УДК 514.8
UDC 514.8

Пустюльга С.І., Самостян В.Р., Клак Ю.В.
Луцький національний технічний університет

ПОБУДОВА ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОСТОРОВИХ ЗАМКНУТИХ ТРАЄКТОРІЙ ІЗ ЗАДАНИМИ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

У роботі досліджуються процеси формоутворення дискретних моделей замкнутих просторових кривих із врахуванням заданих вихідних вимог до геометрії модельованих об’єктів. Розроблено комплексний параметричних підхід до врахування поставлених геометричних вимог при формуванні образів. Запропоновано математичну модель дискретного формоутворення замкнутих траєкторій із використанням апарату числових послідовностей. Досліджено вплив розподілу складових формоутворюючого навантаження у вузлах модельованих замкнутих об’єктів на параметри їх гладкості. Запропоновано алгоритми переходу від дискретних моделей замкнутих просторових траєкторій до їх неперервних аналогів.

Ключові слова: дискретні моделі, параметричний підхід, замкнуті траєкторії, просторові криві, апарат числових послідовностей, неперервні аналоги дискретних моделей.

Постановка проблеми. При практичній інженерній реалізації траєкторних задач однією із основних вимог є повна відсутність різких змін або стрибків кривини на замкнутих чи не замкнутих плоских криволінійних контурах. Реалізація такої геометричної вимоги до криволінійних траєкторій технічних об’єктів дозволяє, наприклад, мінімізувати турбулентні завихрення в гідро-аеродинаміці, негативні удари та поштовхи при експлуатації різних механічних вузлів і т.і. [1]. Для вирішення такого роду завдань потрібні не просто гладкі плоскі замкнуті лінії, а криві з плавною зміною кривини або з іншими подібними властивостями. Однак використання кривих з неперервною зміною кривини не завжди є можливим через технологічні та алгоритмічні особливості, а застосування сегментів кривих із кусково-неперервною кривиною - не завжди надає можливість досягти ефективного результату [10].

Ще складніша ситуація виникає, якщо модельовані траєкторії є просторовими замкнутими кривими і проектувальнику необхідно контролювати не тільки плавну зміну кривини, а і скруту. Наприклад, задача проектування просторової кільцевої автомобільної дороги на острові-вулкані Aogashima потребує не тільки виконання умови проходження моделі через набір попередньо заданих, реперних точок але і забезпечення плавної зміни кривини та скруту модельованої траєкторії (рис. 1). Тому, для успішної роботи над наведеним проектом, інженери повинні бути обізнаними із різними геометричними характеристиками просторових кривих, уміти їх інтерпретувати та використовувати.

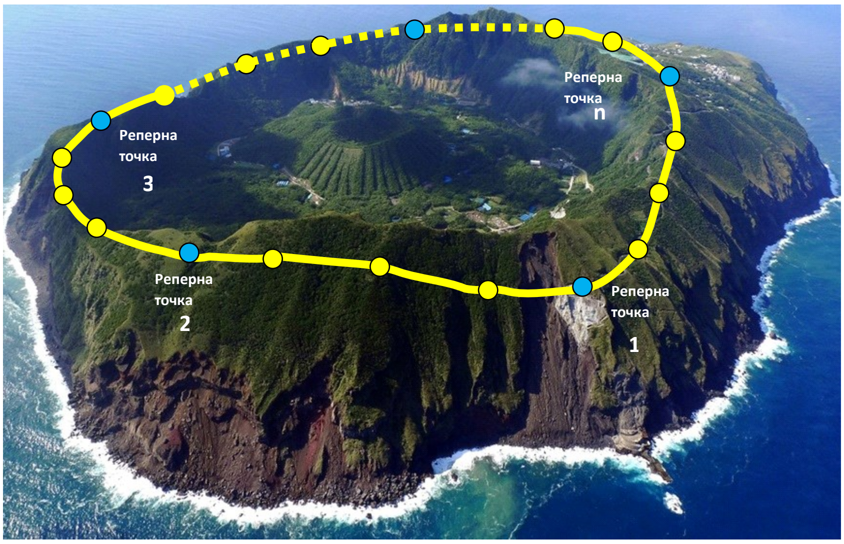

Рис.1. Острів **Aogashima** з вулканом і проект туристичної дороги

Вищеназвані проблеми проектування можуть, у ряді випадків, зняти дискретні методи моделювання замкнутих просторових одновимірних образів із набором заданих геометричних властивостей.

