УДК 621.891:620.11

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОСТА

Коваль П.М.
Філоненко С.Ф
Сташук П.М.
Корнієнко І.К.
Державний дорожній науково-дослідний інститут ім.М.П.Шульгіна

Вступ

Технічна діагностика конструкцій мостів припускає одержання інформації, що спрямована на розробку заходів з утримання та можливого відновленню конструкцій [1]. Загальна методологія технічної діагностики при цьому базується на проведенні статичних і динамічних випробувань [2].

При динамічних випробуваннях мостових конструкцій використовують рухомі, ударні та нерухомі вібраційні навантаження [2]. У першому випадку застосовують два види дій – звичайний експлуатаційний потік транспорту [3, 4], та спеціальні транспортні засоби [2, 5]. Навантаження при звичайному експлуатаційному потоку транспорту є неконтрольованими, а при використанні спеціальних транспортних засобів (автомобілі завантажені баластом) – контрольованими. Ударні навантаження, як правило, створюються ударними молотами механічного і гідравлічного типу [6, 7], вантажем, що падає з певної висоти [8], спеціальними машинами для збудження ударних коливань [2] та іншими пристроями. Однак найпоширенішим видом динамічного навантаження конструкцій мостів при проведенні динамічних випробувань є використання спеціальних транспортних засобів, які переміщаються з різними швидкостями. Наприклад, в [9] вони змінювалися в межах 5 км/год – 15 км/год, в [10] – 8 км/год, 16 км/год й 24 км/год, в [11] – 88 км/год, [12] – 88 км/год, 96 км/год, 105 км/год.

Широке застосування такого виду випробувань обумовлено наявністю загальноприйнятих показників експлуатаційної надійності, якими є динамічний коефіцієнт (відношення динамічного й статичного переміщень) і жорсткість. Слід зазначити, що динамічні зміщення визначаються з використанням давачів зміщень і деформацій тензометричного типу, які чутливі як до статичних, так і динамічних переміщень. При цьому вірогідність визначення динамічного зміщення є низкою, що обумовлено невизначеністю положення піка динамічного зміщення, котрий залежить від частоти коливань, що виникають в конструкції. При діагностиці мостів застосовуються давачі прискорення і швидкості коливань, обробка вихідних сигналів яких використовується в трьох основних напрямках. В першому при заданих умовах динамічної дії визначається відхилення в роботі конструкції від норми на основі порівняння максимальних амплітуд (прискорення і швидкості) коливань, які виникають, із теоретично визначеними значеннями [13, 14]. В другому, для діагностики та запобігання виникнення резонансних явищ і погіршення жорсткості конструкції виконується порівняння частот коливань та коефіцієнтів загасання з даними теоретичних розрахунків [2, 15, 16, 17]. В третьому результати обробки спектрів використовують при діагностиці наявних дефектів (включаючи і їх види) [18, 19], що впливають на зміну умов коливань конструкцій. При цьому прийнятими критеріальними оцінками нормальної роботи конструкції є, наприклад, відхилення основної резонансної частоти не більше ніж на 20 % від розрахункової величини [20], а також оцінка кореляційного зв'язку мод коливань, або критерій MAC, значення якого повинно наближатись до одиниці [21]. Поруч із цим при обробці сигналів коливань одержують обмежений набір параметрів. За вихідними сигналами, як правило, визначають коефіцієнт

загасання, а за спектрами – частоти виникальних коливань. При цьому практично не визначають динамічні зміщення.

У цій роботі буде розглянуто результати експериментальних досліджень коливань конструкцій мостів при їх динамічному навантаженні. При цьому буде показано, що використання мобільної системи технічної діагностики забезпечує високу чутливість до видозміни коливань і дозволяє добре розрізняти близькі за величиною резонансні частоти. Так само буде показано, що обробка сигналів прискорення і швидкості коливань, а також їх спектрів дозволяє визначати динамічні зміщення конструкції і, як наслідок, динамічний коефіцієнт.

Методика досліджень

Дослідження сигналів коливань здійснювалися при проведенні випробувань моста, що був збудований у 1960 р. Загальний вигляд конструкцій споруди показано на рис. 1, *а*. Міст являє собою балково-розрізну конструкцію, що складається з восьми струнобетонних прогонів в поймовій частині та з металевої ферми в русловому прогоні. Загальна довжина моста 171,64 м, ширина проїзної частини 7,0 м. Поймові прогони виконано із двотаврових збірних струнобетонних балок (рис. 1, *б)*. Довжина залізобетонних поймових прогонів становить 118,14 м (кожний з них довжиною16,76 м). Розрахункове навантаження – Н-30, НК – 80. Русловий прогін складається з низової та верхової металевої ферми із їздою понизу (рис. 1, *в)*, балкової клітки (рис. 1, *г)* і монолітної залізобетонної плити проїзної частини, металевих в'язей та збірних тротуарів. Довжина руслового прогону становить 53,5 м, а його розрахункові навантаження – Н-13, НГ-60. Габарити руслової частини моста по ширині – 7,0+2х0,8 м, габарит по висоті – 5,7 м.

