УДК 624.01

УТОЧНЕННЯ ОЦІНКИ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОГО СТАНУ МОСТІВ

Асауленко Ю.В.
Лантух-Лященко А.І.
Національний транспортний університет

Проблема

Фундаментальним принципом розрахунків за першою групою граничних станів є вимога виконання нерівності

$$S = R - Q,\ \ S > 0, \tag{1}$$

де S - резерв узагальненої опірності споруди в граничному стані;

R - випадкова змінна – узагальнений опір елемента;

Q - випадкова змінна – узагальнене навантаження елемента.

Як правило, в процесі проектних розрахунків умова (1) завжди дотримується, проте кількісного аналізу величини резерву аніколи не виконують за малим винятком відомого правила про те, що резерв має становити величину, близьку до 5% від необхідної несної здатності елемента. В дійсності величина S в багатьох випадках виявляється значно більшою, як, наприклад, для згинаних залізобетонних елементів мостів, де кількість арматури остаточно приймається за вимогою другого граничного стану – за обмеженням розкриття тріщин.

В перевірочних розрахунках елементів мостів, що знаходяться в експлуатації, нерідкими є випадки, коли нерівність (1) не виконується. В обох випадках об'єктивною кількісною оцінкою експлуатаційної придатності елемента може бути визначення його надійності.

Вважаючи величину резерву S показником ймовірності відмови, є усталеним [1] визначати надійність елемента як умову від'ємного значення S:

$$P_f = \mathrm{Prob}(R - Q < 0) = \mathrm{Prob}(S < 0)\ . \tag{2}$$

В роботі [1] нами було запропоновано прийняти надійність, виражену через характеристику безпеки як кількісний та якісний показник експлуатаційного стану елементів моста

$$P_f = \Phi(-\beta), \tag{3}$$

де β - характеристика безпеки [2].

В подальшому цей підхід було прийнято в нормативному документі [3] як теоретично обґрунтований засіб оцінки і прогнозу технічного стану моста. Оцінка технічного стану за характеристикою безпеки базується на постулаті про те, що функція резерву S є лінійною.

В дійсності функція S – нелінійна. Обчислення характеристики безпеки за нелінійною процедурою дають більші значення і відкривають шлях кількісної оцінки резерву несної здатності. Уточнення оцінки і є задачею цієї роботи.

Лінійна функція граничного стану

У визначенні надійності (2) приймається, що випадкові змінні *R, Q* не корелюють і мають нормальний розподіл. Тоді функція граничного стану $S = g(R, Q) = R - Q$ може бути виражена в термінах параметрів розподілу

$$g(Z_R, Z_Q) = (\mu_R - \mu_Q) + Z_R\sigma_R - Z_Q\sigma_Q\,. \tag{4}$$

Тут Z_R, Z_Q - нормалізовані випадкові змінні *R, Q*, що обчислюються за формулами

$$Z_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \text{ та } Z_Q = \frac{Q - \mu_Q}{\sigma_Q}, \tag{5}$$

де μ_R - математичне сподівання узагальненого опору елемента;

μ_Q - математичне сподівання узагальненого навантаження елемента;

σ_R - середнє квадратичне відхилення (стандарт) узагальненого опору елемента;

σ_Q - середнє квадратичне відхилення узагальненого навантаження елемента.

Характеристика безпеки виражається через параметри розподілу випадкових змінних *R, Q*

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}}\,. \tag{6}$$

В геометричній інтерпретації в просторі узагальнених змінних *R, Q,* характеристика безпеки являє собою найкоротшу відстань від точки [0, 0] системи координат до проектної точки, яка лежить на границі безпечної зони проектування.

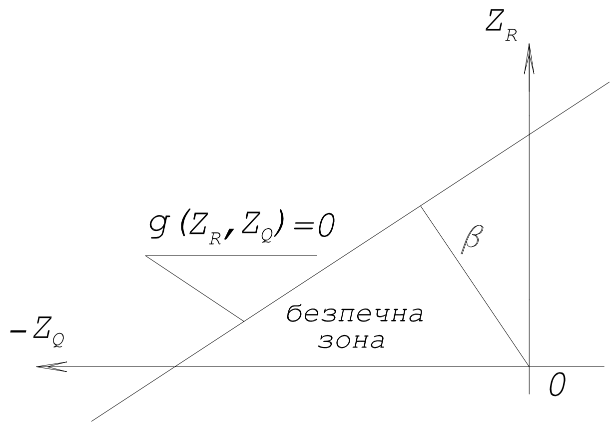

Рис. 1. Геометрична інтерпретація характеристики безпеки

На рис. 1 лінійна випадкова функція граничного стану *S(R, Q)* ділить простір проектування на дві частини: безпечну і небезпечну зони.

Наведене лінійне визначення характеристики далі використовується для побудови нелінійного розв'язку.

