

ЗАСТОСУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПОЛОЖЕНЬ ДО ВИЗНАЧЕННЯ МАЛОЦИКЛОВОЇ ВТОМЛЕНОСТІ І ЦИКЛІЧНОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ БЕТОНУ ТА АРМАТУРНОЇ СТАЛІ

Крусь Ю.О.

Крусь О.Ю.

Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне

У реальних умовах практично всі будівельні конструкції, будівлі та споруди експлуатуються під впливом повторних навантажень із випадковим або періодичним чергуванням навантажувальних і розвантажувальних. Серед них можна вирізнити так звані **малоциклові навантаження** з кількістю повторювань за гарантований термін служби будівлі або споруди десятки, сотні, а деколи й тисячі разів (в усіх випадках багато менше, ніж регламентовані будівельними нормами для багатоциклових навантажень 2×10^6 циклів), які за своїми значеннями перевищують навантаження при звичайному використанні матеріалу, елемента або конструкції і можуть бути охарактеризовані як перенавантаження. Це, головним чином, стосується навантажень природного походження – снігових, вітрових, сейсмічних, хвильових, льодових та ін., що характеризуються значним статистичним розкидом. Певною мірою це відноситься і до технологічних навантажень, зокрема – при зафіксованих співробітниками ДерждорНДІ несанкціонованих перетинах великоваговими вантажами мостових споруд з обмеженою вантажопідйомністю. Об'єкти силового впливу, будучи перенавантаженими, зазнають перенапружувань, що спричиняє їхнє специфічне нелінійне деформування, кінцевим результатом якого є **малоциклова втомиленість** – явище настання граничного стану (порушення суцільності) від розміщення матеріалу при прогресійному зростанні пластичної деформації при її циклічній зміні. Отже, дія малоциклових навантажень може призвести до непередбачених і тяжких наслідків, аж до аварії вірно запроектованих згідно з чинними нормами будівель і споруд. Усе сказане свідчить про актуальність розглядуваної проблеми, що потребує всебічного й ретельного вивчення та систематизації.

Наразі науковцями накопичено експериментальні дані, що дозволяють визначати малоциклову втомиленість деяких конструктивних матеріалів, зокрема, дрібнозернистого бетону, важкого бетону на звичайних заповнювачах, керамзитобетону [1]. Але, по-перше – усі відомі залежності мають феноменологічний характер і можуть бути використані лише для конкретного матеріалу і певного режиму його навантажувальності; по-друге – охопити дослідженнями з подібним методологічним підходом усі матеріали для узагальнення даних у нормативних документах видається технічно складною процедурою, якій супутня низка несприятливих факторів, найсуттєвіший з яких – необхідність проведення великої кількості тривалих і кропітких експериментів.

На фоні вище окреслених труднощів логічним представляється необхідність розробки універсального апарату визначення малоциклової втомиленості та прогнозування циклічної довговічності будь-якого нелінійно деформівного будівельного матеріалу із залученням найбільш ефективних на сьогоднішній день енергетичних положень.

Застосування енергетичних гіпотез, критеріїв і співвідношень до математичного описання будь-яких фізичних процесів – це, частіше за все, можливість у найбільш ефективний спосіб одержати результат із мінімальними витратами розрахункової праці та у найкоротший термін. Досвід використання енергетичних положень у теорії опору бетону й залізобетону відомий. Так, наприклад, плити, обпєрті по контуру, розраховують методом граничної рівноваги

на основі балансу енергії. Розглядаючи у граничному стані плиту як систему плоских ланок, з'єднаних між собою лінійними пластичними шарнірами, прирівнюють роботу зовнішніх і внутрішніх сил [2]. Відомі й інші випадки ефективності енергетичного оцінювання, зокрема, при трансформуванні одержаних за стандартними методиками діаграм деформування бетону та арматурної сталі, коли необхідно врахувати характер навантаження (його інтенсивність, форму й швидкість прикладання, тривалість дії, режимність та ін.) [3-12], або ж – при складанні достатньо простих і адекватних фізичним процесам математичних моделей напружено-деформованого стану перерізів зігнутих залізобетонних елементів на довільних стадіях їхньої роботи [10,13,14].

Разом із тим, стосовно розробки методів розрахунку міцності бетону при малоциклових статичних впливах слід відзначити вкрай недостатню міру залучення енергетичних положень. Навіть чи не єдиною наразі з досліджуваної проблеми наукову працю [15] через низку причин не можна вважати остаточно завершеною. Основна з них – присутність у кінцевій формулі для визначення циклічної довговічності бетону n_{cyc} констант $\varepsilon_{br,cyc}$, $\alpha_{cyc}=1/v_{br,cyc}$ і $\delta_{cyc}=\alpha_{cyc}/(1+\alpha_{cyc})$, що характеризують специфічні особливості деформування бетону в умовах малоповторювальних навантажувальних циклів. Зазначений недолік позбавляє ефективності практичне застосування запропонованого авторами [15] енергетичного підходу, якій за своїм оригінальним задумом передбачає відомість про механічні характеристики бетону лише при одноразовому статичному навантажуванні до руйнування.

У представленій статті розроблено власний енергетичний апарат визначення малоциклової втомленості і циклічної довговічності деяких нелінійно деформівних матеріалів.

Бетон. Серед усіх відомих із літератури [11,16,17] аналітичних співвідношень найбільш часто для математичного описання кривих малоциклової втомленості матеріалів (так званих кривих руйнування або ж діаграм Веллера; рис. 2 у публікації [1]) із яскраво вирізненими ділянками виключно пружного й пружно-пластичного деформувань при “м'якому” режимі навантажування (тобто при незмінній швидкості проросту напружень) застосовують емпіричну формулу Л.Коффіна-С.Менсона, яка, зокрема, для м'яких сталей і алюмінієвих сплавів, що зазнають осьового розтягу, має такий вигляд:

$$(\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y}) \cdot n_{cyc}^{\delta} = D, \quad (1)$$

де $\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y} = \sigma_a$ – діапазон напружень, у межах якого відбувається пластичне деформування матеріалу, тобто зона так званих значних пластичних деформацій, що мають місце при $\sigma_{s,y} < \sigma_{s,cyc} < \sigma_{s,u}$;

$\sigma_{s,cyc} = \sigma_{s,max}$ – максимальне напруження циклу; $\sigma_{s,y}$ – напруження, що обмежує пружну роботу матеріалу, або інакше – межа текучості;

$\sigma_{s,u}$ – межа міцності; δ і D – сталі для конкретного матеріалу механічні характеристики, які визначають його пластичні властивості і встановлюються із дослідів на руйнування при одноразовому монотонному завантажуванні.