Для збудження коливань мостової конструкції використовували рухоме динамічне навантаження. Для цього застосовували автомобіль КрАЗ вагою 24 т, що здійснював проїзд по середині проїзної частини моста з різними швидкостями. При навантаженні руслової частини моста використалися наступні швидкості руху автомобіля: 20 км/год, 40 км/год, 50 км/год, 60 км/год. При навантаженні поймової частини моста використалися наступні швидкості руху автомобіля: 20 км/год, 40 км/год, 45 км/год.

Реєстрація, обробка і аналіз параметрів виникальних коливань мостової конструкції здійснювали з використанням діагностичного комплексу на базі мобільного комп'ютера. Діагностичний комплекс здійснював перетворення електричних сигналів з виходів первинних перетворювачів у цифрові коди на заданому часовому інтервалі вибірки, їх запам'ятовування в пам’яті мобільного комп'ютера та наступну їх вторинну обробку.

а)

б)

в)

г)

д)

е)

а – загальний вид моста; б – вигляд знизу на поймові прогони; в – загальний вид на металеву ферму руслового прогону; г – загальний вид балкової клітки; д – динамічне навантаження моста; е – розташування давачів коливань на тротуарній плиті

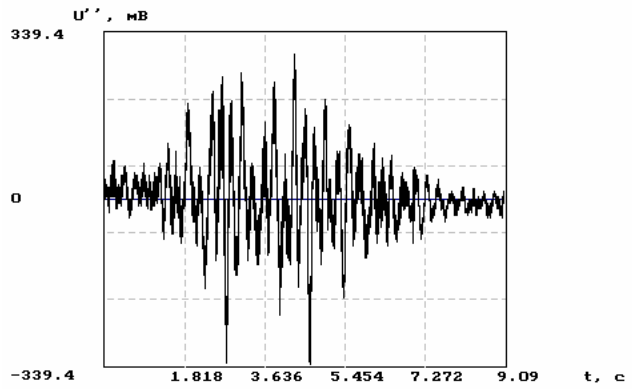
Рис. 1. Фрагменти випробування моста

Програмне математичне забезпечення надає можливість обробки параметрів сигналів прискорення, швидкості і зміщень виникальних коливань, а також параметрів їх спектрів. Первинними перетворювачами механічних коливань були стандартні давачі прискорення і швидкості коливань пєзокерамічного типу А1612 та індукційного типу СВ-10Ц. При проведенні динамічних випробувань руслового прогону давачі встановлювалися в середній частині прогону і закріплювалися на консолі тротуарної плити. При динамічних випробуваннях поймового прогону давачі встановлювалися в середній частині прогону на нижній поличці крайньої балки.

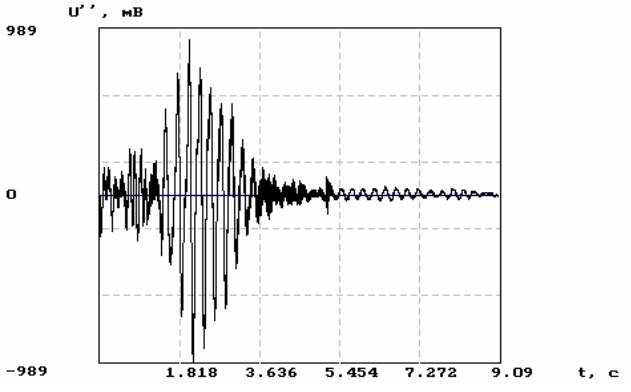
Експериментальні результати

Результати випробувань поймового прогону показали, що сигнали прискорення і швидкості реєстрованих коливань мають складний характер. При цьому зі збільшенням швидкості руху автомобіля спочатку спостерігається збільшення амплітуди коливань, а потім її падіння (рис. 2). Спектри реєстрованих сигналів коливань так само мають складний характер. При швидкості руху автомобіля 20 км/год (рис. 3, *а*) спектр сигналу прискорення коливань „порізаний”. Основний резонанс коливань відповідає частоті $f_{р\text{-}20}$ = 4,12 Гц (період коливань $T_с$ = 0,243 с). В області резонансу спостерігається близько розташований пік із частотою $f_{2\text{-}20}$ = 3,81 Гц. Однак його амплітуда в 2,2 рази менше амплітуди резонансного піка. На низьких частотах спостерігається другий по величині амплітуди резонансний пік (його амплітуда в 1,7 рази менше амплітуди на резонансі), що відповідає частоті $f_{1\text{-}20}$ = 1,78 Гц. В області частот за резонансом спостерігається близько розташований пік на частоті $f_{3\text{-}20}$ = 4,92 Гц із амплітудою в 2,5 рази менше амплітуди резонансу. Надалі спектр реєстрованого сигналу є „порізаним” зі значно меншими амплітудами.

