \quad (5)$$

Перевірку відтворюваності дослідів проводилась за критерієм Кохрена, який базується на законі розподілу максимальної оцінки дисперсії $s_{u \max}^2$ до суми всіх оцінок дисперсії, що порівнюються:

$$G = s_{u \max}^2 / \left(\sum_{u=1}^n s_u^2 \right) \quad (6)$$

Умова відтворюваності дослідів:

$$G \leq G_{q_{\text{від}}; n; \nu_u} \quad (7)$$

де $G_{q_{\text{від}}; n; \nu_u}$ – критичне значення критерію Кохрена, яке вибирається в залежності від рівня значущості $q_{\text{від}}$, числа незалежних оцінок дисперсії n (числа дослідів) та числа ступенів вільності кожної оцінки $\nu_u = m-1$.

Для $n=8$, $m=3$, $q_{\text{від}}=0,05$ значення критерію Кохрена $G_{q_{\text{від}}; n; f_u} = 0,5157$ [9].

Дисперсія відтворюваності дослідів визначалась за формулою:

$$s_{\text{від}}^2 = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n s_u^2 \quad (8)$$

з числом ступенів вільності:

$$\nu_{\text{від}} = n(m-1) = 8(3-1) = 16, \quad (9)$$

Коефіцієнти рівняння регресії визначаються за формулами:

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n \bar{y}_u; \\ b_i &= \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} \bar{y}_u, \quad i=1, 2, 3; \\ b_{ij} &= \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} x_{ju} \bar{y}_u, \quad i, j=1, 2, 3, i \neq j; \\ b_{ijl} &= \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} x_{ju} x_{lu} \bar{y}_u, \quad i=1, j=2, l=3 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Після визначення коефіцієнтів b рівняння регресії перевіряємо гіпотезу про їх значимість, за допомогою критерію Стюдента:

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \frac{b_0}{s(b)}; \\ t_i &= \frac{|b_i|}{s(b)}, i=1,2,3; \\ t_{ij} &= \frac{|b_{ij}|}{s(b)}, i,j=1,2,3, i \neq j; \\ t_{ijl} &= \frac{|b_{ijl}|}{s(b)}, i=1, j=2, l=3 \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

де

$$s^2(b) = \frac{1}{nm} s_{\text{вiд}}^2. \quad (12)$$

Якщо знайдене значення критерію Стьюдента перевищує значення $t_{kp} = 2,119$ (для числа ступенів вільності $\nu_{\text{вiд}} = 16$ і рівня значущості $q_{\text{вiд}} = 0,05$) [55], то оцінку відповідного коефіцієнта рівняння регресії признають значущою, в іншому разі приймають значення відповідного коефіцієнта регресії рівне нулю.

Адекватність отриманого математичного опису (рівняння регресії) дослідним даним перевіряється за критерієм Фішера F :

$$F = s_{ad}^2 / s_{\text{вiд}}^2, \text{ якщо } s_{ad}^2 > s_{\text{вiд}}^2 \quad (13)$$

Або

$$F = s_{\text{вiд}}^2 / s_{ad}^2, \text{ якщо } s_{ad}^2 < s_{\text{вiд}}^2. \quad (14)$$

де s_{ad}^2 – дисперсія адекватності

$$s_{ad}^2 = \frac{m}{n-d} \sum_{u=1}^n \bar{y}_u - \tilde{y}_u^2, \quad (15)$$

d – число значущих коефіцієнтів рівняння регресії;

\tilde{y}_u – величина відгуку, отримана в результаті підстановки відповідних величин факторів x_i в рівняння регресії;

Математичний опис вважається адекватним, якщо

$$F < F_{q_{\text{вiд}}; \nu_{ad}; \nu_{\text{вiд}}}, \quad (16)$$

де ν_{ad} число ступенів вільності дисперсії адекватності:

$$\nu_{ad} = n - d.$$

Основні результати дослідження. Згідно вище наведеної методики було проведено розрахунки із застосуванням програмного продукту «MathCAD 15».

Натуральні значення вхідних факторів для кожного досліді згідно план-матриці повнофакторного експерименту (див. табл. 1), наведені в табл. 2.

Таблиця 2. Натуральні значення вихідних факторів

Номер досліджу	X_1 Вміст Cr, %	X_2 Вміст C, %	X_3 Вміст Si, %
1	0,1	0,42	0,19
2	0,25	0,42	0,19
3	0,1	0,5	0,19
4	0,25	0,5	0,19
5	0,1	0,42	0,3
6	0,25	0,42	0,3
7	0,1	0,5	0,3
8	0,25	0,5	0,3

Результати дослідів за умови реалізації трьох паралельних дослідів ($m=3$), середні значення втрат та оцінка дисперсії в кожному досліді, обчислені за формулами (4) та (5) відповідно наведені в табл. 3.