Далі розглядатимемо бетон, що піддається м'якорезимному центральному стиску в умовах знакосталих циклічних навантажувальних високих рівнів аж до руйнування. Апроксимацію відповідних кривих малоциклової втомленості здійснимо дробово-степенною функцією вигляду

$$\eta_{b,cyc} = 1 - p \frac{n_{cyc}^q - 1}{n_{cyc}^q}, \quad (2)$$

де $\eta_{b,cyc} = \sigma_{b,cyc}/R_b$ – відносний рівень малоциклової втомленості бетону;

p і q – сталі коефіцієнти, які характеризують нелінійні властивості бетону і визначаються з умов мінімуму квадратичних абсолютних відхилень дослідних точок від теоретичної кривої.

Надання фізичного змісту параметру p у виразі (2) не становить труднощів. Якщо взяти до уваги раніше встановлений у [1] факт наявності в діаграмі Веллера “ $\eta_{b,cyc} \sim n_{cyc}$ ” так званого “критичного” відносного рівня напружень $\eta_{b,cyc}^{cr}$, перевищення якого спричиняє втомленісне руйнування матеріалу, а також виконати деякі алгебричні перетворення, що пов’язані з виконанням апроксимаційною залежністю (2) граничних умов, згідно з якими при $n_{cyc}=1$ маємо $\eta_{b,cyc}=1$, а при $n_{cyc} \rightarrow \infty$ – $\eta_{b,cyc} \rightarrow \eta_{b,cyc}^{cr}$, то розглядувану формулу можна записати дещо інакше:

$$\eta_{b,cyc} = 1 - \left(1 - \eta_{b,cyc}^{cr}\right) \frac{n_{cyc}^q - 1}{n_{cyc}^q}. \quad (3)$$

З урахуванням базованих на результатах власних експериментально-теоретичних досліджень висновків [1] і висловлювань інших авторів [18-20] про відповідність граничної відносної межі малоциклової втомленості бетону $\eta_{b,cyc}^{cr}$ верхньому відносному рівню його мікротріщиноутворення $\eta_{b,crc}^{top}$, остаточний вираз для сталого коефіцієнта p у формулі (2) набуває такого вигляду:

$$p = 1 - \eta_{b,cyc}^{cr} = 1 - \eta_{b,crc}^{top}, \quad (4)$$

тобто

$$\eta_{b,cyc}^{cr} \equiv \eta_{b,crc}^{top}. \quad (5)$$

Залежно від виду застосованого функціонального зв’язку між напруженнями σ_b і повними відносними деформаціями ε_b (вирази (18) або (26) у роботі [21])

$$\sigma_b = R_b (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{v_{bR}} = R_b \eta_\varepsilon^{v_{bR}} \quad (6)$$

або

$$\sigma_b = R_b \frac{\varepsilon_b}{(1 - v_{bR})\varepsilon_b + v_{bR}\varepsilon_{bR}} = \frac{R_b \eta_\varepsilon}{(1 - v_{bR})\eta_\varepsilon + v_{bR}} \quad (7)$$

(тут $\eta_\varepsilon = \varepsilon_b / \varepsilon_{bR}$) для визначення відносного рівня напружень $\eta_{b,cyc}^{cr} = \eta_{b,crc}^{top}$ можуть бути використані раніше одержані в [22] співвідношення (відповідно вирази (11) і (2) у зазначеній публікації [22])

$$\eta_{b,cyc}^{cr} = \eta_{b,crc}^{top} = \left(\frac{2v_{b,l;R}}{v_{b,tr;R}} \cdot \frac{\varepsilon_{b,tr;R}}{\varepsilon_{b,l;R}} \right)^{\frac{v_{b,tr;R} v_{b,l;R}}{v_{b,tr;R} - v_{b,l;R}}} \quad (8)$$

або

$$\eta_{b,cyc}^{cr} = \eta_{b,crc}^{top} = \frac{\sqrt{v_{b,l;R}\varepsilon_{b,l;R}} - \sqrt{2v_{b,tr;R}\varepsilon_{b,tr;R}}}{(1 - v_{b,tr;R})\sqrt{v_{b,l;R}\varepsilon_{b,l;R}} - (1 - v_{b,l;R})\sqrt{2v_{b,tr;R}\varepsilon_{b,tr;R}}}. \quad (9)$$

З урахуванням (5) перепишемо формулу (3) в абсолютних напруженнях:

$$\sigma_{b,cyc} = R_b - (R_b - \sigma_{b,cyc}^{cr}) \frac{n_{cyc}^q - 1}{n_{cyc}^q} = R_b - (R_b - \sigma_{b,crc}^{top}) \frac{n_{cyc}^q - 1}{n_{cyc}^q}, \quad (10)$$

де $\sigma_{b,cyc}^{cr}$ – абсолютна межа малоциклової втомленості бетону при центральному стиску;

$R_{b,crc}^{top} = \eta_{b,crc}^{top} R_b$ – напруження в стиснутому бетоні, що відповідає верхній границі мікротріщиноутворення у ньому.

Залежність (10) може бути приведена до структури формули Л.Коффіна-С.Менсона (1), з таким виглядом:

$$(\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr}) \cdot n_{cyc}^q = D, \quad (11)$$

де

$$D = R_b - \sigma_{b,cyc}^{cr}. \quad (12)$$

Порівняння співвідношень (11) і (1) засвідчує про очевидну тотожність

$$q \equiv \delta. \quad (13)$$

Надамо фізичного змісту сталому коефіцієнту q , що входить також до складу виразів (2), (3) і (10). Супроводжуємо цю процедуру оцінку явища малоциклової втомленості з позицій енергетичної гіпотези Д. Мартіна [11,12,23] і пропозицій до неї Г. Хелфорда і Дж. Морроу [24], згідно з якими втомленість (вичерпання циклічної довговічності) настає у випадку досягнення сумарною площею петлі гістерезису, пов'язаної з ділянкою суттєвих пластичних деформацій, критичної величини, вирахованої за значенням розсіяної в одиниці об'єму матеріалу потенціальної енергії при одноразовому статичному завантажуванні до руйнування. Сформульованій гіпотезі відповідає математичний запис

$$\sum_{k=1}^{n_{cyc}} W_k = n_{cyc} \int_0^{\varepsilon_{pl,max}} \sigma_a d\varepsilon_{pl} = W^*, \quad (14)$$

де n_{cyc} – кількість циклів навантажувальних до руйнування (циклічна довговічність);

k – поточна кількість циклів навантажувальних;

W_k – енергія, яка розсіюється в одиниці об'єму матеріалу на k -му циклі або інакше – енергія пластичного гістерезису за один k -й цикл;

W^* – критична енергія руйнування.