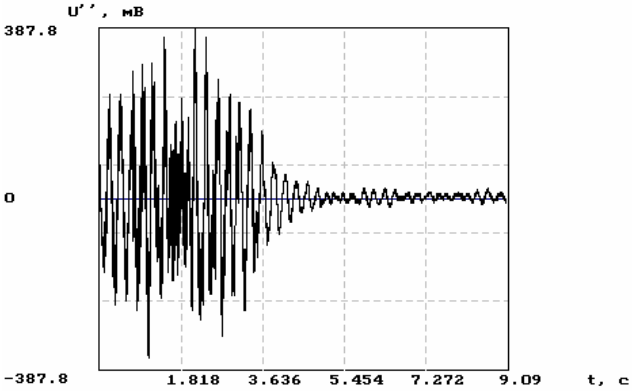
Із збільшенням швидкості руху автомобіля до 40 км/год спостерігається трансформація форми сигналу коливань та його спектра. Реєстрований сигнал набуває типової форми згасального сигналу (рис. 2, *б)*, а його спектр стає гладким (рис. 3, *б)*. При цьому спостерігається зростання амплітуди резонансного піка і деякий його зсув в область низьких частот ($f_{p\text{-}40}$ = 3,98 Гц, період коливань T_c = 0,251 с). В області резонансу ліворуч від основного піка фіксується пік на частоті $f_{1\text{-}40}$ = 3,25 Гц, однак його амплітуда в 6,5 разів менше амплітуди резонансного піка. У той же час фіксується підйом амплітуди в спектрі коливань на високих частотах, де спостерігається три піки на частотах – $f_{2\text{-}40}$ = 7,15 Гц, $f_{3\text{-}40}$ = 8,09 Гц й $f_{4\text{-}40}$ = 8,48 Гц. Їх амплітуди значно менше амплітуди резонансу, але вони співрозмірні з амплітудами, що фіксуються в спектрі коливань при швидкості руху автомобіля 20 км/год. При швидкості 40 км/год спостерігається розширення резонансної кривої, тобто відбувається збільшення згасання коливань. Так, при 20 км/год логарифмічний декремент згасання дорівнює δ = 0,05663, а при 40 км/год – δ =0,1173, тобто зростає практично у 2 рази.