При цьому важливими характеристиками створюваних моделей залишаються: дискретний аналог гладкості утворених точкових множин, наявність особливих точок, орієнтація моделі просторової кривої, значення дискретних аналогів кривини та скруту у вузлах, площа проекції замкнутої області, довжина дискретної моделі ділянки або всієї замкнутої траєкторії і т. і.

Аналіз останніх досліджень. Серед найбільш відомих методів дискретного моделювання геометричних образів довільної розмірності є статико-геометричний метод формування дискретно представлених об'єктів за рахунок дії функціонально заданого формоутворюючого навантаження на вузли моделі [2]. Маючи певні переваги над іншими дискретними методами, статико-геометричний метод, завдяки практично необмеженій кількості вільних параметрів для врахування вихідних умов, зовсім не використовувався для задач моделювання дискретних аналогів просторових замкнутих траєкторій, а тим паче із врахуванням плавної зміни кривини та скруту у вузлах моделі.

Розроблений у роботі [3] метод дискретного моделювання технічних об'єктів за допомогою математичного апарату числових послідовностей, адекватний системам лінійних рівнянь статико-геометричного методу, вирішив низку проблем дискретного формоутворення геометричних образів із рівновагою у вузлах і відкрив можливості ефективного переходу від дискретних моделей до неперервних і навпаки. У наукових працях [4,5,6,7,8,9], за допомогою апарату одновимірних числових послідовностей, були розроблені алгоритми дискретного моделювання кривих із врахуванням функціональної зміни кривини, плоских замкнутих траєкторій за заданими геометричними вимогами, еквідистант до сформованих дискретних моделей кривих. Однак відсутні роботи із розробки алгоритмів дискретного моделювання замкнутих просторових кривих із рівновагою у вузлах формованої моделі за допомогою математичного апарату числових послідовностей. Відтак, розробка підходів та алгоритмів дискретного моделювання просторових кривих такого класу, із врахуванням низки заданих метричних та диференціальних вимог до об'єктів, може суттєво спростити розв'язання цілої низки практичних задач.

Формування цілей роботи. Метою даних досліджень є розробка підходів та алгоритмів дискретного моделювання зрівноважених просторових замкнутих кривих із визначеними метричними та диференціальними властивостями за допомогою математичного апарату числових послідовностей, а також програмна реалізація розроблених алгоритмів в середовищі **Mathcad**.

Основна частина. Відповідно до результатів, отриманих у роботі [8], при дискретному моделюванні плоских одновимірних геометричних об'єктів апаратом числовими послідовностями основним формоутворюючим фактором є множина векторів зовнішнього формоутворюючого навантаження, прикладених до вузлів моделі. Координатні складові формоутворюючого навантаження у багатьох випадках дають можливість прогнозувати динаміку зміни геометрії моделі, виражати метричні та диференціальні характеристики формованого образу через параметри складових навантаження, керувати функцією навантаження на вузли образу у процесі можливих ітерацій.

