УДК 625.7/8:614.7

Белятынский А.А., Селеванов С.Е., Угненко Е.Б.

МЕТОД ОЦЕНКИ ТРАССЫ ПРИ РЕКОНСТРУКЦИИ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

При реконструкции автомобильных дорог существенное внимание уделяется корректировке трассы, как в плане, так и в продольном профиле. В связи с этим, целесообразно разработать критерии количественной оценки трассы. В качестве такого критерия следует принять параметры, характеризующие дорожные условия, элементы плана и продольного профиля с учетом экологических показателей, которые обозначаются специальным параметром трассы P:

$$P=f\left(P_{дор.}, P_{экол.} \right), \quad (1)$$

где $P_{дор.}$ - параметр, характеризующий основные дорожные условия (эксплуатационные показатели и геометрические параметры автомобильных дорог);

$P_{экол.}$ - параметр, учитывающий экологические показатели.

Для оценки экологической обстановки на автомобильной дороге предлагается обобщенный экологический параметр $P_{экол.}$, который вычисляется следующим образом:

$$P_{экол.} = \sum_{i=1}^{n} \frac{g_i}{g_{i_{норм.}}}, \quad (2)$$

где g_i - уровень параметрического, ингредиентного загрязнения по i-му фактору;

$g_{i_{норм.}}$ - нормативное значение параметрического, ингредиентного загрязнения.

Параметр $P_{экол.}$ вычисляется суммированием по каждому возможному виду загрязнения, как ингредиентному, так и параметрическому. Если вредный фактор не превышает допустимого значения, то на величину $P_{экол.}$ он влияния не оказывает. Необходимое условие:

$$P_{экол.} \le 1$$

Если $P_{экол.} = 1$, экологическая обстановка является благоприятной. Если $P_{экол.} > 1$, обстановка не благоприятна [1-2].

Удобство предлагаемого параметра состоит в его безразмерности и в учете всех возможных факторов.

Экологическая обстановка на автомобильной дороге определяется различными факторами. Часть этих факторов, связанных с самой дорогой, можно разделить на три группы: подъемы, спуски, повороты (геометрические параметры); ровность S_p и коэффициент сцепления φ (эксплуатационные показатели автомобильной дороги) и объекты, не связанные с первыми двумя группами, но вынуждающие снижать скорость движения или делать остановки: населенные пункты, светофоры, железнодорожные переезды, пересечения с дорогами более высокой категории (локальные объекты).

Все связанные с дорогой факторы, определяющие экологическую обстановку, целесообразно объединить в один обобщенный параметр $P_{дор.}$, который будет функцией трех групп характеристик:

$$P_{дор.} = f\left(P_1, P_2, P_3\right), \qquad (3)$$

где P_1 - показатель геометрических параметров;

P_2 - обобщенный эксплуатационный показатель;

P_3 - показатель влияния локальных объектов.

Автомобильная дорога может быть представлена как пространственная кривая. Эту кривую удобно задать в параметрическом виде:

$$x = x(s), y = y(s), z = z(s), \quad (4)$$

где s - расстояние от исходной точки трассы.

Обобщенный параметр $P_{дор.}$ является величиной, зависящей от координаты s, поскольку геометрические параметры и эксплуатационные показатели автомобильных дорог, а также наличие локальных объектов меняются по всей длине трассы с течением времени [3-4]. Обобщенный дорожный параметр $P_{дор.}$ можно представить как вектор с компонентами P_1, P_2 и P_3. Тогда:

$$P_{дор.} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} \quad . \quad (5)$$

Графически $P_{дор.}$ можно представить как диагональ параллелепипеда, сторонами которого являются показатели P_1, P_2 и P_3 (рис. 1).

Представление автомобильной дороги как пространственной кривой позволяет аналитически определить величину уклонов и кривизны трассы.

Поскольку пространственная кривая, представляющая автомобильную дорогу, является гладкой линией, она будет регулярной кривой, т.е. дважды дифференцируемой. Параметрическое задание

кривой уравнением (4) эквивалентно заданию ее с помощью одного векторного уравнения.

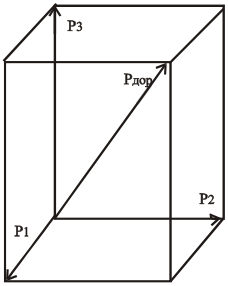

Рисунок 1 - Векторное представление обобщенного показателя $P_{дор.}$

$$r = r(s) = x(s)e_1 + y(s)e_2 + z(s)e_3, \qquad (6)$$

где e_1, e_2, e_3 - единичные векторы, имеющие направление координатных осей x, y, z.