а



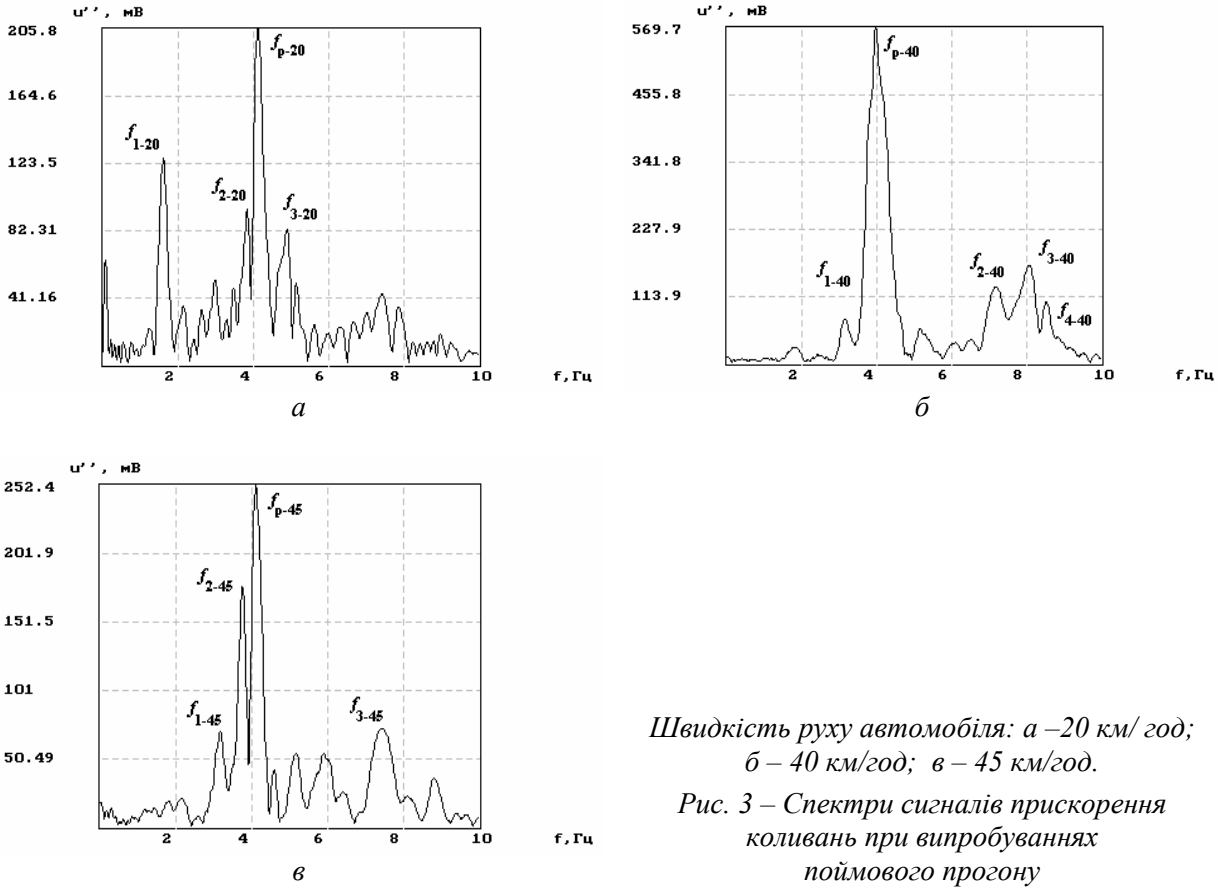
б



в

Швидкість руху автомобіля: а – 20 км/год; б – 40 км/год; в – 45 км/год.

Рис. 2 – Сигнали прискорення коливань при руху автомобіля по поймовому прогону



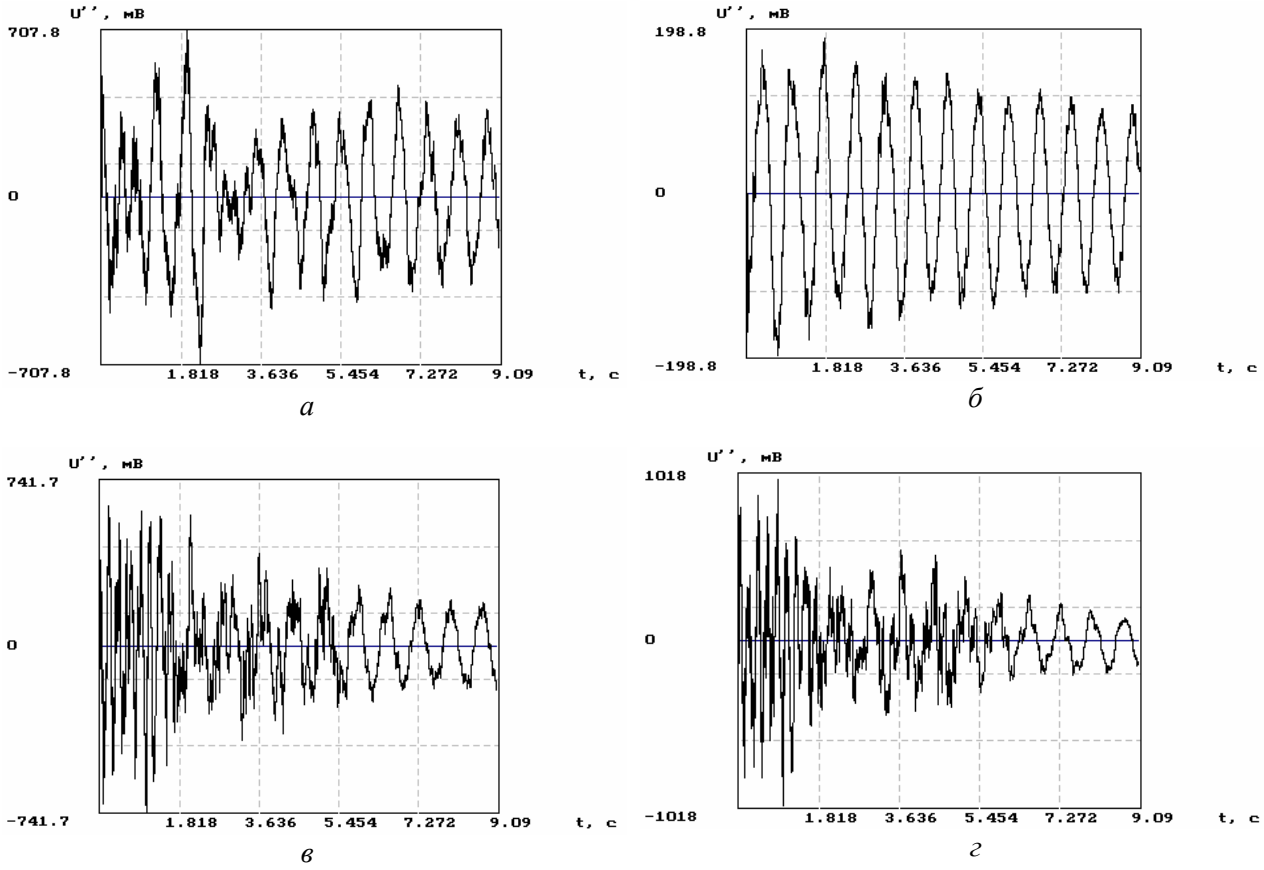
Швидкість руху автомобіля: а –20 км/ год; б – 40 км/год; в – 45 км/год.