Скористаємось запропонованою Р.Ганстоком [25] формулою повної енергії, необхідної для руйнування матеріалу після n_{cyc} циклів, у вигляді (рис. 1,а)

$$\sum_{k=1}^{n_{cyc}} W_k = A + B \cdot n_{cyc} \quad (15)$$

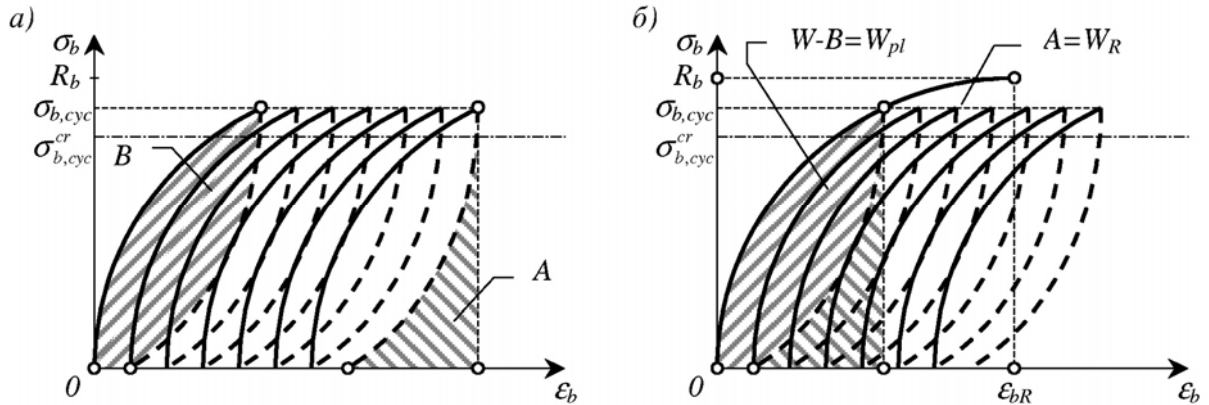


Рис. 1. Графічне тлумачення формули Р.Ганстока (15) (а) і залежності (17) (б)

Оскільки класична теорія пружності (включаючи й нелінійну пружність) не розрізняє випадків першого або будь-якого наступного навантажувань [11], то при $W_k = W = const$ співвідношення (15) набуває дещо іншої форми

$$(W - B) \cdot n_{cyc} = A \quad (16)$$

з іншим фізичним змістом (рис. 1,б), засвідчуючи, що константа A характеризує критичну енергію W_R , витрачену на руйнування при одноразовому завантажуванні до руйнування, а стала B визначає енергію, що йде на відновлення, тобто зменшення ступеня накопичених пошкоджень. Такі міркування дають підставу тлумачити формулу (16) наступним чином:

$$W_{pl} \cdot n_{cyc} = W_R \quad (17)$$

Як бачимо з рис. 1,б, визначення питомої енергії $W - B = W_{pl}$, дисипованої одиницею об'єму за один цикл повторного навантажування, передбачає знання залежності напружень σ_b від пластичних деформацій $\epsilon_{b,pl}$. Якщо скористатись одержаним раніше власним законом деформування бетону при центральному стиску у "м'якому" силовому режимі (див. формулу (36) у роботі [26])

$$\sigma_b = R_b \left[\frac{\epsilon_{b,pl}}{(1 - \nu_{bR}) \epsilon_{bR}} \right]^{v_{bR}/(1 + \nu_{bR})} = \frac{\nu_{bR} E_{b0} \epsilon_{bR}^{1/(1 + \nu_{bR})}}{(1 - \nu_{bR})^{v_{bR}/(1 + \nu_{bR})}} \epsilon_{b,pl}^{v_{bR}/(1 + \nu_{bR})} \quad (18)$$

або інакше –

$$\sigma_b = \beta_b \epsilon_{b,pl}^{\alpha_b} \quad (19)$$

де

$$\beta_b = \frac{\nu_{bR} E_{b0} \varepsilon_{bR}^{1/(1+\nu_{bR})}}{(1-\nu_{bR})^{\nu_{bR}/(1+\nu_{bR})}} \quad (20)$$

і

$$\alpha_b = \frac{\nu_{bR}}{1+\nu_{bR}}, \quad (21)$$

а також прийняти до уваги дослідження авторів [11,27], що свідчать про відповідальність за порушення циклічної міцності накопичених пластичних деформацій у діапазоні напружень $\sigma_{\text{cyc}}^{cr} \dots R_u$ (тут R_u – межа міцності матеріалу), доходимо такого висновку: при визначенні енергії W_{pl} дисипованої одиницею об'єму бетону за один цикл повторного навантаження, функціональний зв'язок $\sigma_b = f(\varepsilon_{b,pl})$ для ділянки $\varepsilon_{b,cyc}^{cr} \dots \varepsilon_{bR}$ суттєвих пластичних деформацій в області напружень $\sigma_{\text{cyc}}^{cr} \dots R_b$ має вигляд (рис. 2)

$$\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr} = \beta_b (\varepsilon_{b,pl;cyc} - \varepsilon_{b,pl;cyc}^{cr})^{\alpha_b} = \beta_b (\Delta \varepsilon_{b,pl;cyc})^{\alpha_b}. \quad (22)$$

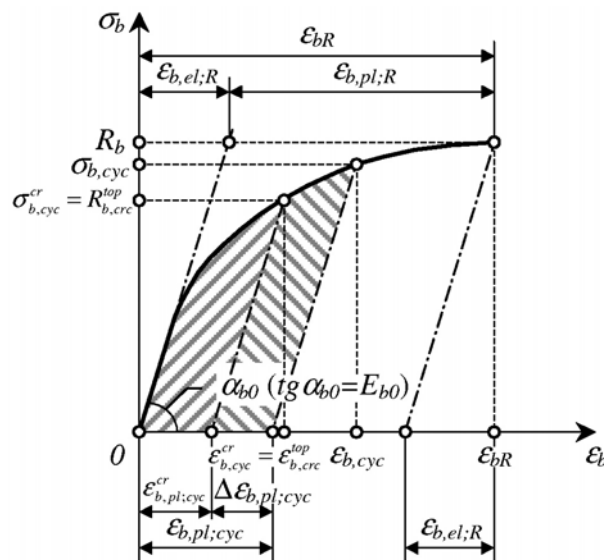


Рис. 2. Схема діаграми деформування бетону при його одноразовому завантаженні центральним стиском до руйнування у “м’якому” силовому режимі

В оберненому записі, тобто у математичній формі $\Delta \varepsilon_{b,pl;cyc} = f(\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr})$, співвідношення (22) виглядає так:

$$\Delta \varepsilon_{b,pl;cyc} = \varepsilon_{b,pl;cyc} - \varepsilon_{b,pl;cyc}^{cr} = \left(\frac{\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr}}{\beta_b} \right)^{1/\alpha_b}. \quad (23)$$