Таблиця 3. Результати дослідів та її дисперсія

Номер досліджу	x_1	x_2	x_3	Вихідний параметр y			Середнє арифметичне значення вихідного параметра \bar{y}_u	Оцінка дисперсії S_u^2 в досліді
				Повторюваність				
				y_{u_1}	y_{u_2}	y_{u_3}		
1	-1	-1	-1	26,5	25,0	26,3	25,933	0,663
2	+1	-1	-1	11,2	11,3	12,5	11,667	0,523
3	-1	+1	-1	32,7	32,4	32,9	32,667	0,063
4	+1	+1	-1	17,1	15,3	16,8	16,400	0,930
5	-1	-1	+1	27,8	28,5	28,6	28,300	0,190
6	+1	-1	+1	13,1	14,9	13,1	13,700	1,080
7	-1	+1	+1	27,8	27,8	26,6	27,400	0,480
8	+1	+1	+1	12,1	13,5	13,9	13,167	0,893

Критерій Кохрена, визначений за формулою (6) $G=0,306 < 0,5157$, отже умова відтворюваності дослідів (7) задовольняється.

Дисперсія відтворюваності визначалась за залежністю (8) і для нашого випадку, при $m=3$ і $n=8$ $s_{від}^2 = 0,477$.

Коефіцієнти рівняння регресії та значення критерію Стюдента, що визначені за формулою (10) і (11) відповідно наведені в табл. 4.

Дисперсія оцінки коефіцієнтів, обчислена за формулою (12) $s^2(b) = 0,141$

Таблиця 4. Коефіцієнти рівняння регресії та значення критерію Стюдента

Коефіцієнт	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
Значення коефіцієнта	21,154	-7,421	1,254	-0,513	-0,204	0,212	-1,613	0,296
Критерій Стюдента	150,097	52,654	8,899	3,636	1,449	1,508	11,441	2,099

Так як критичне значення критерію Стюдента $t_{кр} = 2,119$, то значущими є всі коефіцієнти крім b_{12}, b_{13}, b_{123}

Тоді рівняння регресії у кодованих факторах запишеться:

$$y \text{ } x_1, x_2, x_3 = 21,154 - 7,421x_1 + 1,254x_2 - 0,513x_3 - 1,613x_2x_3.$$

Для перевірки адекватності отриманої математичної моделі, обраховуємо значення Y за рівнянням регресії. Результати заносимо в табл. 5.

Таблиця 5. Величини втрат, отриманні в результаті розрахунку за рівнянням регресії

Номер дослідження u	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення \tilde{y}_u	26,221	11,379	31,954	17,112	28,421	13,579	27,704	12,862

Дисперсія адекватності, обрахована за формулою $s_{ad}^2 = 1,395$. Так як $s_{ad}^2 > s_{\text{вдо}}^2$, то критерій Фішера $F = 2,926$.

Математичний опис адекватний, так як $2,926 < F(0,05; 3; 16) = 8,72$.

Враховавши зв'язок між кодованими і дійсними факторами отримаємо рівняння регресії у натуральних факторах:

$$Y \text{ } X_1, X_2, X_3 = -56,274 - 98,944X_1 + 210,928X_2 + 327,841X_3 - 732,955X_2X_3$$

Поверхні відгуку, побудовані за цими рівняннями наведено на рис. 1, що свідчить про відповідність теоретичних досліджень результатам експерименту (табл. 6).

