УДК 625.72

Гайдукевич В.А.

ДО ПИТАННЯ ПРО ТЕОРІЮ ДОРОЖНЬОГО СЕРЕДОВИЩА

К ВОПРОСУ О ТЕОРИИ ДОРОЖНОЙ СРЕДЫ

Дорожні умови по довжині дороги змінюються по всіх складових параметрах: кількості інформаційних елементів, зонам їх концентрації. динаміці надходження, архітектурно-ландшафтних параметрах, таких як форма, ландшафт, ритм, колір тощо. Намагання врахувати дію кожного з параметрів є дуже складним завданням, а часом і неможливим. Тому доцільно розглянути можливість використання інтегрального показника стану дорожнього середовища з метою його комплексної оцінки.

Рівень "якості" дорожнього середовища, тобто його відповідність і впорядкованість, що створює відгук оптимальних психофізіологічних параметрів водія в процесі руху по дорозі, може бути керованим. Його можна представити як нормований вектор $\theta = (x_1, x_2, ..., x_r)$. Рівень "якості" буде належати деякій r-мірній множині Ω.

Інтегральний показник запишемо виразом $I = \sum_{j=1}^{r} a_j \cdot x_j$, де $0 < a_j < 1$ та $\sum_{j=1}^{r} a_j = 1$.

Тобто він являє собою випуклу лінійну комбінацію нормованих значень x_j - параметрів інформаційних елементів, що характеризують стан дорожнього середовища. А вплив окремих параметрів елементів на водія (a_j) потрібно визначати експериментальним шляхом, аналізуючи динаміку змін відомих фізіологічних показників водія [1].

На існуючих дорогах, де дорожнє середовище не було об'єктом цілеспрямованого проектування, параметри дорожнього середовища є незалежними випадковими перемінними з неперервними розподілами, що визначаються в інтервалі [0, 1]. Розподіл вірогідності сприйняття кожної випадкової перемінної $x_j(j=1,2,...,r)$ залежить від "якості" дорожнього середовища, тобто його структурної впорядкованості по впливу інформаційних елементів на водія.

Позначимо функції щільності умовних розподілів перемінних $x_j(1,2,...,r)$ таким чином:

$$f_1^{I}(x_1|\theta\in\Omega_1),...,f_r^{I}(x_r|\theta\in\Omega_1);$$

$$f_1^{II}(x_1|\theta\in\Omega_2),...,f_r^{II}(x_r|\theta\in\Omega_2);$$

$$f_1^{III}(x_1|\theta\in\Omega_3),...,f_r^{III}(x_r|\theta\in\Omega_3).$$

$$f_1^{i}(x_1|\theta\in\Omega_i),...,f_r^{i}(x_r|\theta\in\Omega_i).$$

Визначення цих умовних розподілів можливо в результаті обробки результатів статистичного експерименту з використанням пересувної психофізіологічної лабораторії, що дозволяє фіксувати, в процесі руху автомобіля по ділянці дороги, кількість інформаційних елементів, їх координати відносно осі руху, частоту фіксації елемента, тривалість фіксацій і, одночасно, кореляцію параметрів зору з такими фізіологічними характеристиками як шкіряно-гальванічна реакція, пульс, пневмограма та динаміка зміни діаметра зіниці водія. Така пересувна психофізіологічна лабораторія створена на кафедрі автомобільних доріг Національного університету водного господарства та природокористування.

В процесі експерименту визначалося до якого типу архітектурно-ландшафтного басейну належить спостережений у виборці вектор $\theta=(x_1,x_2,...,x_r)$, при заданій швидкості руху автомобіля. Потім для кожного типу басейну знаходилися умовні розподіли вірогідностей сприйняття інформації елементів середовища.

Розглянемо два типи умовних розподілів, що найбільш характерні: усічене нормальне та бета-розподіл.

Бета-розподіл з функцією щільності. що має вигляд

$$f(x)=\frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\cdot\Gamma(q)}x^{p-1}(1-x)^{q-1} \text{ при } 0<x<1,\quad p>0,\ q>0,$$

передбачає достатнім знаходження параметрів (p та q) на основі одержаної вибірки, для визначення функції щільності розподілу. Ці параметри можливо оцінити за допомогою математичного очікування та дисперсії або моди.

Для бета-розподілу математичне очікування запишеться $E(X)=\dfrac{p}{p+q}$, а дисперсія

$$D^2(X)=\frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}.$$

Якщо $p>1$ та $q>1$, то існує єдина мода цього розподілу, що визначається формулою $M=\dfrac{p-1}{p+q-2}$.