Отже, прийнявши до опрацювання залежність (22), одержимо вираз для визначення питомої енергії W_{pl} :

$$\begin{aligned} W_{pl} &= \int_0^{\varepsilon_{b,pl;cyc}} \sigma_b d\varepsilon_{b,pl} - \int_0^{\varepsilon_{b,pl;cyc}^{cr}} \sigma_b d\varepsilon_{b,pl} = \int_0^{\varepsilon_{b,pl;cyc}} \beta_b \varepsilon_{b,pl}^{\alpha_b} d\varepsilon_{b,pl} - \int_0^{\varepsilon_{b,pl;cyc}^{cr}} \beta_b \varepsilon_{b,pl}^{\alpha_b} d\varepsilon_{b,pl} = \\ &= \beta_b \frac{(\varepsilon_{b,pl;cyc} - \varepsilon_{b,pl;cyc}^{cr})^{\alpha_b+1}}{\alpha_b + 1} \end{aligned} \quad (24)$$

або з урахуванням (23) –

$$W_{pl} = \frac{(\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr})^{(\alpha_b+1)/\alpha_b}}{\beta_b^{1/\alpha_b} (\alpha_b + 1)}. \quad (25)$$

Після підстановки (25) у (17) і подальших алгебричних перетворювань маємо

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr})^{(\alpha_b+1)/\alpha_b}}{\beta_b^{1/\alpha_b} (\alpha_b + 1)} \cdot n_{cyc} &= W_R; \\ (\sigma_{b,cyc} - \sigma_{b,cyc}^{cr}) \cdot n_{cyc}^{\alpha_b/(\alpha_b+1)} &= [W_R \beta_b^{1/\alpha_b} (\alpha_b + 1)]^{\alpha_b/(\alpha_b+1)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Як бачимо, вираз (26) структурно ідентичний формулі Л.Коффіна-С.Менсона (1) і трансформованому запису (11) запропонованій нами апроксимаційної залежності малоциклової втомленості бетону (3); при цьому

$$D = [W_R \beta_b^{1/\alpha_b} (\alpha_b + 1)]^{\alpha_b/(\alpha_b+1)} \quad (27)$$

і

$$\delta = q = \frac{\alpha_b}{\alpha_b + 1}. \quad (28)$$

Таким чином, з урахуванням (21) фізичний зміст сталого коефіцієнта $q \equiv \delta$ (див. формулу (13)) у співвідношеннях (2), (3) і (10) набуває формалізованого вигляду

$$q = \frac{\alpha_b}{\alpha_b + 1} = \frac{\nu_{bR}}{1 + 2\nu_{bR}}. \quad (29)$$

Підставляючи (29) у залежність (3) та беручи до уваги співвідношення (5), одержимо остаточний вираз для визначення відносного рівня малоциклової втомленості бетону, а саме:

$$\eta_{b,cyc} = 1 - \left(1 - \eta_{b,crc}^{top}\right) \frac{n_{cyc}^{\nu_{bR}/(1+2\nu_{bR})} - 1}{n_{cyc}^{\nu_{bR}/(1+2\nu_{bR})}}. \quad (30)$$

Обернена по відношенню до (30) залежність у формі $n_{cyc} = f(\eta_{b,cyc})$ надає можливість прогнозувати малоциклову довговічність бетону n_{cyc} і має вигляд

$$n_{cyc} = \left[\frac{1 - \eta_{b,crc}^{top}}{\eta_{b,cyc} - \eta_{b,crc}^{top}} \right]^{(1+2\nu_{bR})/\nu_{bR}} \quad (31)$$

Оцінку адекватності залежності (30) з урахуванням співвідношення для обчислення присутнього у ній сталого параметра $\eta_{b,crc}^{top}$ (див. вираз (9)) здійснювали за експериментальними даними, одержаними при випробуваннях окремих серій призм із дрібнозернистого цементно-піщаного бетону ДЗБ-I,II (17 шт.), крупнозернистого бетону на звичайних заповнювачах КЗБ-I-2 (16 шт.) та крупнозернистого бетону на звичайних заповнювачах із пластифікувальною добавкою “Дофен” КЗБД-III (16 шт.) високими рівнями малоциклових статичних навантажувальних центральним стиском із діапазоном варіювання максимальних рівнів напружень $\eta_{b,cyc} = 0,78 \dots 0,96$ і незмінною характеристикою циклів $\rho_{\sigma} = \sigma_{b,min} / \sigma_{b,max} = 0$ (див. табл. 1 у роботі [1]). Графічну інтерпретацію малоциклової втомленості досліджуваних бетонів представлено на рис. 3. Про прийнятність розробленого підходу до визначення $\eta_{b,cyc}$ із залученням відомих енергетичних положень свідчать статистичні параметри варіаційних рядів нормального розподілу співвідношень $\eta_{b,cyc}^{exp} / \eta_{b,cyc}^{th}$ (табл. 1), вказуючи на добру збіжність дослідних значень $\eta_{b,cyc}^{exp}$ і теоретичних величин $\eta_{b,cyc}^{th}$, обчислених за формулою (30).

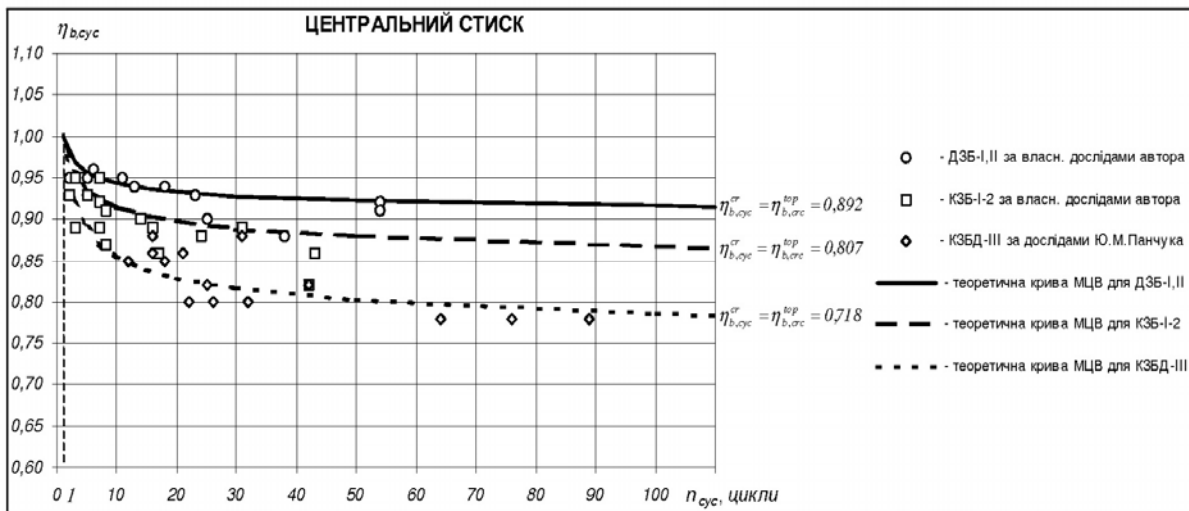


Рис. 3. Графіки малоциклової втомленості МЦВ (залежності “ $\eta_{b,cyc} \sim n_{cyc}$ ” або інакше – криві Веллера) бетонів різних видів при центральному стиску, що побудовані за одержаною із залученням енергетичних положень формулою (30)