Величина кривизны дороги определяется как вторая производная от вектора r по параметру s:

$$k = \left| r''(s) \right| . \qquad (7)$$

На участках дороги, где отсутствуют повороты, пространственная кривая становится плоской кривой $y = y(x)$, кривизна в продольном направлении может быть определена через первую и вторую производную по зависимости:

$$k = \frac{y''}{\left(1 + y'^2\right)^{\frac{3}{2}}} . \qquad (8)$$

Если модуль кривизны $|k|$ превышает некоторое пороговое значение, выброс автомобилем вредных веществ увеличивается.

Снижение скорости на спусках и подъемах, даже в том случае, когда работа двигателя происходит при достаточно полном сгорании топлива, также приводит к увеличению выбросов вредных веществ на единицу длины дороги [5].

Показатели P_1 и P_2 являются непрерывными функциями от s:

$$P_1 = P_1(s); \quad P_2 = P_2(s). \tag{9}$$

Показатель P_3 может быть выражен через δ - функцию:

$$P_3(s) = A_m \delta(s - s_m), \tag{10}$$

где A_m - уровень загрязнения на m-ом локальном объекте;

s_m - расстояние до m-го локального объекта от начала трассы.

В дальнейших теоретических исследованиях функциональной зависимости $P = f(P_{дор.}, P_{экол.})$ принимаем, что параметр $P_{дор.}$ характеризуется величиной S^2, а параметр $P_{экол.}$ характеризуется величиной $1 - S^2$.

Тогда:

$$P = \sqrt{S^4 P_{дор}^2 + (1 - S^2)^2 \cdot P_{экол}^2}. \tag{11}$$

Исследуя характерные точки зависимости (11), определим экстремумы в зависимости от параметра *S*. Для этого возьмем производную от *P* по *S* :

$$P'(S) = \frac{4S^3 P_{дор}^2 - 2\cdot\left(1-S^2\right)\cdot 2SP_{экол}^2}{2\cdot\sqrt{S^2 P_{дор}^2 + \left(1-S^2\right)^2 P_{экол}^2}}, \qquad (12)$$

и приравняем ее к нулю. Тогда :

$$4S^3 P_{дор}^2 - 4\cdot\left(S - S^3\right)\cdot P_{экол}^2 = 0 .$$

При *S=0, $P_{max}=K_{экол}$.*

При $S = \dfrac{P_{экол}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}}$

$$P_{min} = \sqrt{\frac{P_{экол}^4 \cdot P_{дор}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} + \left(1 - \frac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}\right)^2 \cdot P_{экол}^2} . \qquad (13)$$

После несложных математических преобразований получим формулу для определения суммарного параметра трассы в точке минимума:

$$P_{min} = \frac{P_{экол}}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{P_{дор}}{P_{экол}}\right)^2}} . \qquad (14)$$

Анализ зависимости (12) и (13) показал, что при $P_{дор}=0$, $P=P_{экол.}$, при $P_{экол.}=0$, $P=P_{дор}$, а в случае если $P_{дор} \neq 0$ и $P_{экол.} \neq 0$, специальный параметр в точке минимума:

$$P_{min} = \frac{P_{экол} \cdot P_{дор}}{\sqrt{P_{экол}^2 + P_{дор}^2}} \ . \qquad (15)$$

Анализируя зависимость (15), можно сделать вывод, что значение специального параметра P изменяется от максимума $P = P_{экол.}$ до наибольшего значения $P = P_{дор}$.

Для определения специального параметра P приравниваем к нулю вторую производную от P по S:

$$P''(S) = \frac{S^6 \cdot \left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right)^2 - 3S^4 \cdot \left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right) + 3S^4 P_{экол}^2 \cdot \left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right) - P_{экол}^4}{\left[S^4 P_{дор}^2 + \left(1 - S^2\right)^2 P_{экол}^2\right]^{3/2}}, \qquad (16)$$

Тогда:

$$S^6 \cdot \left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right)^2 - 3S^4 P_{экол}^2 \cdot \left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right) + 3S^2 P_{экол}^2 \cdot \left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right) - P_{экол}^2 = 0 , \qquad (17)$$

или, разделив (16) на $\left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right)$ и обозначив $S^2 = y$, получим кубическое уравнение:

$$y^3 - 3y^2 \cdot \frac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} + 3y \cdot \frac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} - 3y^2 \cdot \frac{P_{экол}^4}{\left(P_{дор}^2 + P_{экол}^2\right)^2} = 0 . \qquad (18)$$

Расчетная схема для определения специального параметра $P = f(S)$:

$$1 - P_{дор} - 0{,}09;\ P_{экол} = 0{,}014;\ 2 - P_{дор} - 0{,}09;\ P_{экол} = 0{,}039.$$