Маючи велику вибірку оцінюємо математичне очікування $E(X)$ дисперсію $D^2(X)$ або моду (M).

Знаючи два з цих параметрів. можливо визначити параметри p та q бета-розподілу.

Проілюструємо сказане на прикладі.

Нехай, для параметра інформаційного елемента середовища (x_j) гістограма, що одержана на основі великої вибірки, вказує на одно-модальний бета-розподіл з параметрами $p>1$ та $q>1$ для $\theta\in\Omega_2$. На основі цієї вибірки одержані значення $E(X)=\frac{1}{2}$ та $D^2(X)=\frac{1}{20}$.

Вирішуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{p}{p+q}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}=\dfrac{1}{20} \end{cases}$$

і одержуємо значення ($p=2$ та $q=2$) параметрів бета-розподілу. Тобто, функція щільності умовного розподілу перемінної x_j при умові $\theta\in\Omega_2$ (рівень "якості" дорожнього середовища), має вигляд

$$f^{II}(x_j)\big|\theta\in\Omega_2=\frac{\Gamma(4)}{\Gamma(2)\cdot\Gamma(2)}x_j(1-x_j)=6x_j(1-x_j)=-6x_j^2+6x_j$$

при $0<x_j<1$.

Ми одержали параболу, що має максимум при $x_j=\frac{1}{2}$.

Інтервал значень інтегрального показника (I) дорожнього середовища позначимо $A=[0,1]$, тобто $I\in A$. Інтервал $A=A_1+A_2+A_3$. Інтервал A_1 - така множність значень *I*, де ($I\in A_1$), що дозволяє зробити висновок про повну відповідність і впорядкованість (створену або випадкову) дорожнього середовища на ділянці дороги. Якщо $I\in A_2$ - стан часткової невідповідності, а $I\in A_3$ - повна невідповідність і невпорядкованість середовища.

Крім задачі оцінки стану дорожнього середовища на існуючих дорогах, існує задача проектування середовища на дорогах, що проектуються, або реконструюються. Потрібно задавати параметри дорожнього середовища з метою пошуку оптимальної функції рішення, тобто окремі функції рішення $d \in D$ будуть відрізнятися значеннями (a_j), що виконують роль ваги в інтегральному показнику "якості". Інакше, пошук оптимальної функції рішення по середовищу означає вибір та призначення оптимальних, по впливу на водія, величин параметрів інформаційних елементів.

Зауважимо. що інтегральний показник "якості" (І) є випуклою лінійною комбінацією випадкових перемінних (x_j), і сам є перемінною з розділом в інтервалі [0,1], що залежить від належності вектора θ до однієї із множин $\Omega_1, \Omega_2,$ або Ω_3. Тобто функція втрат $L(\theta, I)$ також буде випадковою перемінною, математичне очікування якої або функція ризику для даної системи ваги (a_j) (для даної функції рішення (d)) має вигляд

$$R(\theta, d) = EL(\theta, J) = \int_A L(\theta, J) dF(I|\theta),$$

де $F(I|\theta)$ - функція умовного розподілу перемінної (I), що визначається по умовних розподілах (x_j) при умові $\theta \in \Omega_i$ для $i = 1, 2, 3$.

Розглянемо задачу практичного визначення функції ризику $R(\theta, d)$. З врахуванням прийнятого визначення функції втрат, функція ризику буде різною для кожного з трьох випадків $\theta \in \Omega_i$ $(i = 1, 2, 3)$, а саме:

для

$$\theta \in \Omega_1 : R^I(\theta, d) = (c_1 - c_2) P\{I \in A_2 | \theta \in \Omega_1\} + (c_1 - c_3) P\{I \in A_3 | \theta \in \Omega_1\};$$

для

$$\theta \in \Omega_2 : R^{II}(\theta, d) = k_1 \cdot P\{I \in A_1 | \theta \in \Omega_2\} + (c_2 - c_3) P\{I \in A_3 | \theta \in \Omega_2\};$$

для

$$\theta \in \Omega_3 : R^{III}(\theta, d) = k_2 \cdot P\{I \in A_1 | \theta \in \Omega_3\} + k_3 \cdot P\{I \in A_2 | \theta \in \Omega_3\}.$$