Таблиця 1 – Числові значення сталих характеристик бетонів і статистичні параметри залежності (30)

Вид бетону	Сталі характеристики		Статистичні параметри				Граничні відносні рівні малоциклової втомленості $\eta_{b,cyc}^{cr}$ на базі $N_{cyc}=n_{cyc}$ циклів			
	$\eta_{b,cyc}^{top}$	ν_{bR}	M	$\sigma, \%$	$V, \%$	$P, \%$	100	500	1000	∞
ДЗБ-ІІ	0,892	0,914	0,990	0,018	1,82	0,49	0,916	0,906	0,904	0,892
КЗБ-І	0,807	0,511	0,977	0,027	2,76	0,69	0,867	0,847	0,841	0,807
КЗБД-ІІІ	0,718	0,830	1,009	0,032	3,21	0,86	0,785	0,759	0,751	0,718

Примітка 1. Тут прийняті ті ж самі позначення різних видів бетону, що і в табл. 1 публікації [1].
Примітка 2. Для визначення сталого параметра $\eta_{b,cyc}^{top}$ використовували представлені у табл. 1 публікації [1] міцнісні та деформаційні характеристики поздовжнього й поперечного деформувань відповідних бетонів при одноразовому центральному стиску до руйнування.

Звернімо увагу на те, що наведені у табл. 2 публікації [1] і табл. 1 цієї статті дані з визначення відносних рівнів малоциклової втомленості за різними методиками (відповідно чисто експериментальною та із залученням енергетичних положень) дають дуже близькі результати: найбільша розбіжність між величинами $\eta_{b,cyc}^{cr}$ на базисах $N_{cyc}=n_{cyc}=100, 500$ і 1000 циклів, а також при $n_{cyc} \rightarrow \infty$, становить $\Delta=4,18 \%$. Отже, обидві методики можуть бути використані в практичних розрахунках.

Разом із тим, варто відзначити, що запропонований метод, базований на застосуванні енергетичних гіпотез, критеріїв і співвідношень до встановлення фізичного змісту деяких сталих характеристик матеріалів, видається ефективнішим. Уникаючи поставлення тривалих і трудомістких експериментів, такий підхід дозволяє визначати $\eta_{b,cyc}^{cr}$ на певній базі випробувань N_{cyc} лише по параметрах його поздовжнього й поперечного деформувань при регламентованому чинним державним стандартом [28] одноразовому статичному навантажуванні до руйнування.

Арматурна сталь. Раніше вже зазначалось [1], що малоциклова втомленість як наслідок прогресійного руйнування матеріалу настає за циклічної зміни у ньому пластичної деформації, коли можливе її накопичення. Стосовно арматурної сталі цей процес може відбуватись лише за наявності у відповідній діаграмі деформування так званої “стадії самозміцнення”. У зв’язку з цим, розглянемо два можливих випадки: **випадок 1** – деформування матеріалу у зоні зміцнення відбувається нелінійно (рис. 4, а); **випадок 2** – указане деформування може бути описане лінійним законом (рис. 4, б).

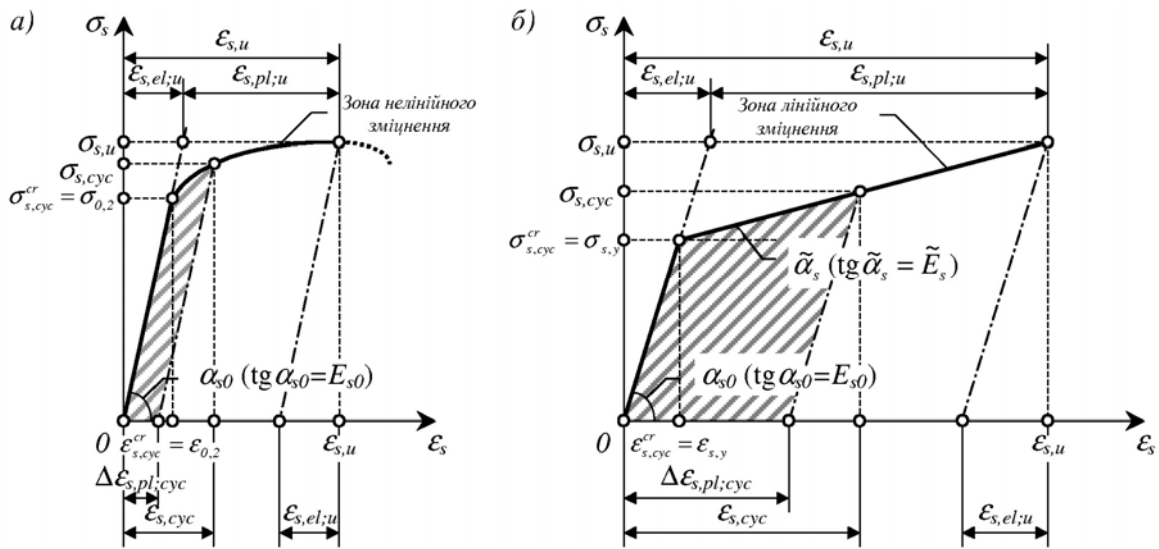


Рис. 4. Схеми діаграм деформування арматурної сталі із зонами нелінійного (а) і лінійного (б) зміцнення при розтягу

У першому випадку, притаманному, головним чином, твердим арматурним сталям, бачимо ідентичність діаграм деформування бетону і сталі (відповідно рис. 2 і 4,а). Якщо роботу арматурної сталі у стадії зміцнення описати степеневим законом структурного вигляду (19) і, по аналогії з одержаною для бетону формулою (22), залежність “напруження $\sigma_s \sim$ відносні деформації ε_s ” у математичній формі $\sigma_s = f(\varepsilon_{s,pl})$ представити як

$$\sigma_{s,cyc} - \sigma_{0,2} = \beta_s (\varepsilon_{s,pl;cyc} - \varepsilon_{0,2})^{\alpha_s} = \beta_s (\Delta \varepsilon_{s,pl;cyc})^{\alpha_s}, \quad (32)$$