Учитывая, что $\frac{P_{экол}^2}{P_{экол}^2 + P_{дор}^2} + \frac{P_{дор}^2}{P_{экол}^2 + P_{дор}^2} = 1$, принимаем

$$\frac{P_{экол}^2}{P_{экол}^2 + P_{дор}^2} = \cos^2 \alpha , \ \frac{P_{дор}^2}{P_{экол}^2 + P_{дор}^2} = \sin^2 \alpha , \qquad (19)$$

и запишем:

$$y^2 - 3y^2\cos^2\alpha + 3y^2\cos^2\alpha - \cos^4\alpha = 0. \qquad (20)$$

Решив его, получим формулу для определения параметра S в точке перегиба:

$$S^2 = y = \cos^2\alpha + \cos\alpha \cdot \left[\sqrt[3]{\sin^2\alpha \cdot (1-\cos\alpha)} - \sqrt[3]{\sin^2\alpha \cdot (1+\cos\alpha)} \right], \qquad (21)$$

или

$$S^2 = \frac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} + \frac{P_{экол}^2}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}} \cdot \left[\sqrt[3]{\frac{P_{дор}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} \cdot \left(1 - \frac{P_{экол}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}} \right)} - \sqrt[3]{\frac{P_{дор}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} \cdot \left(1 + \frac{P_{экол}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}} \right)} \right]. \qquad (22)$$

Эта зависимость используется для определения P путем подстановки ее в (11).

Рассмотрим другой случай: составляющая скорости движения автомобиля в горизонтальной плоскости

$$\upsilon_2 = \sqrt{v^2 - v_2^2} = v\sqrt{1 - S^2}),$$

а специальный параметр трассы

$$P = \sqrt{\left(1 - S^2\right)^2 P_{дор}^2 + S^4 P_{экол}^2}.$$

Исследуем характерную точку зависимости (16). По аналогии, как и в первом случае, определим экстремумы функции в зависимости от параметра S.

Приравняем к нулю производную от P по S:

$$P'(S) = \frac{4S^3 P_{экол}^2 - 2\cdot\left(1 - S^2\right)\cdot 2SP_{дор}^2}{2\cdot\sqrt{\left(1 - S^2\right)^2 P_{дор}^2 + S^4 P_{экол}^2}}. \qquad (23)$$

Тогда: $4S^3 P_{экол}^2 - 2\cdot\left(1 - S^2\right)\cdot 2SP_{дор}^2 = 0$.

При $S=0$, $P_{max}=K_{дор}$.

При

$$S = \frac{P_{дор}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}},\ P_{min} = \frac{P_{дор}P_{экол}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}}. \qquad (24)$$

Как и в первом случае, найдем значение специального параметра P в точке перегиба, для чего приравняем к нулю вторую производную от P до S. После нескольких математических преобразований имеем кубическое уравнение:

$$y^3 - 3y^2 \sin^2\alpha + 3y\sin^2\alpha - \sin^4\alpha = 0,$$

решение которого позволит определить:

$$S^2 = \sin^2\alpha + \sin\alpha\cdot\left[\sqrt[3]{\cos^2\alpha\cdot\left(1-\sin\alpha\right)} - \sqrt[3]{\cos^2\alpha\cdot\left(1-\sin\alpha\right)}\right], \qquad (25)$$

или

$$S^2 = \frac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} - \frac{P_{экол}^2}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}}\cdot\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{\dfrac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}\cdot\left(1 - \dfrac{P_{дор}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}}\right)} - \\ - \sqrt[3]{\dfrac{P_{экол}^2}{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}\cdot\left(1 + \dfrac{P_{дор}}{\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2}}\right)}\end{array}\right]. \qquad (26)$$

Подставим S^2 в формулу (11), найдем значение $P=f(S)$.

Анализ формулы для определения специального параметра P в критических точках свидетельствует о том, что значение P зависит от параметра S.

Приравнивая правые части выражений (11) и (12), найдем значение параметра S :

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Подставляя значение S в любую из зависимостей для P, получим выражение для определения специального параметра P :

$$P = 0{,}5\sqrt{P_{дор}^2 + P_{экол}^2} \quad .$$

Выводы

Разработан метод оценки трассы при реконструкции автомобильных дорог, критерии количественной оценки трассы. В качестве такого критерия приняты параметры, характеризующие дорожные условия, элементы плана и продольного профиля с учетом экологических показателей.

Литература

1. Гринин А.С. Математическое моделирование в экологии. М.: Транспорт, 2004. - 269 с.

2. Луканин В.Н. Промышленно - транспортная экология. М.: Транспорт, 2004. - 274 с.

3. Луканин В.Н., Буслаев А.П., Яшина М.В. Автотранспортные потоки и окружающая среда. М.: Транспорт, 2001. - 650 с.

4. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 2000. - 320 с.

5. Немчинов М.В. Охрана окружающей природной среды при проектировании и строительстве автомобильных дорог. - М.: Транспорт, 2004. - 240 с.