Тобто, для визначення функцій ризику потрібно знати вірогідності $P\{I \in A_i | \theta \in \Omega_k\}$ для $i \neq k = 1, 2, 3$. Це означає, що потрібно знайти умовні розподіли вірогідностей, що визначаються трьома функціями щільності:

$$f^{I}(I|\theta \in \Omega_1),\ f^{II}(I|\theta \in \Omega_2),\ f^{III}(I|\theta \in \Omega_3).$$

Зробити це можливо з допомогою відповідної трансформації сумарного розподілу перемінних $(x_1, x_2, \ldots x_r)$, використовуючи їх незалежність, або за допомогою характеристичної функції розподілу вірогідностей. З теорії вірогідностей відомо [2], що кожному розподілу вірогідностей випадкової перемінної (x) відповідає характеристична функція

$$\varphi_x(t) = Ee^{itX} = \int_X e^{itx} dF(x).$$

Характеристична функція $\varphi_x(t)$ має дві важливі властивості:

$$\varphi_a X(t) = \varphi_X(at) \qquad \text{та} \qquad \varphi_{\sum_{j=1}^{r} x}(t) = \prod_{j=1}^{r} \varphi_{x_j}(t),$$

якщо $X_j(j = 1,3,\ldots,r)$ незалежні.

В результаті статичного експерименту визначаємо розподіл незалежних випадкових перемінних $X_j(j = 1, 2, 3,\ldots,r)$ та пов'язані з ними характеристичні функції $\varphi_x(t)$. Тоді можливо визначити характеристичну функцію розподілу випадкової перемінної як інтегральний показник середовища $J = \sum_{j=1}^{r} a_j x_j$ у вигляді

$$\varphi_{J(t)=}\varphi_{\sum_{j=1}^{r} a_j x_j}(t) = \prod_{j=1}^{r} \varphi_{a_j x_j}(t) = \prod_{j=1}^{r} \varphi_{x_j}(a_j t).$$

Шукаючи умовні розподіли перемінної $J = \sum_{j=1}^{r} a_j x_j$ для трьох умов: $\theta \in \Omega_i(i = 1,2,3)$, у виразі $\varphi_J(t)$ потрібно врахувати характеристичні функції $\varphi_{x_j}(t)$ також для умовних розподілів перемінних x_j. Одержана характеристична функція $\varphi_J(t)$ розподілу випадкової перемінної $J=\sum_{j=1}^{r} a_j x_j$ буде функцією ваги a_j для $j = 1, 2, 3,...,r$. Цій характеристичній функції $\varphi_J(t)$ відповідає функція щільності розподілу перемінної J, що визначається формулою

$$f(J) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itJ}\cdot\varphi_J(t)dt .$$

Цим способом можливо знайти три умовні функції щільності: $f^{I}(J\,|\,\theta\in\Omega_1)$, $f^{II}(J\,|\,\theta\in\Omega_2)$, $f^{III}(J\,|\,\theta\in\Omega_3)$, знання яких дозволяє знайти умовні вірогідності $P\{J\in A_i\,|\,\theta\in\Omega_k\}$ для $i\neq k = 1,2,3$, що потрібні для визначення функції ризику $R^{I}(\theta,d)$, $R^{II}(\theta,d)$, $R^{III}(\theta,d)$.

Наприклад, $P\{J\in A_2\,|\,\theta\in\Omega_1\} = \int_{A_2} f^{I}(J\,|\,\theta\in\Omega_1)dJ$.

Після визначення функції ризику можна вибрати оптимальну функцію рішення $d\in D$, інакше, вибрати оптимальну систему ваги a_j, $j = 1, 2, 3,...,r$, тобто значень параметрів елементів середовища, що визначають інтегральний показник "якості" дорожнього середовища $J=\sum_{j=1}^{r} a_j x_j$.

Враховуючи безперервність змін дорожніх умов, відповідно, інтегрального показника J, оптимальною функцією рішення можна вважати байєсовську функцію. Для її визначення потрібно знати апріорний розподіл стану середовища. Це буде дискретний розподіл вірогідностей, що відповідає трьом рівням стану дорожнього середовища: повна відповідність і впорядкованість, часткова відповідність та невідповідність. Експериментально визначається до якої з r- мірних множин $\Omega_1,\Omega_2,\Omega_3$, належить вектор

