



УДК 621.3(0758)

© 2007

Член-корреспондент НАН України А. Е. Божко

К задаче о переходных процессах в цепных схемах с учетом особых разложений скачкообразных напряжений

The special expansions for input jumpwise voltages and their use in the calculation of transient processes in series circuits are shown. The calculation is made for the modes of idling and short circuit.

В работах [1–3] представлена новая концепция о переходных процессах в электрических цепях постоянного и переменного токов. Эта концепция базируется на двух экспериментально подтвержденных эффектах: спектральном разложении переднего и заднего фронтов скачкообразных напряжений на затухающий ряд низкочастотных гармонических составляющих при наличии экспоненциально нарастающей постоянной составляющей, автоматической реструктуризации электрических цепей с реактивными элементами при входных полигармонических напряжениях [4]. Коэффициенты затухания этих составляющих превышают коэффициенты затухания электрических цепей на порядок и больше.

Разложение скачкообразного напряжения автором названо особым. Детальное существо этого разложения заключается в следующем. Скачкообразное напряжение $E \cdot 1(t)$, где E — величина; $1(t)$ — единичная функция, имеет вид, изображенный на рис. 1, а; t — время.

Представим $E \cdot 1(t)$ в виде суммы двух функций (см. рис. 1, б)

$$E \cdot 1(t) = f_1(t, \tau) + E \cdot 1(t - \tau),$$

где $f_1(t, \tau)$ — функция, описывающая импульс длительностью τ с величиной, равной E .

Функцию $f_1(t, \tau)$ разложим на две составляющие функции

$$f_{11}(t, \tau) = E(1 - e^{-\alpha\tau}) \quad \text{и} \quad f_{12}(t, \tau) = Ee^{-\alpha\tau}$$

(см. рис. 1, в, г, д), где α — коэффициент затухания. Ясно, что

$$f_{11}(t, \tau) + f_{12}(t, \tau) = E(1 - e^{-\alpha\tau}) + Ee^{-\alpha\tau} = E \cdot 1(t).$$

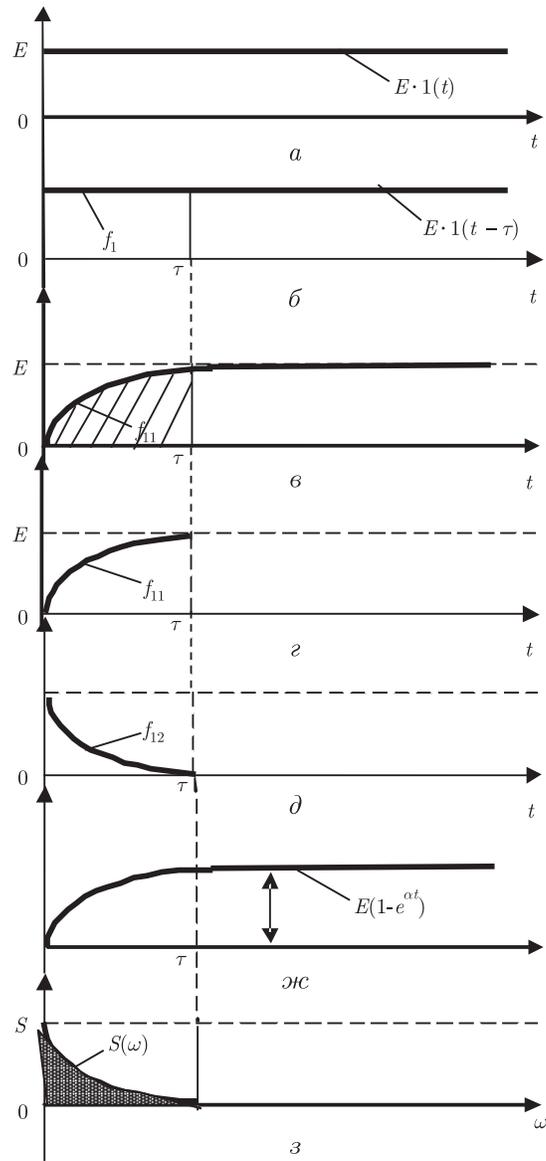


Рис. 1

Известно [5], что $f_1(t)$ можно представить в виде гармонического ряда

$$f_1(t) = \sum_{k=1}^m A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k),$$

где A_k , ω_k , φ_k — амплитуда, круговая частота, угол сдвига k -й гармонической составляющей соответственно.