Дискретне моделювання просторових замкнутих кривих має певні свої особливості. Моделювання проходить по окремим координатним складовим моделі у параметричному вигляді. Для такої інтерпретації процесу дискретного моделювання графіки координатних складових функції навантаження в розрахованих точках моделі, у сукупності, з одного боку забезпечують виконання метричних вимог, а з іншого боку однозначно характеризують ступінь гладкості замкнутої кривої на множині вузлів формованого образу. Якщо всі функції розподілу координатних складових навантаження є дискретними аналогами неперервних функцій то, відповідно до цього, буде забезпечуватись і гладкість кінцевої моделі формованого образу. За наявності стрибків на хоча б одному із графіків навантаження втрачається гладкість між сформованими вузлами модельованої замкнутої кривої, а при наявності стрибків навантаження у вузлах формованої моделі - з'являться точки розривів. Коефіцієнти у функціях розподілу складових навантаження слугують крім того вільними параметрами для врахування практично необмеженої кількості вихідних даних та умов при дискретному моделюванні замкнутих одновимірних образів. Процес дискретного моделювання зрівноважених просторових замкнутих кривих апаратом числових послідовностей можна описати, у параметричному вигляді, наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} x_n = (1-\dfrac{n}{N})x_0 + \dfrac{n}{N}x_N + \dfrac{n}{N}\sum\limits_{v=1}^{N-1}\sum\limits_{s=1}^{v} kP_s^x - \sum\limits_{v=1}^{n-1}\sum\limits_{s=1}^{v} kP_s^x, \\ y_n = (1-\dfrac{n}{N})y_0 + \dfrac{n}{N}y_N + \dfrac{n}{N}\sum\limits_{v=1}^{N-1}\sum\limits_{s=1}^{v} kP_s^y - \sum\limits_{v=1}^{n-1}\sum\limits_{s=1}^{v} kP_s^y, \\ z_n = (1-\dfrac{n}{N})z_0 + \dfrac{n}{N}z_N + \dfrac{n}{N}\sum\limits_{v=1}^{N-1}\sum\limits_{s=1}^{v} kP_s^z - \sum\limits_{v=1}^{n-1}\sum\limits_{s=1}^{v} kP_s^z. \end{cases} \quad (1)$$

де x_0, x_N, y_0, y_N, z_0, z_N - крайові умови,

N - порядковий номер вузла замикання,

kP_s^x, kP_s^y, kP_s^z - складові функціонально розподіленого навантаження у вузлах моделі.

Систему числових послідовностей (1), для спрощення, можна замінити одним рівнянням виду (2) із узагальненою координатною складовою u .

$$u_n = (1-\frac{n}{N})u_0 + \frac{n}{N}u_N + \frac{n}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k \times P_s^u f(s)) - \sum_{v=1}^{n-1}\sum_{s=1}^{v}(k \times P_s^u f(s)) \qquad (2)$$

Система (1) буде у тому випадку представляти просторову чи плоску замкнуту траєкторію, якщо знайдеться такий період μ, на якому при фіксованому значенні n одночасно виконуються умови:

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n+\mu} \\ y_n &= y_{n+\mu} \,. \\ z_n &= z_{n+\mu} \end{aligned} \qquad (3)$$

Якщо елементи таких трьох числових послідовностей (3) представляють собою числові ряди, фіксована множина елементів яких повторюється із певною періодичністю μ, то відповідні числові послідовності називаються періодичними і графічно інтерпретують замкнуті просторові дискретно представлені криві на відповідному проміжку. При цьому для будь-яких n у числових послідовностях (1) необхідне виконання умови (3).