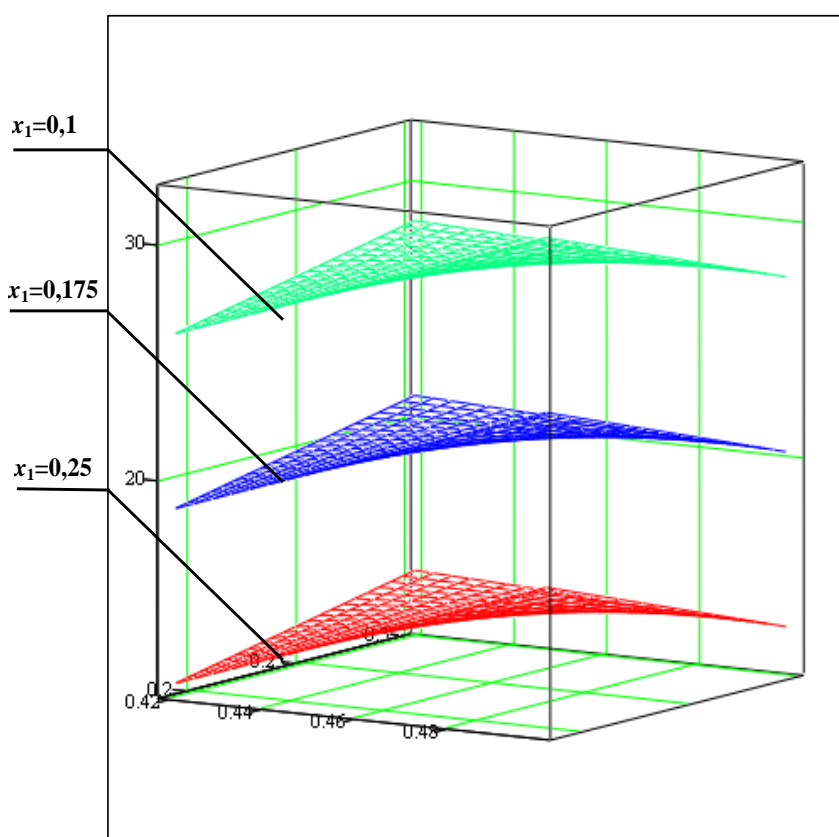


Рис. 1. Поверхні відгуку (в натуральних факторах)

Таблиця 6. Результати досліджень на зносостійкість зразків зі сталі 45

№ партії	Матеріал ГОСТ 1050-74	Хімічний склад, %				HRC	Знос, мкм
		C	Si	Mn	Cr, не більш		
		0,42-0,50	0,17-0,37	0,50-0,80	0,25		
1	Сталь 45 загартована	0,50	0,19	0,75	0,10	50	1,53
2	Сталь 45 загартована	0,46	0,34	0,75	0,25	53	1,20
3	Сталь 45 загартована	0,44	0,23	0,75	0,175	55	1,4

Висновки:

1. В ході проведених випробувань визначено вплив основних легуючих елементів сталі 45 на її трибологічні властивості. Зокрема досліджено, що сталь 45 різних серій поставок маючи різний вміст хрому, концентрація якого знаходиться в межах ДСТУ, по зносостійкості відрізняється в 1,5..3 рази залежно від вмісту цього легуючого елемента та матеріалу контртіла.

2. Використовуючи отримані дані можна прогнозувати трибологічні властивості матеріалів з яких виготовляють високоточні деталі залежно від концентрації основних легуючих елементів.

1. Бакли Д. Поверхностные явления при адгезии и фрикционном взаимодействии.-М.: Машиностроение, 1986,- 360 с.

2. Костецкий Б.И., Носовский И.Г, и др. Поверхностная прочность материалов при трении. - Киев: Техника, 1976.- 296 с.

3. Кириевский Б.А., Марковский Е.А. Определение коэффициентов диффузии различных элементов в слоях трущихся металлов // Тезисы докладов 8-ой Всесоюзной конференции до физике прочности и пластичности металлов и сплавов.- Куйбышев,- 1976.- С.20-21.

4. Марковский Е.А., Кириевский Б.А. Изменение химического состава поверхностных слоев сплавов, деформированных трением // Проблемы трения и изнашивания.- Киев: Техника,- 1974.-№ 6, С. 105.

5. Аксенов А.Ф. Трение и изнашивание металлов в углеводородных жидкостях.- М.: Машиностроение, 1977.- 152 с.

6. Башев В.С. Исследование надежности подвижных соединений в зависимости от легирования сталей и режимов нагружения.- Автореферат канд.дисс.- Киев: КПИ.- 1974.- 24 с.

7. Е.Л. Селезньов, С.П. Шимчук, С.В. Мисковець. Зносостійкість сталі 45 різних серій постачання в середовищі дизельних палив / Селезньов Е.Л., Мисковець С.В., Шимчук С.П. // Наука. Освіта. Право. Управління. – №2(1). – 2013. – С. 208-217.

8. Савчук П.П., Мисковець С.В. Дослідження фізико-механічних та триботехнічних властивостей сталі 45 різних серій постачання / П.П.Савчук, С.В.Мисковець // Матеріали і міжнародної інтернет-конференції "Проблеми довговічності матеріалів, покриттів та конструкцій". – 25 вересня 2013 року. – Вінниця, ВНТУ, 2013 – С.22.

9. Сенкевич А.Ю. Математическое моделирование автоматизированных систем контроля и управления: Метод. Указание/ А.Ю. Сенкевич. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004, – 44 с.