Рис. 3 – Спектри сигналів прискорення коливань при випробуваннях поймового прогону

При швидкості руху автомобіля 45 км/год фіксується падіння амплітуди реєстрованого сигналу (рис. 2, *в)* і, відповідно, амплітуд у його спектрі (рис. 3, *в)*. При цьому спектр коливань стає вузьким. Резонансна частота дорівнює $f_{р\text{-}45} = 4{,}12$ Гц (період коливань $T_с = 0{,}243$ с) і збігається з резонансною частотою при швидкості руху автомобіля в 20 км/год. Спостерігається зростання амплітуди піка коливань ліворуч від резонансної кривої із частотою $f_{2\text{-}40} = 3{,}82$ Гц. При цьому фіксується і явно виражений пік на частоті $f_{1\text{-}40} = 3{,}18$ Гц (його амплітуда в 4,3 рази менше амплітуди на резонансі). Піки коливань у спектрі за резонансом є явно вираженими і досить широкими. Характерним є зростання амплітуди піка на частоті $f_{3\text{-}40} = 7{,}46$ Гц. Даному піку відповідає пік при швидкості руху автомобіля 20 км/год. (рис. 3, *а*) і провал у спектрі коливань при швидкості 40 км/год (рис. 3, *б)*. Слід зазначити, що стосовно 40 км/год фіксується падіння логарифмічного декременту загасання, значення якого становить $\delta = 0{,}05663$ і співпадає з його значенням при швидкості руху автомобіля 20 км/год.

Спектр частот коливань при проведенні випробувань поймового прогону в області вище 10 Гц не розглядався.

Дані з випробувань руслового прогону показали більш низькі частоти коливань, що пов'язано з більшою його довжиною у порівнянні з довжиною поймових прогонів. Типові сигнали прискорення коливань зареєстровані при русі автомобіля з різними швидкостями показані на рис. 4. З рис. 4 видно, що як і у випадку поймового прогону, сигнали мають складну форму. Однак характерним є те, що при швидкості руху автомобіля 40 км/год зареєстрований сигнал (рис. 4, *б)* має форму, близьку до форми згасального сигнала (як і у випадку випробувань поймового прогону).

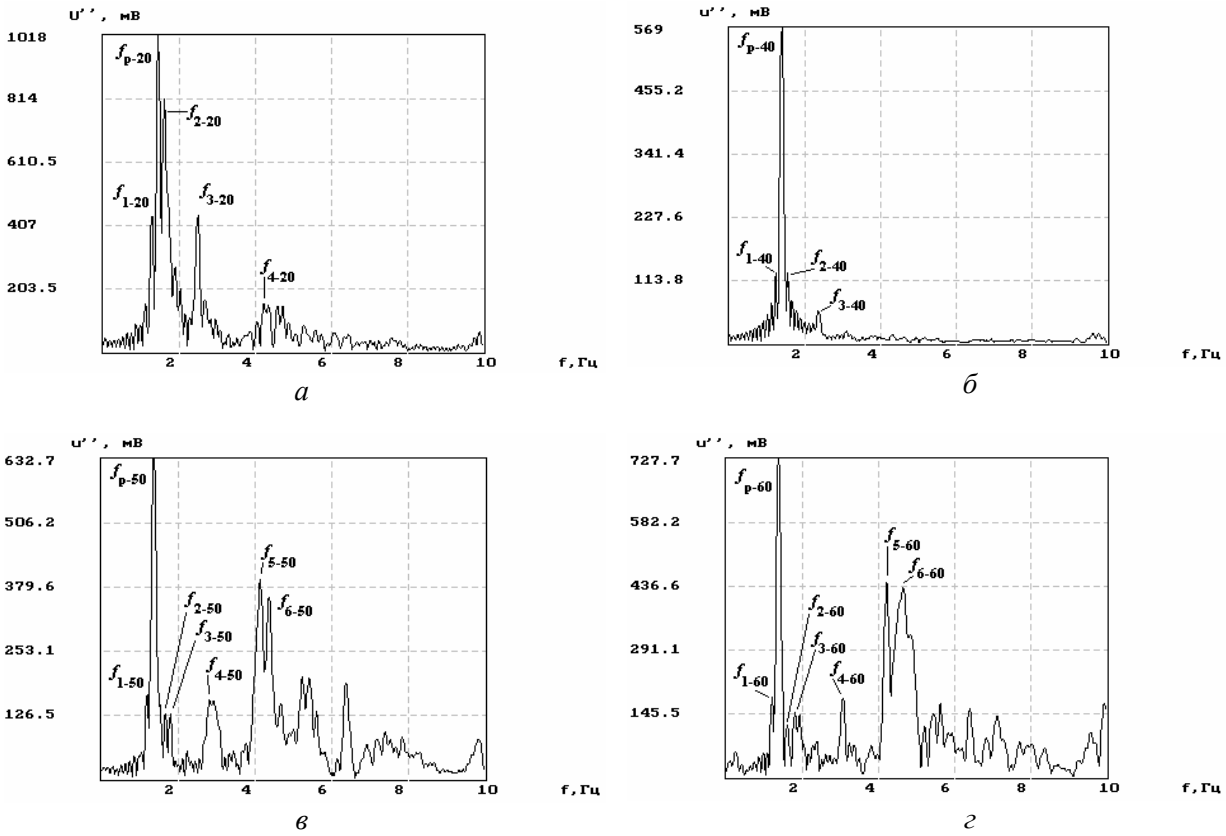


Швидкість руху автомобіля: а – 20 км/год; б – 40 км/год;
в – 50 км/год; г – 60 км/год.
Рис. 4 – Сигнали прискорення коливань при русі автомобіля
по русловому прогону