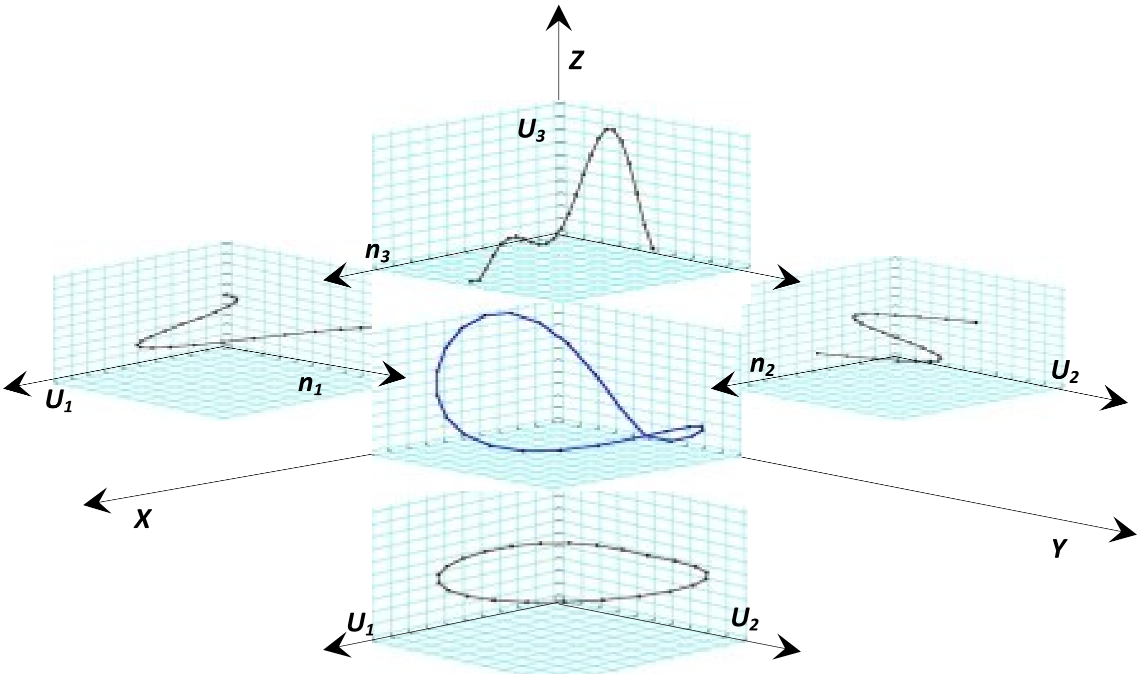

Рис.2. Дискретне моделювання координатних складових просторової

Числові послідовності, певна множина елементів яких на границях циклу повторюються із періодом μ будемо називати циклічними послідовностями. Умовою для таких послідовностей з фіксованими значеннями n та μ є, наприклад:

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n+\mu},\, x_{n-1} = x_{n-1+\mu},\, x_{n+1} = x_{n+1+\mu}.... \\ y_n &= y_{n+\mu},\, y_{n-1} = y_{n-1+\mu},\, y_{n+1} = y_{n+1+\mu}.... \\ z_n &= z_{n+\mu},\, z_{n-1} = z_{n-1+\mu},\, z_{n+1} = z_{n+1+\mu}.... \end{aligned} \qquad (4)$$

Як було зазначено вище, при дискретному моделюванні і плоских, і просторових замкнутих кривих однією із найважливіших геометричних характеристик є дискретний аналог порядку гладкості супровідної ламаної заданого образу, або якщо точніше – гладкості дискретних моделей їхокремих координатних складових (рис. 2).

При моделюванні дискретних аналогів просторових замкнутих гладких кривих можна використовувати властивості порядків центральних різниць у вузлах для визначення “ступеня гладкості” супровідних ламаних, побудованих на отриманих числових рядах. Порядок центральних різниць між членами послідовності або координатами вузлів моделі (з точністю до множника) є дискретним аналогом порядку похідних у визначеній точці кривої.

Дискретне моделювання зрівноважених замкнутих просторових кривих у параметричному вигляді (1) прямо залежить від значень складових зовнішнього формоутворюючого навантаження. Якщо значення складових навантаження у вузлах дискретної моделі для визначених граничних умов мають функціональний розподіл – дискретну модель замкнутої просторової кривої будемо вважати гладкою у всіх точках моделі, у тому числі і в точці замикання. Якщо значення навантаження хоча б однієї із координатних складових будуть мати кусково-функціональний розподіл – дискретна модель просторової кривої буде включати особливі точки. Тому треба звернути увагу на те, що для забезпечення гладкості замкнутої просторової кривої у точці замикання, необхідним є функціональний розподіл всіх координатних складових значень навантаження не тільки між граничними вузлами, але й у самих граничних вузлах.