де константи β_s , α_s і $\tilde{\nu}_{s,u}$ характеризують нелінійність деформування в області пружно-пластичних деформацій і визначаються зі співвідношень

$$\beta_s = \frac{\tilde{\nu}_{s,u} E_{s0} (\varepsilon_{s,u} - \varepsilon_{0,2})^{1/(1+\tilde{\nu}_{s,u})}}{(1 - \tilde{\nu}_{s,u})^{\tilde{\nu}_{s,u}/(1+\tilde{\nu}_{s,u})}}; \quad (33)$$

$$\alpha_s = \frac{\tilde{\nu}_{s,u}}{1 + \tilde{\nu}_{s,u}}; \quad (34)$$

$$\tilde{\nu}_{s,u} = \frac{\sigma_{s,u} - \sigma_{0,2}}{E_{s0} (\varepsilon_{s,u} - \varepsilon_{0,2})} \quad (35)$$

(тут позначення ті ж самі, що й у формулах (20) і (21), тільки стосуються вони арматурної сталі), то очевидно, що аналітичний підхід і математичний апарат визначення абсолютного рівня малоциклової втомленості $\sigma_{s,cyc}$ і циклічної довговічності n_{cyc} для арматурної сталі буде подібний до викладеного вище для бетону. У результаті вирази для прогнозування $\sigma_{s,cyc}$ і n_{cyc} матимуть такий остаточний вигляд:

$$\sigma_{s,cyc} = \sigma_{s,u} - (\sigma_{s,u} - \sigma_{0,2}) \frac{n_{cyc}^{\tilde{\nu}_{s,u}/(1+2\tilde{\nu}_{s,u})} - 1}{n_{cyc}^{\tilde{\nu}_{s,u}/(1+2\tilde{\nu}_{s,u})}}; \quad (36)$$

$$n_{cyc} = \left[\frac{\sigma_{s,u} - \sigma_{0,2}}{\sigma_{s,cyc} - \sigma_{0,2}} \right]^{(1+2\tilde{\nu}_{s,u})/\tilde{\nu}_{s,u}} \quad (37)$$

За аналогією з (30) і (31) формули (36) і (37) можна записати у відносних рівнях напружень, а саме

$$\eta_{s,cyc} = 1 - \left(1 - \sigma_{0,2}/\sigma_{s,u}\right) \frac{n_{cyc}^{\tilde{\nu}_{s,u}/(1+2\tilde{\nu}_{s,u})} - 1}{n_{cyc}^{\tilde{\nu}_{s,u}/(1+2\tilde{\nu}_{s,u})}}; \quad (38)$$

$$n_{cyc} = \left[\frac{1 - \sigma_{0,2}/\sigma_{s,u}}{\eta_{s,cyc} - \sigma_{0,2}/\sigma_{s,u}} \right]^{(1+2\tilde{\nu}_{s,u})/\tilde{\nu}_{s,u}}, \quad (39)$$

де $\eta_{s,cyc} = \sigma_{s,cyc}/\sigma_{s,u}$ – відносний рівень малоциклової втомленості арматурної сталі.

Більш простий механізм визначення малоциклової втомленості в енергетичній постановці може бути реалізований у другому розглядуваному випадку – для м'яких арматурних сталей, алюмінієвих сплавів і інших матеріалів із явно вираженими ділянками пружної та пружно-пластичної робіт, де деформування в області пружно-пластичних деформацій (зоні зміщення) найкращим чином апроксимується лінійною залежністю (рис. 4,б). Для надання формалізованого вигляду такій умовно дволінійній діаграмі стану розтягнутої арматури у записі $\sigma_s = f(\varepsilon_{s,pl})$ може бути використане раніше одержане співвідношення (вираз (2.67) у роботі [29])

$$\sigma_s = \sigma_{s,y} + \frac{1-k}{k} E_{s0} \Delta\varepsilon_{s,pl}, \quad (40)$$

де

$$k = \frac{E_{s0} - \tilde{E}_s}{E_{s0}}. \quad (41)$$

З (40) впливають необхідні для визначення енергії W_{pl} , дисипованої одиницею об'єму матеріалу за один цикл повторного навантажування, залежності у формах $\sigma_s = f(\varepsilon_{s,pl})$ і $\varepsilon_{s,pl} = f(\sigma_s)$ для ділянки $\varepsilon_{s,y} \dots \varepsilon_{s,u}$ пружнопластичних деформацій в області напружень $\sigma_{s,y} \dots \sigma_{s,u}$ такого вигляду:

$$\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y} = \frac{1-k}{k} E_{s0} \Delta\varepsilon_{s,pl;cyc} \quad (42)$$

і

$$\Delta\varepsilon_{s,pl;cyc} = \frac{k}{1-k} \cdot \frac{(\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y})}{E_{s0}}. \quad (43)$$

За відомих функціональних зв'язків (42) і (43) одержимо вираз для обчислення питомої енергії W_{pl} :

$$\begin{aligned} W_{pl} &= \int_0^{\Delta\varepsilon_{s,pl;cyc}} (\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y}) d\varepsilon_{s,pl} = \int_0^{\Delta\varepsilon_{s,pl;cyc}} \frac{1-k}{k} E_{s0} \Delta\varepsilon_{s,pl;cyc} d\varepsilon_{s,pl} = \frac{1-k}{2k} E_{s0} \Delta\varepsilon_{s,pl;cyc}^2 = \\ &= \frac{1-k}{2k} E_{s0} \left[\frac{k}{1-k} \cdot \frac{(\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y})}{E_{s0}} \right]^2 = \frac{k}{2(1-k)} \cdot \frac{(\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y})^2}{E_{s0}}. \end{aligned} \quad (44)$$

Тоді енергетичний критерій малоциклової втомленості (17) набуває вигляду

$$W_{pl} \cdot n_{cyc} = \frac{k}{2(1-k)} \cdot \frac{(\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y})^2}{E_{s0}} \cdot n_{cyc} = W_R, \quad (45)$$

звідки

$$(\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y}) \cdot n_{cyc}^{1/2} = \left[\frac{2(1-k)E_{s0}}{k} W_R \right]^{1/2}. \quad (46)$$

Останнє співвідношення (46) у точності збігається з формулою Л.Коффіна-С.Менсона (1) і структурно трансформованим записом (11) апроксимаційної залежності малоциклової втомленості (3), причому

$$D = \left[\frac{2(1-k)E_{s0}}{k} W_R \right]^{1/2} \quad (47)$$

і

$$\delta = q = \frac{1}{2}. \quad (48)$$

Очевидно, що значення константи $\delta=q=1/2$ передбачає її універсальність для всіх матеріалів з умовною дволінійною діаграмою стану.