Нелінійна функція граничного стану

В більшості випадків функція граничного стану є нелінійною в силу того, що нелінійна комбінація вихідних параметрів нормального розподілу випадкових змінних функції не веде до нормального розподілу самої функції. Нелінійною буде функція граничного стану і в тому випадку, коли деякі компоненти вектора функції мають розподіл, відмінний від нормального.

Введемо випадкову функцію граничного стану, залежну від вектора **X** геометричних, механічних параметрів та навантаження елемента

$$S = G(X_1, X_2, \ldots X_n)\ . \qquad (7)$$

Функцію (7) будемо записувати в матричній формі

$$S = G(\mathbf{X})\ . \qquad (8)$$

Як і у випадку лінійної функції, задача полягає в пошуку проектної точки, що лежить на границі області резерву узагальненої опірності споруди (рис.2). Очевидно, що функція (8) є нелінійною відносно випадкових змінних вектора **X,** і розв'язок має бути числовим ітераційним, отриманим шляхом комбінації рекурентної послідовності лінійних розв'язків. Ітераційний процес побудуємо за схемою «першого порядку» (first-order second-moment theory), наведеною в [5] з посиланням на [6].

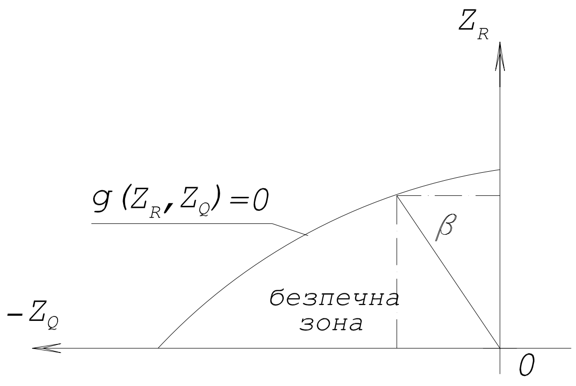

Рис. 2. Геометрична інтерпретація нелінійної функції граничного стану

Лінеаризацію виконаємо шляхом розкладу функції граничного стану $S = G(\mathbf{X})$ в ряд Тейлора біля точки $\mathbf{X}^*$:

$$G(\mathbf{X}) \approx G(\mathbf{X}^*) + (\mathbf{X} - \mathbf{X}^*)G'(\mathbf{X}^*) + \frac{(\mathbf{X} - \mathbf{X}^*)}{2} G''(\mathbf{X}^*) + \ldots + \frac{(\mathbf{X} - \mathbf{X}^*)^n}{n!} G^n(\mathbf{X}^*)\ , \qquad (9)$$

де $\mathbf{X}^*$ - проектна точка - вектор змінних, що задовольняють умову граничного стану:

$$G(\mathbf{X}^*) = 0. \qquad (10)$$

В прийнятій схемі достатньо обмежитись двома першим членами розкладу:

$$G(\mathbf{X}) \approx G(\mathbf{X}^*) + (\mathbf{X} - \mathbf{X}^*)G'(\mathbf{X}^*)\ . \qquad (11)$$

В силу визначення (10) перший елемент розкладу (11) $G(\mathbf{X}^*) = 0$, і лінеаризована функція граничного стану буде виражатись одним членом розкладу Тейлора:

$$G(\mathbf{X}) \approx (\mathbf{X}-\mathbf{X}^{*})G'(\mathbf{X}^{*}) = 0. \qquad (12)$$

Як і у випадку лінійної функції граничного стану перейдемо до нормалізованих випадкових змінних Z_i, що обчислюються за формулами, аналогічними (4)

$$g(\mathbf{Z}) \approx (\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^{*})g'(\mathbf{Z}^{*}) = 0\,, \qquad (13)$$

де

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}. \qquad (14)$$

Ітераційна схема для лінеаризованої функції граничного стану (13) має вигляд

$$g(\mathbf{Z}^{(m+1)}) \approx g(\mathbf{Z}^{(m)}) + \left[\mathbf{Z}^{(m+1)} - \mathbf{Z}^{(m)}\right]^T \cdot \mathbf{g}_Z = 0\,. \qquad (15)$$

Компоненти вектора $\mathbf{Z}^{(m+1)}$ обчислюються за формулами

$$\mathbf{Z}^{(m+1)} = -\alpha^{(m)}\left[\beta^{(m)} + \frac{g(\mathbf{Z}^{(m)})}{l}\right]; \qquad (16)$$

$$\alpha^{(m)} = \frac{\mathbf{g}_Z^{(m)}}{l}\,; \qquad (17)$$

$$l = \left[(\mathbf{g}_Z^{(m)})^T \cdot \mathbf{g}_Z^{(m)}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (18)$$

Тут $\alpha^{(m)}$ - вектор напрямних косинусів на кроці m ітераційного процесу;

$\beta^{(m)}$ - характеристика безпеки на кроці m ітераційного процесу;

$$\beta^{(m)} = \left[(\mathbf{Z}^{(m)})^T \cdot \mathbf{Z}^{(m)}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (19)$$

Вектор $\mathbf{g}_Z$ містить градієнти гіперповерхні $g(\mathbf{Z}^{(m)})$, які обчислюються за формулою:

$$g_{Z_i} = \partial g(\mathbf{Z}^{(m)}) / \partial Z_i\,. \qquad (20)$$

Алгоритм ітераційної процедури є таким:

1 Вихідна функція граничного стану (12) трансформується в функцію нормалізованих випадкових змінних Z_i (13).