Відповідно до наведених вище міркувань, при дискретному моделюванні гладкої у точці замикання зрівноваженої замкнутої просторової кривої із n внутрішніми вузлами на проміжку $[0, n+3]$ повинна формуватися система числових послідовностей виду (5), із якої знаходитимуться невідомі параметри моделювання.

$$
\begin{aligned}
&(1-\frac{3}{N})u_0+\frac{3}{N}u_N+\frac{3}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\sum_{v=1}^{3-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=u_r,\\
&(1-\frac{N+2}{N})u_0+\frac{N+2}{N}u_N+\frac{N+2}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\sum_{v=1}^{3-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=u_r,\\
&(1-\frac{\frac{1}{4}(N-1)+3}{N})u_0+\frac{\frac{1}{4}(N-1)+3}{N}u_N+\frac{\frac{1}{4}(N-1)+3}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\\
&\sum_{v=1}^{\frac{1}{4}(N-1)+3-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=u_k,\\
&(1-\frac{\frac{2}{4}(N-1)+3}{N})u_0+\frac{\frac{2}{4}(N-1)+3}{N}u_N+\frac{\frac{2}{4}(N-1)+3}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\\
&\sum_{v=1}^{\frac{2}{4}(N-1)+3-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=u_t,\\
&(1-\frac{\frac{3}{4}(N-1)+3}{N})u_0+\frac{\frac{3}{4}(N-1)+3}{N}u_N+\frac{\frac{3}{4}(N-1)+3}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\\
&\sum_{v=1}^{\frac{3}{4}(N-1)+3-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=u_w,\\
&(1-\frac{2}{N})u_0+\frac{2}{N}u_N+\frac{2}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\sum_{v=1}^{2-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=\\
&(1-\frac{N+1}{N})u_0+\frac{N+1}{N}u_N+\frac{N+1}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\sum_{v=1}^{N}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s)),\\
&(1-\frac{4}{N})u_0+\frac{4}{N}u_N+\frac{4}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\sum_{v=1}^{4-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))=\\
&(1-\frac{N+3}{N})u_0+\frac{N+3}{N}u_N+\frac{N+3}{N}\sum_{v=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))-\sum_{v=1}^{N+2}\sum_{s=1}^{v}(k\times P_s^u f(s))
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

де u_0, u_N - узагальнені координати крайових умов,

u_r - узагальнені координати граничних умов,

u_k, u_t, u_w і т. д. - узагальнені координати реперних точок,

N - порядковий номер вузла замикання,

$k \times P_s^u f(s)$ - координатні складові функціонально розподіленого навантаження у вузлах моделі.

Система лінійних рівнянь (5) включає: сукупність рівнянь координатних складових, що відповідають за замкнутість просторової моделі кривої, множину рівнянь, що забезпечують проходження кривої через визначені реперні точки, множину рівнянь, що забезпечують диференціальні характеристики, тобто порядок гладкості у вузлах модельованого образу. Розв'язком системи (5) будуть визначені коефіцієнти рівнянь системи (1) для побудови дискретної моделі зрівноваженої замкнутої просторової кривої.