Зі збільшенням швидкості руху автомобіля спостерігається спочатку падіння амплітуди прискорення коливань (при 20 км/год), а потім поступове її зростання (рис.4).

Обробка спектрів зареєстрованих сигналів прискорення коливань показала наступне. При швидкості руху автомобіля 20 км/год спектр коливань „порізаний" (рис. 5, *а*). Основний пік коливань відповідає частоті $f_{p\text{-}20} = 1{,}46$ Гц, тобто значно нижче, ніж при випробуваннях поймового прогону. Ліворуч і праворуч від резонансного піка спостерігаються два близько розташовані піки із частотами $f_{1\text{-}20} = 1{,}21$ Гц й $f_{2\text{-}20} = 1{,}58$ Гц. При цьому амплітуда першого піка в 2,5 рази, а другого піка в 1,25 рази менше, ніж амплітуда резонансу. Надалі спостерігається два виражених піки на частотах $f_{3\text{-}20} = 2{,}51$ Гц й $f_{4\text{-}20} = 4{,}18$ Гц. Обробка параметрів резонансної кривої показала, що логарифмічний декремент згасання становить $\delta = 0{,}06849$.

Зі збільшенням швидкості руху автомобіля до 40 км/год спостерігається стиск спектру зареєстрованого сигналу коливань (рис. 5, *б)*. Основна резонансна частота становить $f_{p\text{-}40} = 1{,}4$ Гц. При цьому по відношення до попереднього випробування відбувається падіння амплітуди коливань в 1,8 рази. У районі резонансу фіксуються два близькі піки із частотами $f_{1\text{-}40} = 1{,}37$ Гц і $f_{2\text{-}40} = 1{,}42$ Гц, але їх амплітуди значно менше резонансної амплітуди коливань. Надалі в спектрі сигналу спостерігається пік із малою амплітудою на частоті $f_{3\text{-}40} = 3{,}1$ Гц. Також відбувається зростання логарифмічного декременту згасання, значення якого дорівнює $\delta = 0{,}07143$.



Швидкість руху автомобіля: а – 20 км/год;
б – 40 км/год; в – 50 км/год; г – 60 км/год.

Рис. 5 – Спектри сигналів прискорення коливань при випробуваннях руслового прогону

При 50 км/год і 60 км/год відбувається зміна спектрів реєстрованих сигналів коливань (рис. 5, *в, г)*. Спектр стає „порізаним", і спостерігається поява піків в області частот вище основної резонансної частоти. Так при 50 км/год (рис. 3, *в)* резонанс відповідає частоті $f_{p\text{-}50} = 1{,}36$ Гц. В районі резонансу фіксуються піки на частотах $f_{1\text{-}50} = 1{,}24$ Гц, $f_{2\text{-}50} = 1{,}71$ Гц й $f_{3\text{-}50} = 1{,}78$ Гц. Їх амплітуди приблизно в 5 разів менші амплітуди на резонансі. Надалі спостерігається досить широкий пік на частоті $f_{4\text{-}50} = 2{,}91$ Гц із тим же рівнем амплітуди, а потім фіксується зростання амплітуди піків на частотах $f_{5\text{-}50} = 4{,}11$ Гц і $f_{6\text{-}50} = 4{,}38$ Гц. При цьому збільшується і значення логарифмічного декременту згасання – $\delta = 0{,}09804$. Спектр коливань при 60 км/год має подібний характер зміни, хоча спостерігається незначне збільшенням амплітуд коливань і зсув за частотами. Основна резонансна частота становить $f_{p\text{-}60} = 1{,}38$ Гц. В районі резонансу фіксуються піки на частотах $f_{1\text{-}60} = 1{,}25$ Гц, $f_{2\text{-}60} = 1{,}82$ Гц і $f_{3\text{-}60} = 1{,}96$ Гц із амплітудами набагато меншими амплітуди резонансу. Як і у випадку 50 км/год фіксується пік на частоті $f_{4\text{-}60} = 3{,}11$ Гц, однак він є значно вужчим. Також спостерігаються піки на частотах $f_{5\text{-}60} = 4{,}21$ Гц і $f_{6\text{-}60} = 4{,}49$ Гц із розширенням останнього піка. При цьому значення логарифмічного декременту загасання практично не змінилося – $\delta = 0{,}09662$.