2 Приймається початкова проектна точка з врахуванням того, що функція граничного стану є лінійною, і за формулою (6) обчислюється характеристика безпеки першого наближення $\beta^{(1)}$ для $m=1$.

3 Обчислюється вектор напрямних косинусів $\alpha^{(m)}$ за формулою (17).

4 Обчислюється вектор $\mathbf{Z}^{(m+1)}$ функції граничного стану за формулою (16).

5 Обчислюється характеристика безпеки $\beta^{(m+1)}$ за формулою (19).

6 Перевіряється, чи стабілізувався ітераційний процес: $\beta^{(m+1)} = \beta^{(m)}$. (21)

7 Якщо рівність (21) задовольняється – знайдено характеристику безпеки, яка відповідає нелінійній характеристиці безпеки. В протилежному випадку приймається $m = m + 1$ і обчислення продовжуються, починаючи з п.3.

Загалом задача є незначної нелінійності і для отримання нелінійного значення характеристика безпеки достатньо 5 – 6 ітерацій.

Приклад обчислення характеристики безпеки β

Значення характеристики безпеки $\beta^{(m)}$, обчисленні за наведеним вище алгоритмом, наведено в табл.1. Початкове значення характеристики безпеки (за лінійною функцією граничного стану) в цьому прикладі є $\beta = 3{,}2144$.

Таблиця 1 *– Значення характеристики безпеки за ітераціями*

Номер ітерації, m	0	1	2	3	4	5	6
Значення $\beta^{(m)}$	3,2144	3,1816	3,3608	3,3972	3,4426	3,4525	3,4525

Приклад визначення характеристики безпеки для прогонових будов мостів, що знаходяться в експлуатації

В прикладі виконано аналіз надійності залізобетонних прогонових будов автодорожніх мостів за розповсюдженими типовими проектами при навантаженні А15:

- типовий проект випуск 122-62 - діафрагмові балки з попередньо напруженою арматурою (пасма);
- типовий проект випуск 56 - діафрагмові балки з каркасною арматурою;

Як можна було очікувати, прогонові будови не мають належної надійності за згинальним моментом при навантаженні А15. Значення характеристики надійності β у більшості випадків є значно меншим від мінімального, регламентованого нормами $\beta = 3{,}8$.

Обчислення характеристики безпеки за нелінійною функцією граничного стану (останні стовчики таблиць 2 і 3) дають більші значення, що відкриває додаткові резерви несної здатності.

Таблиця 2 *– Характеристики безпеки балки за типовим проектом Випуск 122-62 при навантаженні А15*

Прольот, м	Наймену-вання зусилля	Зусилля при А15, (кНм)	Несна здатність перерізу, (кНм)	Характеристика безпеки за лінійною функцією	Характеристика безпеки за нелінійною функцією
10,0	$M_{½}$	988,0	1155,0	2,941	3,126
12,5	$M_{½}$	1367,77	1376,0	2,324	2,451
15,0	$M_{½}$	1747,9	1615,0	1,982	2,102

Таблиця 3 – *Характеристики надійності балки за типовим проектом Випуск 56 при навантаженні А15*

Прольот, м	Найме-нування зусилля	Зусилля при А15, (кНм)	Несна здатність перерізу, (кНм)	Характеристика безпеки за лінійною функцією	Характеристика безпеки за нелінійною функцією
12,5	М ½	1075,5	1202,0	2,759	2,939
15,0	М ½	1360,1	1528,0	2,779	2,935
20,0	М ½	2302,8	2989,0	3,368	3,553

Висновок

Визначення характеристики безпеки за нелінійною функцією граничного стану є уточненням експлуатаційної оцінки мостів і відкриває додаткові резерви несної здатності, які можуть становити 3 – 7%.

Література

1 Лантух-Лященко А.І. Оцінка надійності споруди за моделлю марковського випадкового процесу з дискретними станами. //Зб. Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – 1999, вип. 57 – С. 183-188.

2 Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат. – 1978. – 239 с.

3 ВБН В.3.1-218-174-2002 «Мости та труби. Оцінка технічного стану мостів, що експлуатуються». – Державна служба автомобільних доріг України. – К.: 2002. – 74 с.

4 Melchers, R.E. Structural Reliability Analysis and Prediction/ Second Edition. John Wiley & Sons. – New York: 1999, 437 p.

5 Hasofer, A.M. and Lind, N.C. Exact and Invariant Second-moment Code Format, J. Engineering Mechanics Div., ASCE, 100 (EM1), 1974. – P. 111-121.