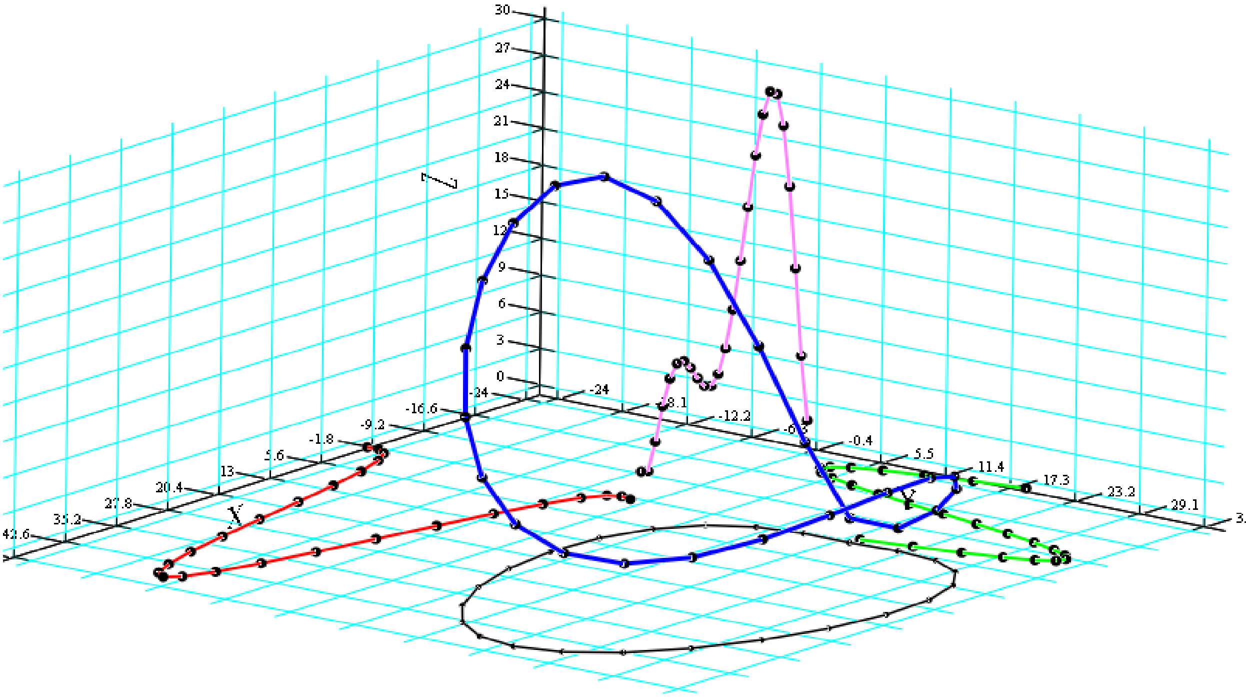

Рис.3. Параметричне представлення процесу дискретного моделювання гладкої просторової

Параметричний аналіз на сумісність системи рівнянь (5) дає можливість ефективно підібрати порядок функцій розподілу навантаження у вузлах дискретної моделі для кожної із координатних складових, керуючи якими можна в динаміці змінювати геометричні характеристики формованих образів, а відтак і кінцевої дискретної моделі замкнутої просторової кривої (рис.3).

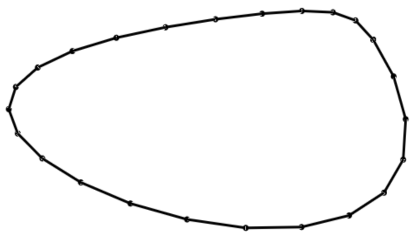

Рис.4. Приклад розрахункової моделі осі туристичної дороги для острова **Aogashima**

При дискретному моделюванні просторових замкнутих траєкторій числовими послідовностями слід особливо відмітити, що розміри системи рівнянь (5) зовсім не пов'язані із кількістю внутрішніх вузлів для формування образу.

Розроблена модель векторного представлення навантаження у вузлах дає всі можливості для динамічного коригування геометрії дискретної моделі гладкої просторової кривої, забезпечує можливість врахування заданої довжини просторової кривої, визначати дискретні аналоги кривини та скруту у вузлах моделі, а також дозволяє швидко проводити згущення вузлів, при заміні дискретних змінних на неперервні - переходити до неперервних аналогів модельованих кривих, тощо. Приклад побудови дискретної розрахункової моделі замкнутої гладкої просторової кривої відповідно умов (рис.1) наведено на рис. 4.

Висновки. У роботі запропоновано спосіб формоутворення дискретних моделей замкнутих просторових кривих із врахуванням заданих вихідних вимог до геометрії модельованих об'єктів.

Розроблено комплексний параметричних підхід до врахування поставлених геометричних вимог при формуванні образів. Запропоновано математичну модель дискретного формоутворення просторових замкнутих траєкторій із використанням апарату числових послідовностей. Досліджено вплив розподілу складових формоутворюючого навантаження у вузлах модельованих об'єктів на параметри їх гладкості. Запропоновано алгоритми переходу від дискретних моделей замкнутих просторових траєкторій до їх неперервних аналогів.

1. Лигун А. Асимптотические методы восстановления кривых / А. Лигун, А. Шумейко ; Институт математики - Киев, 1997. – 357 с.

2. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций. Дисс. докт. техн. наук: 05.01.01 / Ковалев Сергей Николаевич ; – Москва, 1986. – 348 с.

3. Пустюльга С.І. Дискретне визначення геометричних об'єктів числовими послідовностями. Дис. докт. техн. наук. 05.01.01. / Пустюльга Сергій Іванович ; Київ: КНУБА, 2006. – 320с.