Як і для поймового прогону спектр частот сигналів прискорення коливань при проведенні випробувань руслового прольоту в області вище 10 Гц не розглядався.

Для поймового струнобетонного і руслової металевого прогонів були проведені динамічні розрахунки з визначенням власних частот перших шести мод коливань. Результати розрахунків представлені в таблиці 1 і таблиці 2.

Таблиця 1 *– Розрахункові значення перших шести мод коливань струнобетонного поймового прогону*

№ моди	1	2	3	4	5	6
Частота, Гц	4,64	5,82	16,75	17,47	20,41	20,58

Таблиця 2 *– Розрахункові значення перших шести мод коливань металевого руслового прогону*

№ моди	1	2	3	4	5	6
Частота, Гц	2,51	3,24	3,57	3,96	4,74	6,16

Для поймового прогону при швидкості руху автомобіля 20 км/год й 45 км/год резонансні частоти коливань мають добрий збіг, а їх значення становить 4,12 Гц. При 40 км/год спостерігається зміщення резонансної частоти в область низьких частот. Її значення дорівнює 3,98 Гц, тобто відхилення становить ~3,4 % (рис. 3). Крім того, значення експериментальних даних нижче значення першої моди коливань, отриманої розрахунковим шляхом (табл. 1). При цьому відхилення від теоретичних розрахунків становить для швидкостей 20 км/год й 45 км/год – 11,2 %; для швидкості 40 км/год – 15,5 %.

Для руслового прогону спостерігаються відмінності в резонансних частотах коливань залежно від швидкості руху автомобіля. Найбільшу резонансну частоту зафіксовано при 20 км/год із значенням 1,46 Гц. При цьому відхилення резонансних частот від максимального значення становлять: для 40 км/год – 4,1 %; для 50 км/год – 6,8 %; для 60 км/год – 5,5 % (рис. 5). Крім того, для всіх швидкостей руху автомобіля зафіксовано резонансні частоти, що мають значні відхилення в область нижніх частот від першої моди коливань, отриманої розрахунковим шляхом (табл. 2). Дані відхилення становлять: для 20 км/год – 41,8 %; для 40 км/год – 44,2%; для 50 км/год – 45,8 %; для 60 км/год – 45%. Слід зазначити, що в спектрах реєстрованих сигналів коливань (рис. 5) фіксуються піки частот, значення яких близькі до розрахункових величин (табл. 2), однак їх амплітуди значно менше амплітуд, що відповідають резонансу.

Були проведені теоретичні розрахунки динамічного коефіцієнту згідно [22], які показали, що для поймового прогону його значення дорівнює $(1+\mu)$ = 1,272, а для руслового прогону – $(1+\mu)$ = 1,165. Розрахунки, проведені за результатами експериментальних досліджень при статичних і динамічних навантаженнях моста, наведено в таблиці 3.

Таблиця 3 *– Значення динамічного коефіцієнта за результатами експериментальних досліджень*

Поймовий прогін	Швидкість руху автомобіля, км/год				
	20	40	45	50	60
$(1+\mu)$	1,0919	1,0979	1,2016	-	-
Русловий прогін					
$(1+\mu)$	1,8896	1,272	-	1,5861	1,028

Отримані результати показали, що для поймового прогону при всіх швидкостях руху автомобіля значення динамічного коефіцієнту нижче теоретичного значення. Для руслового прогону його значення перевищує розрахункову величину. Однак його відхилення від розрахункового значення при різних швидкостях руху автомобіля є різним. Так для 20 км/год експериментальне значення динамічного коефіцієнта перевищує розрахункове значення на 62 %, для 40 км/год – на 9 %, для 50 км/год – на 36 %, а при швидкості руху автомобіля 60 км/год його відхилення становить – 12 %.

Висновок

Результати проведених досліджень при динамічних випробуваннях моста, що складається з поймових струнобетонних і металевого руслового прогонів, показали, що спектри реєстрованих сигналів коливань мають складний характер зміни. Для поймового прогону при швидкостях руху 20 км/год й 45 км/год, а для руслового прогону при швидкостях руху 20 км/год, 50 км/год й 60 км/год спектри коливань „порізані". При 40 км/год для обох типів прогонів фіксовані спектри є „гладкими". При цьому резонансні частоти для поймового прогону є вищими, ніж частоти для руслового прогону. Для обох прогонів резонансні частоти, одержані експериментальним шляхом, мають значення нижчі, ніж їх величини отримані теоретичними розрахунками. Причому для поймового прогону на всіх швидкостях руху автомобіля дані відхилення не перевищують 16 %, а для руслового прогону вони перебувають у діапазоні значень від 40 % до 46 % менше, ніж теоретичні розрахунки.

Аналіз отриманих даних з визначенням динамічного коефіцієнта так само показав, що для поймового прогону його значення не перевищує теоретично розрахункової величини. Для руслового прогону спостерігається перевищення розрахункового значення з відхиленням, що залежить від швидкості руху автомобіля. При швидкості 20 км/год максимальне відхилення досягає величини більше 60 %. Наявність значних відхилень, як за частотами коливань, так і за динамічним коефіцієнтом свідчить про неврахування розрахунковими формулами особливостей роботи мостових конструкцій та наявність дефектів, котрі впливають на динамічні характеристики мостових конструкцій, що підтверджується результатами обстежень моста.