Отже, з урахуванням (48) остаточні вирази для визначення малоциклової втомленості $\sigma_{s,cyc}$ і циклічної довговічності n_{cyc} арматурної сталі з лінійним зміцненням (рис. 4,б) матимуть відповідно такий вигляд:

$$\sigma_{s,cyc} = \sigma_{s,u} - (\sigma_{s,u} - \sigma_{s,y}) \frac{n_{cyc}^{1/2} - 1}{n_{cyc}^{1/2}}; \quad (49)$$

$$n_{cyc} = \left[\frac{\sigma_{s,u} - \sigma_{s,y}}{\sigma_{s,cyc} - \sigma_{s,y}} \right]^2. \quad (50)$$

У відносних рівнях напружень формули (49) і (50) виглядатимуть так:

$$\eta_{s,cyc} = 1 - \left(1 - \sigma_{s,y} / \sigma_{s,u} \right) \frac{n_{cyc}^{1/2} - 1}{n_{cyc}^{1/2}}; \quad (51)$$

$$n_{cyc} = \left[\frac{1 - \sigma_{s,y} / \sigma_{s,u}}{\eta_{s,cyc} - \sigma_{s,y} / \sigma_{s,u}} \right]^2. \quad (52)$$

Перевірку адекватності залежності (51) виконували за експериментальними даними [16] випробувань на циклічний знакосталій ($\rho_\sigma = \sigma_{s,min} / \sigma_{s,max} = 0$) центральний розтяг на базі $N_{cyc} = 10^4$ циклів із частотою повторення навантажень $\omega = 10$ циклів/хв. гладких циліндричних зразків із маловуглецевої арматурної сталі ВМСт.3 із різним ступенем розкислення. Механічні характеристики досліджуваних марок сталі, а також результати випробувань наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Результати експериментальних досліджень маловуглецевої арматурної сталі ВМСт.3 із різним ступенем розкислення на малоциклову втомленість при центральному розтягу (за дослідом [16])

$\eta_{b,cyc}$	n_{cyc} , цикли	$\eta_{b,cyc}$	n_{cyc} , цикли	$\eta_{b,cyc}$	n_{cyc} , цикли
Сталь марки Ст.3пс: $\sigma_{sy}=242$ МПа; $\sigma_{s,u}=440$ МПа; $\delta_p^*=18\%$					
0,60	30	0,57	138;1718	---	---
0,58	215	0,56	5082	---	---
Сталь марки Ст.3сп: $\sigma_{sy}=240$ МПа; $\sigma_{s,u}=430$ МПа; $\delta_p=18\%$					
0,58	1968	0,56	286;327;4436;9354	---	---
0,57	1312;1968	0,55	7621	---	---
Сталь марки Ст.3кп: $\sigma_{sy}=214$ МПа; $\sigma_{s,u}=400$ МПа; $\delta_p=14\%$					
0,73	5	0,56	150;590	0,53	8204
0,60	26	0,55	454;5534	---	---
* δ_p – повне відносне видовження після розриву					

Графіки малоциклової втомленості маловуглецевої сталі різних марок, що побудовані за допомогою одержаного із залученням енергетичних положень співвідношення (51), представлено на рис. 5.

Статистики нормальних варіаційних рядів співвідношень $\eta_{s,cyc}^{exp} / \eta_{s,cyc}^{calc}$, а також граничні відносні рівні малоциклової втомленості $\eta_{s,cyc}^{cr}$ на базі $N_{cyc} = n_{cyc}$ циклів (при опрацюванні даних приймали $n_{cyc} = 100, 500, 1000$, а також $n_{cyc} \rightarrow \infty$ циклів) наведено в табл. 3.

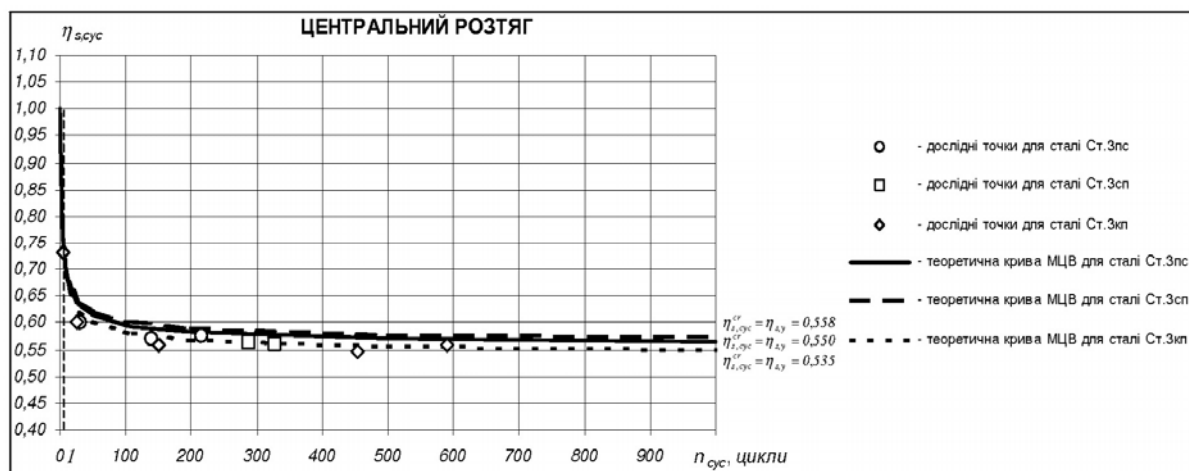


Рис. 5. Графіки малоциклової втомленості МЦВ маловуглецевої сталі різних марок при центральному розтягу, що побудовані за одержаною із залученням енергетичних положень формулою (51)

Таблиця 3 – Статистичні параметри залежності (51)

Марка маловуглецевої арматурної сталі	Статистичні параметри					Граничні відносні рівні малоциклової втомленості $\eta_{s,cyc}^{cr}$ на базі $N_{cyc}=n_{cyc}$ циклів			
	n , шт.	M	σ , %	V , %	P , %	100	500	1000	∞
Ст. 3пс	5	0,988	0,028	2,84	1,27	0,595	0,570	0,564	0,550
Ст. 3сп	8	0,989	0,022	2,18	0,77	0,602	0,578	0,572	0,558
Ст. 3кп	7	0,988	0,020	2,02	0,76	0,582	0,556	0,550	0,535

На жаль, обмеженість наданої в опублікованих наукових працях інформації про досліджувані матеріали не дозволяє перевірити придатність усіх одержаних із використанням енергетичного підходу виразів для практичних розрахунків. Так, зокрема, через відсутність значень деформаційних характеристик E_{s0} , $\varepsilon_{0,2}$ і ε_{su} , необхідних для визначення сталого параметра $\tilde{v}_{s,u}$, не представляється можливим встановити $\eta_{s,cyc}$ і n_{cyc} твердих арматурних сталей за формулами відповідно (38) і (39).