$\theta=(x_1,x_2,...,x_r)$, що спостерігається у виборці та визначаються вірогідності:

$$P\{\theta\in\Omega_1\}=p_1;$$

$$P\{\theta\in\Omega_2\}=p_2;$$

$$P\{\theta\in\Omega_3\}=p_3.$$

Приймаючи цей розподіл як апріорний, можна визначити байєсовський ризик $r(\xi,d)$:

$$r(\xi,d)=ER(\theta,d)=R^I(\theta,d)\cdot p_1+R^{II}(\theta,d)\cdot p_2+R^{III}(\theta,d)\cdot p_3.$$

Підставивши цей вираз функції ризику, одержимо остаточну формулу байєсовського ризику:

$$r(\xi,d)=p_1(c_1-c_2)\int_{A_2}f^I(J|\theta\in\Omega_1)dJ+p_1(c_1-c_3)\times\int_{A_3}f^I(J|\theta\in\Omega_1)dJ+$$
$$+p_2k_1\int_{A_1}f^{II}(J|\theta\in\Omega_2)dJ+p_2(c_2-c_3)\int_{A_3}f^{II}(J|\theta\in\Omega_2)dJ+$$
$$+p_3k_2\int_{A_1}f^{III}(J|\theta\in\Omega_3)dJ+p_3k_3\int_{A_2}f^{III}(J|\theta\in\Omega_3)dJ.$$

Одержаний байєсовський ризик буде функцією ваги значень (a_j), так як підінтегральні умовні функції щільності розподілу перемінної J залежать від (a_j) для $j=1,2,3,...,r$.

Оптимальну, тобто нерандомізовану байєсовську функцію рішення (d_0), що об'єктивно визначає вагу (a_j) в інтегральному показнику якості середовища $J=\sum_{j=1}^{r}a_jx_j$, шукають мінімізуючи байєсовський ризик відносно $a_1,a_2,...,a_r$.

Враховуючи умову $\sum_{j=1}^{r} a_j = 1$, мінімізацію байєсовського ризику можна здійснити з допомогою множників Лагранжа.

Одержана байєсовська функція рішень (d_0) з врахуванням розподілу $\xi = (p_1, p_2, p_3)$ визначає найкраще значення інтегрального показника "якості" $J = \sum_{j=1}^{r} a_j x_j$, тобто дає такий оптимальний набір значень (a_j) для окремих параметрів інформаційних елементів середовища, що забезпечується повна відповідність і впорядкованість дорожнього середовища по довжині кожного типу архітектурно-ландшафтного басейну (про типи басейнів див. в роботі [3]).

Послідовність дій, необхідних для визначення інтегрального показника (J) наведена на рис.1.

Запропонований інтегральний показник (J) для оцінки "якості" дорожнього середовища може бути визначений в результаті статичного експерименту, що дозволить знайти відповідні умовні (розподіли нормованих значень x_j.

Висновки

1. Аналіз впорядкованості дорожнього середовища має виконуватись в межах кожного типового архітектурно-ландшафтного басейну по довжині дороги.

2. Вплив окремих елементів на водія потрібно визначати експериментальним шляхом, аналізуючи динаміку змін фізіологічних показників водія.

3. Врахування дії параметрів інформаційних елементів дорожнього середовища є дуже складним процесом і часом неможливим, тому доцільно використовувати інтегральний показник стану дорожнього середовища.

Блок-схема операцій

Визначення кількості інформаційних елементів $j = 1, 2, 3, ..., r$ в типовій ділянці дороги

↓

Визначення граничних інтервалів параметрів інформаційних елементів середовища a_j, b_j

↓

Визначення множностей $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ та A_1, A_2, A_3

↓

Оцінка функції втрат $L(\theta, J)$

↓

Проведення попереднього експерименту та розподіл результатів вибірки

↓

Оцінка апріорного розподілу ξ. Пошук умовних розподілів $f(x_i | \theta)$

↓

Пошук умовних розподілів $f(J | \theta)$

↓

Підрахунок байєсовського ризику $r = (\xi, d)$

↓

Мінімізація байєсовського ризику відносно ваги значень a_j

↓

Знаходження та оцінка інтегрального показника

$$J = \sum_{j=1}^{r} a_j x_j$$

4. Враховуючи безперервність змін дорожніх умов, відповідно інтегрального показника J, оптимальною функцією рішення можна вважати байєсовську функцію

Література

1. Е.М. Лобанов. Проектирование дорог и организация движения с учетом психофизиологии водителя. - М.: Транспорт, 1980. - 311 с.

2. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. / Под ред. В.С. Королюка. Киев. 1978.

3. В.А. Гайдукевич. До питання про побудову композиції дорожнього середовища. / Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Вип. 56. 1998р., с. 140-145.