4. Пустюльга С.І. Дискретне моделювання одновимірних образів на рівномірній сітці за заданою функцією розподілу кривини / С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Зб. наук. пр. - К., 2007. - Вип. 78. – С. 58-63.

5. Пустюльга С.І. Дискретне геометричне моделювання зрівноважених замкнутих кривих числовими послідовностями / С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Зб. наук. пр. - К., 2011. - Вип. 87. – С. 314-319.

6. Пустюльга С.І. Дискретне геометричне моделювання зрівноважених замкнутих кривих числовими послідовностями / С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян, Ю.В. Клак, А.А. Хомич // Наукові нотатки ЛНТУ. – Луцьк: ЛНТУ, 2011. - Вип.31. - С. 295-298.

7. Пустюльга С.І. Дискретне векторне формування моделей еквідистантних кривих / С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян, А.А. Хомич // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Зб. наук. пр. - К., 2012. - Вип. 90. – С. 281-285.

8. Пустюльга С.І. Формування дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих за заданими вимогами математичним апаратом числових послідовностей / С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян, А.А. Хомич // Наукові нотатки ЛНТУ. – Луцьк: ЛНТУ, 2013. - Вип. 41. - С. 144-147.

9. Пустюльга С.І. Дискретне формування еквідистант до моделей замкнутих кривих апаратом числових послідовностей / С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян, А.А. Хомич // Наукові нотатки ЛНТУ. – Луцьк: ЛНТУ, 2014. - Вип. 44. - С. 227-232.

10. Малоземов В.Н. Избранные главы дискретного гармонического анализа и геометрического моделирования / В.Н. Малоземов // Санкт-Петербургский государственный университет., 2009. – 584с.

REFERENCES

1. Ligun A. Asimptoticheskie metody vosstanovleniya krivyh / A. Ligun, A. Shumejko ; Institut matematiki - Kiev, 1997. – 357 s.

2. Kovalev S.N. Formirovanie diskretnyh modelej poverhnostej prostranstvennyh arhitekturnyh konstrukcij. Diss. dokt. tekhn. nauk: 05.01.01 / Kovalev Sergej Nikolaevich ; – Moskva, 1986. – 348 s.

3. Pustyul'ga S.I. Diskretne viznachennya geometrichnih ob'ektiv chislovimi poslidovnostyami. Dis. dokt. tekhn. nauk. 05.01.01. / Pustyul'ga Sergij Ivanovich ; Kiïv: KNUBA, 2006. – 320s.

4. Pustyul'ga S.I. Diskretne modelyuvannya odnovimirnih obraziv na rivnomirnij sitci za zadanoyu funkciєyu rozpodilu krivini / S.I. Pustyul'ga, V.R. Samostyan // Prikladna geometriya ta inzhenerna grafika: Zb. nauk. pr. - K., 2007. - Vip. 78. – S. 58-63.

5. Pustyul'ga S.I. Diskretne geometrichne modelyuvannya zrivnovazhenih zamknutih krivih chislovimi poslidovnostyami / S.I. Pustyul'ga, V.R. Samostyan // Prikladna geometriya ta inzhenerna grafika: Zb. nauk. pr. - K., 2011. - Vip. 87. – S. 314-319.

6. Pustyul'ga S.I. Diskretne geometrichne modelyuvannya zrivnovazhenih zamknutih krivih chislovimi poslidovnostyami / S.I. Pustyul'ga, V.R. Samostyan, YU.V. Klak, A.A. Homich // Naukovi notatki LNTU. – Luc'k: LNTU, 2011. - Vip.31. - S. 295-298.

7. Pustyul'ga S.I. Diskretne vektorne formuvannya modelej ekvidistantnih krivih / S.I. Pustyul'ga, V.R. Samostyan, A.A. Homich // Prikladna geometriya ta inzhenerna grafika: Zb. nauk. pr. - K., 2012. - Vip. 90. – S. 281-285.