Література

1. Bien J., Krzyzanowski J., Rawa P., Zwolski J. Dynamic load tests in bridge management// 9-th Int.Bridge management Conf. (April 28-30, 2003, Orlando, USA). – IBMC03-20. – 18 p.
2. Мости: конструкції та надійність /Й. Й. Лучко, П. М. Коваль, М. М. Корнієв та інші. – Львів: Каменяр, 2005. – 989 с.
3. Ren W.X., Zatar W., Harik I.E. Ambient vibration-based seismic evaluation of a continuous girder bridge// Eng.Struct. – No.26, 2004. – P.631-640.
4. Bien J., Kmita J., Rawa P., Zwolski J. Test of swietokrzyski bridge over Wisla river in Warsawa// Inzynieria i budownictwo. – No.3/4, 2002. – P.166-170.
5. Редченко В.П. Оцінка просторової роботи прогонової будови моста за результатами її випробувань рухомим навантаженням//Автомобільні дороги та дорожнє будівництво. – № 69, 2004. – С. 210-214.
6. Sohn H., Law K.H. Extraction of Ritz vectors from vibration test data //Mechan. Syst. And Signal processing. – v.15, No.1, 2001. – P.213-226.
7. Li Y.F., Chang S.Y., Tzeng W.C., Huang K. The pseudo dynamic test of RC bridge columns analyzed through the hilbert-huang transformer/13th world Conf. On Earth. Engin. (Vancouver, Canada, August 1-6, 2004) – Paper No. 3041. – 15 p.

8. Samali L.J., Crews K.I. Load rating of impaired bridges using dynamic method// EJSE Special issue: Loading on structures. – 2007. – P. 66-75.
9. Nowak A.S., Eom J., Ferrand D. Verification of girder distribution factors for continuous steel girder bridges/ Final repotr No.RC-1429. Michigan University. May 2003. – 235 p.
10. Portable timber bridge systems for forest roads/ S.E. Taylor, M.A. Ritter, J.M. Franklin and others. //Proceed. of the Int. Conf. On Forest Engin.: Forestry Engin. For Tomorrow: Roads. (June 28-30, 1999). – Inst. of Agricult. Engin., Silsoe, UK. – P.1-19.
11. Stallings J.M., Porter P.W. Live load tests of Alabama's HPC bridge/ Final report TE-036. Auburn university, 2002. – 57 p.
12. Huckelbridge A., Zalewski B. Dynamic load environment of bridge mounted sing support struc-tures / Final report No.St/SS/05-002. September 2005. Case Western reserve university, 2005. – 67 p.
13. Wong K., Man K., Chan W. Monitoring Hong Kong's bridges – real-time kinematic spans the Gap//GPS World. – v.12, No.7, 2001. – P.10-18.
14. Richter B., Euler H.J. Study of improved observation modeling for surveying type of applications in multipath environment /ION GPS 2001 Proc. (Salt Lake City, September 11-14, 2001). – P. 2-9.
15. Samali L.J., Crews K.I. Load rating of impaired bridges using dynamic method// EJSE Special issue: Loading on structures. – 2007. – P.66-75.
16. Qin Q., Li H.B., Qian L.Z. Modal identification of Tsing Ma bridge by using improved eigensystem realization algorithm// J. Sound and vibration. – v.247, No.2, 2001. – P. 325-341.
17. Ambient vibration study of the Gi-Lu cable-stay bridge application of wireless sensing units/ K.C. Lu, Y. Wang, J.P. Lynch and others// Struct. Eng. And Mechan. – v.19, No.4, 2006. – P.174-185.
18. Experimantal study of bridge structure dynamic characteristics using periodic excitation/ J. Bien, J. Krzyzanowski J., W. Poprawski and others // Procced. of the Inter. Conf. On Noise and Vibr. Eng. ISMA 2002, Leuven, Belgium, 2002. – P.555-562.
19. Bochkarev N.N., Kartopolzev A.V., Selivanova T.V. Vibrations of transport superstructures under influence of random traffic stream/ XV Session of the Russian acoustic society (Nyzhny Novgorod, November 15-18, 2004). – P.527-531.
20. Hou T.C., Lynch J.P. Rapid-to-deploy wireless monitoring systems for static and dynamic load testing of bridges: validation on the grove street bridge/ Proceed. of 13-th annual Int. Symp. On smart Struct. And Mater. Sbn Diego. February 26-March 2, 2006. – v.6534. – P.134-140.
21. СНиП 2.05. 03-84. Мости й труби, 1991.
22. РВ.2. 3-218-00018112-521:2006 Рекомендації з динамічних випробувань мостів та шляхопроводів, 2006.