REFERENCES

1. Buckley, D. (1986). *Surface phenomena in the adhesion and friction cooperation*. Moscow, Mashinostroyenie Publ., 360 p.
2. Kostecki, B. & Nosovskii, I. (1976). *The surface strength of the friction material*. Kiev, Tehnika Publ., 296 p.
3. Kirievsky, B. & Markowski, E. (1976). Determination of diffusion coefficients of various elements in the layers of metal rubbing. *Abstracts of the 8th All-Union Conference to the physics of strength and plasticity of metals and splovov*. Kuibyshev, pp. 20-21.
4. Markovski, E. & Kirievsky, B. (1974). Changes in the chemical composition of the surface layers of the alloys deformed friction. *Problems friction and iznashivaniya*. No. 6. Kiev Tehnika Publ., pp. 105.
5. Aksenov, A. (1977). *Friction and wear metals in hydrocarbon liquids*. Moscow, Mashinostroyenie Publ., 152 p.
6. Bashev, V. (1974). *Research of reliability of mobile connections, depending on the steel alloying and modes loading*. Abstract of Ph.D. Diss. Kiev, KPI Publ., 24 p.
7. Seleznev, E., Shymchuk, S. & Myskovets, S. (2013). Durability steel supply 45 different series of diesel fuels in the medium. *Science. Education. Right. Management*. No. 2 (1). Pp. 208-217.
8. Savchuk, P., Myskovets, S. (2013). Investigation of physical and mechanical properties of steel and tribotechnical 45 different series of supply. *Proceedings and international internet conference "Problems of durability of materials, surfaces and structures"* September 25, 2013. Vinnytsia, VNTU Publ., pp. 22.
9. Senkevich, A. (2004). *Mathematical modeling of the automated control systems*. Tambov, 44 p.

Герасимчук А. П., Мисковец С. В., Шимчук С. П. Метод математического планирования эксперимента для исследования трибологических свойств стали 45.

Для улучшения производительности научных исследований во многих случаях, в том числе и для прогнозирования трибологических свойств конструкционных материалов, целесообразно использовать метод математического планирования эксперимента. Полученные результаты при определении износостойкости стали 45 в зависимости от концентрации С, Si, и Cr полностью совпали с результатами лабораторного эксперимента. Поэтому, метод математического планирования можно использовать для экспресс-прогнозирования трибологических свойств материалов из которых изготавливают ответственные детали многих высокоточных узлов трения.

Ключевые слова: трибосистемы, трение, легирующие элементы, износостойкость

O. Herasymchuk, S. Myskovets, S. Shymchuk. The method of mathematical planning of the experiment to study the tribological properties of steel 45.

Based on deep analysis of studies of worn surfaces of precision parts and theoretical study of the problem identified and justified relationship between geometric parameters and tribocouple their durability and chemical composition between materials and their tribological properties, particularly between the variability of chemical composition of materials trybosurface within ISO and their durability. Experimentally that depending on series supplies parts are made of steel 45 different chemical composition within ISO, structure, mechanical and physical properties, which has a significant and sometimes dominant influence on their durability, which is important for both manufacturers and for the repair industry.

To improve the performance of research in many cases, including forecasting and tribological properties of structural materials, it is advisable to use the method of mathematical planning experiment. The results obtained in determining the durability of steel 45 depending on the concentration of C, Si, Cr and completely coincided with the results of laboratory experiment. Therefore, the method of mathematical planning can be used to express prediction of tribological properties of which many critical parts are made of high friction.

Keywords: trybosystem, friction, alloying elements, wear

АВТОРИ:

ГЕРАСИМЧУК Олександр Павлович, к.т.н., доцент кафедри «Машини легкої промисловості», Луцький національний технічний університет.

МИСКОВЕЦЬ Сергій Васильович, асистент кафедри матеріалознавства та пластичного формування конструкцій машинобудування, Луцький національний технічний університет.

ШИМЧУК Сергій Петрович, к.т.н., доцент кафедри «Машини легкої промисловості», Луцький національний технічний університет, e-mail: kim.c.p@mail.ru.

AUTHORS:

Olexandr GERASYMCHUK, PhD., Assoc. Professor of Light Industrial Machinery Department, Lutsk National Technical University.

Sergiy MYSKOVETS, Assistant of Materials and Constructions Plastic Forming Mechanical Engineering Department, Lutsk national technical university.

Sergiy SHIMCHUK, PhD., Assoc. Professor of Light Industrial Machinery Department, Lutsk National Technical University, e-mail: kim.c.p@mail.ru.

Стаття надійшла в редакцію 29.08.2015р.