8. Pustyul'ga S.I. Formuvannya diskretnih modelej zrivnovazhenih zamknutih krivih za zadanimi vimogami matematichnim aparatom chislovih poslidovnostej / S.I. Pustyul'ga, V.R. Samostyan, A.A. Homich // Naukovi notatki LNTU. – Luc'k: LNTU, 2013. - Vip. 41. - S. 144-147.

9. Pustyul'ga S.I. Diskretne formuvannya ekvidistant do modelej zamknutih krivih aparatom chislovih poslidovnostej / S.I. Pustyul'ga, V.R. Samostyan, A.A. Homich // Naukovi notatki LNTU. – Luc'k: LNTU, 2014. - Vip. 44. - S. 227-232.

10. Malozemov V.N. Izbrannye glavy diskretnogo garmonicheskogo analiza i geometricheskogo modelirovaniya / V.N. Malozemov // Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet., 2009. – 584s.

Пустюльга С.И., Самостян В.Р., Клак Ю.В. **Построение дискретных моделей пространственных замкнутых траекторий с заданными геометрическими свойствами.**

В работе исследуются процессы формообразования дискретных моделей замкнутых пространственных кривых с учетом заданных исходных требований к геометрии моделируемых объектов. Разработан комплексный параметрический подход к учету поставленных геометрических требований при формировании образов. Предложена математическая модель дискретного формообразования замкнутых траекторий с использованием аппарата числовых последовательностей. Исследовано влияние распределения составляющих формообразующей нагрузки в узлах моделируемых объектов на параметры их гладкости. Предложены алгоритмы перехода от дискретных моделей замкнутых пространственных траекторий к их непрерывным аналогам.

Ключевые слова: дискретные модели, параметрический подход, замкнутые траектории, пространственные кривые, аппарат числовых последовательностей, непрерывные аналоги дискретных моделей.

S. Pustiulha, V. Samostian, Yu. Klak. **Construction of discrete models of spatial closed trajectories with given geometric properties.**

In the paper, the processes of formation of discrete models of closed spatial curves are investigated with allowance for given initial requirements to the geometry of the objects being modeled. The complex parametric approach to the account of the put geometrical requirements at formation of images is developed. A mathematical model of discrete formation of closed trajectories using the apparatus of numerical sequences is proposed. The influence of the distribution of the components of the forming load in the nodes of the simulated objects on the parameters of their smoothness is investigated. Algorithms of transition from discrete models of closed spatial trajectories to their continuous analogues are proposed.

Keywords: discrete models, parametric approach, closed trajectories, spatial curves, the apparatus of numerical sequences, continuous analogues of discrete models.

АВТОРИ:

ПУСТЮЛЬГА Сергій Іванович, доктор технічних наук, професор кафедри інженерної та комп’ютерної графіки, декан МБФ, Луцький національний технічний університет e-mail: mbf.dec@mail.ru.

САМОСТЯН Віктор Русланович, кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної та комп’ютерної графіки, Луцький національний технічний університет e-mail: cvmbf@ukr.net.

КЛАК Юрій Володимирович, асистент кафедри інженерної та комп’ютерної графіки, Луцький національний технічний університет e-mail: uklak@i.ua

АВТОРЫ:

ПУСТЮЛЬГА Сергей Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры инженерной и компьютерной графики, декан МСФ, Луцкий национальный технический университет e-mail: mbf.dec@mail.ru

САМОСТЯН Виктор Русланович, кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной и компьютерной графики, Луцкий национальный технический университет e-mail: cvmbf@ukr.net.

КЛАК Юрий Владимирович, асистент кафедры инженерной и компьютерной графики, Луцкий национальный технический университет e-mail: uklak@i.ua

AUTHORS:

Serhii PUSTIULHA, Doctor of Technical Sciences, Professor of Engineering and Computer Graphics department, Dean of MBF, Lutsk National Technical University e-mail: mbf.dec@mail.ru

Viktor SAMOSTIAN, Ph.D in Engeneering, associate professor of engineering and computer graphics department, Lutsk National Technical University e-mail: cvmbf@ukr.net.

Yuri KLAK, assistant of engineering and computer graphics department, Lutsk National Technical University e-mail: uklak@i.ua

Стаття надійшла в редакцію 30.04.2017 р.