Висновки

Узагальнюючи викладене у цій статті, акцентуємо увагу на ефективності пропонованого способу прогнозування малоциклової втомленості та циклічної довговічності із залученням відомих енергетичних положень (передумов, критеріїв, співвідношень та ін.). Це дозволяє одержати достатньо прості, технічно наочні й зручні у практичному застосуванні відповідні математичні моделі не лише для бетону та арматурної сталі, а, варто сподіватись, і для будь-якого іншого нелінійно деформівного конструкційного будівельного матеріалу, маючи лише значення міцнісних і деформативних характеристик при його випробуванні одноразовим статичним навантаженням до руйнування, проведеному за стандартною методикою.

Література

1. Крись Ю.О., Крись О.Ю. Малоциклова втомленість бетону при статико-повторювальних знакосталих центральних стиску й розтягу // Будівельні конструкції: Міжвід. наук.-техн. зб. – Київ: НДІБК, 2009. – Вип. 72. – С. 159-167.
2. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции: Общий курс: Учеб. для вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1991. – 767 с.
3. Бондаренко В.М. Вопросы управления гистерезисными энергопотерями строительных конструкций // Бетон и железобетон. – 1995. – № 2. – С. 22-24.
4. Бондаренко В.М. Начала теории энергетического управления силовым сопротивлением строительных конструкций // Изв. вузов. Сер. Строительство. – 1996. – № 11. – С. 3-12.
5. Бондаренко В.М., Трегубенко Н.С. Опыт управления поглощением энергии при колебаниях конструкций инженерных систем // Изв. вузов. Сер. Строительство. – 1997. – № 9. – С. 20-25.

6. Гузеев Е.А., Шевченко В.И., Сейланов Л.А. Исследование силовых и энергетических параметров разрушения бетона по полностью равновесным диаграммам его деформирования // Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1986. – № 8. – С. 1-5.
7. Дамаск А., Динс Дж. Точечные дефекты в металлах / Пер. с англ. Д.Е.Тёмкина и Э.И.Экстрина; Под ред. Б.Я.Любова. – М.: Изд-во «Мир», 1966. – 291 с.
8. Койтер В.Т. Общие теоремы теории упруго-пластических сред: Из сб. «Успехи механики твёрдого тела»; Т. 1; Под ред. И.Снеддона и Р.Хилла/Пер. с англ. В.И.Розенблюма; Под ред. Г.С.Шапира. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. – 79 с.
9. Корчинский И.Л. Оценка несущей способности конструкций при сейсмическом воздействии с энергетических позиций // Бетон и железобетон. – 1967. – № 2. – С. 24-28.
10. Митасов В.М., Адищев В.В. О применении энергетических соотношений в теории сопротивления железобетона // Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1990. – № 4. – С. 33-37.
11. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. – М.: Наука, 1981. – 344 с.
12. Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. Уравнения и краевые задачи пластичности и ползучести: Справочное пособие. – Киев: Наукова думка, 1981. – 496 с.
13. Адищев В.В., Митасов В.М. Энергетический подход к моделированию процесса образования трещин в изгибаемых железобетонных элементах // Изв. вузов. Сер. Строительство. – 2005. – № 4. – С. 26-31.
14. Митасов В.М. Обобщённая формула перемещений при изгибе железобетонных балок // Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1987. – № 1. – С. 4-7.
15. Барашиков А.Я., Шевченко Б.Н., Валовой А.И. Малоцикловая усталость бетона при сжатии // Бетон и железобетон. – 1985. – № 4. – С. 27-28.
16. Сопротивление деформированию и разрушению при малом числе циклов нагружения: Сб. науч. тр. Гос. науч.-исслед. ин-та машиноведения АН СССР. – М.: Наука, 1967. – 171 с.
17. Усталость и выносливость металлов: Сб. статей / Пер. с англ. В.К.Житомирского; Под ред. Г.В.Ужика. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. – 497 с.
18. Багаудинов Р.М. Исследование напряжённо-деформированного состояния бетона при статико-повторном малоцикловом нагружении: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 1985. – 166 с.
19. Кириллов А.П. Выносливость гидротехнического железобетона. – М.: Энергия, 1978. – 272 с.
20. Маилян Л.Р. Разработка методов системного комплексного расчёта железобетонных статически неопределимых балок с учётом полных диаграмм деформирования материалов, сечений и конструкций на статические, повторные и динамические воздействия: Дис. ... д-ра техн. наук. – М., 1989. – 584 с.
21. Бабич Є.М., Крусь Ю.О. До питання побудови діаграм деформування бетону та визначення коефіцієнта повноти епюри напружень // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: Вид-во РДТУ, 2001. – Вип. 6. – С. 94-104.
22. Крусь Ю.О. Визначення характеристик структурних порушень бетону з позицій зміни кінематичних параметрів його об'ємного деформування // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: Вид-во РДТУ, 2000. – Вип. 4. – С. 187-194.
23. Martin D.E. An energy criterion for low cyclic fatigue // ASME, Jo. of Basic Eng. – Ser. D. – 1961. – Vol. 4. – P. 105-112.
24. Halford G.R., Morrow J.D. Low cyclic fatigue in torsion // Proc. Amer. Soc. for Testing and Materials. – 1962. – Vol. 62. – P. 697-707.

25. Hanstock R.F. Damping capacity, strain hardening and fatigue // Proceedings Physical Society. – 1947. – Vol. 59. – P. 275-287.
26. Бабич Е.М., Крусъ Ю.А., Гарницкий Ю.В. Новые аппроксимации зависимости ”напряжения-деформации”, учитывающие нелинейность деформирования бетонов // Изв. вузов. Сер. Строительство. – 1996. – № 2. – С. 39-44.
27. Takeo Y., Yamanouchi H., Yamamoto S. Low cycle fatigue of thin-walled hollow cylindrical specimens of mild steel in uniaxial and torsional test at constant strain amplitude // International Journal of Fracture Mechanics. – 1965. – Vol. 1. – No. 1. – P. 463-474.
28. ГОСТ 24452-80. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 55 с.
29. Бабич Є.М., Крусъ Ю.А. Бетонні та залізобетонні елементи в умовах малоциклових навантажень. – Рівне: Вид-во РДТУ, 1999. – 119 с.