Функция $e^{-\alpha t} \sum_{k=1}^m A_k \cos \omega_k t = f_{12}(t, \tau)$ (см. рис. 1, з). Складывая $f_{11}(t, \tau)$ и $E(1 - \tau)$, получим функцию $E(1 - e^{-\alpha \tau}) = f_2(t)$ (см. рис. 1, е).

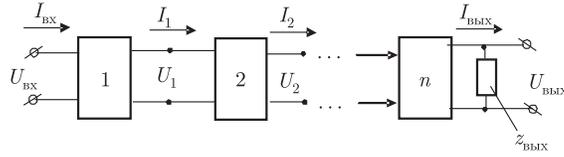


Рис. 2

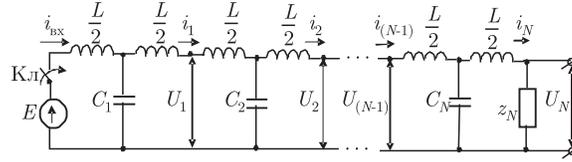


Рис. 3

В результате такого разложения

$$E \cdot 1(t) = E(1 - e^{-\alpha t}) + e^{-\alpha t} \sum_{k=1}^m A_k \cos \omega_k t, \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^m A_k = E, \quad A_k = \frac{A_1}{\omega_k}, \quad A_1 = \frac{E}{\pi}.$$

Так как спектральное разложение происходит с момента $t = 0$, то считаем, что $\varphi_k = 0$, $k = \overline{1, m}$. Таким образом, постоянное скачкообразное напряжение $E \cdot 1(t)$, являющееся входным при включении электрической цепи на него, может быть описано выражением (1). Экспериментальные исследования, проведенные в Институте проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, подтвердили реальность такого представления скачкообразных напряжений $E \cdot 1(t)$. Эффект автоматической реструктуризации электрических цепей описан в работе [4]. Кратко этот эффект возникает в электроцепях с реактивными элементами (индуктивностями L , емкостями C) при подаче на вход этих цепей одновременно нескольких гармонических напряжений. Так как электрические сопротивления реактивных элементов зависят от частоты ($x_{Lk} = \omega_k L$, $x_{Ck} = 1/(\omega_k C)$), то в этом случае общий электрический ток распадается на гармонические составляющие i_k , которые определяются как функции $U_k(t)$ и $z_k(t)$, $k = \overline{1, m}$, где $U_k(t)$, $z_k(t)$ — k -е гармоническое напряжение и k -е полное сопротивление электроцепи. Каждое k -е полное сопротивление обуславливает k -й переходный процесс в электроцепи с x_{Lk} и x_{Ck} .

Перейдем к анализу переходных процессов в цепных схемах. Цепная схема (рис. 2) включает в себя N последовательно соединенных одинаковых пассивных четырехполосников с постоянными параметрами. Теория четырехполосников хорошо развита [5, 6]. Поэтому в данном изложении необходимые формулы и уравнения четырехполосников используются в виде, представленном в известных работах.

Для принципиального понимания поставленной задачи и уменьшения громоздкости математических решений остановимся только на двух крайних режимах цепной схемы, состоящей из низкочастотных фильтров (см. рис. 3), а именно, на холостом ходе ($z_{\text{вых}} = z_{Nx} = \infty$) и коротком замыкании ($z_{\text{вых}} = z_{Nk3} = 0$).

Переходный процесс рассмотрим при включении цепной схемы именно на скачкообразное постоянное напряжение $E \cdot 1(t)$ при нулевых начальных условиях в схеме. Решение

задачи будем осуществлять с помощью операционного метода (Карсона). Как видно из рис. 3, четырехполосники $(L/2, C_1, L/2)$, $(L/2, C_2, L/2)$, \dots , $(L/2, C_N, L/2)$ являются симметричными.

Итак, в режиме холостого хода цепь включается при $t = 0$ на напряжение $E \cdot 1(t)$. В соответствии с решениями, данными в работе [7], напряжение и ток в s -м узле в операционной форме записываются выражениями

$$\bar{U}_s = \bar{U}_{\text{вх}} \frac{\text{ch}(n-s)\bar{\nu}}{\text{ch } n\bar{\nu}}, \quad (2)$$

$$\bar{I}_s = \bar{U}_{\text{вх}} \frac{\text{sh}(n-s)\bar{\nu}}{\bar{z}_C \text{ch } n\bar{\nu}}, \quad (3)$$

где $\text{ch } \bar{\nu} = 1 + \frac{1}{2}Lcp^2$; $\text{sh } \bar{\nu} = \sqrt{Lcp^2 + \frac{1}{4}L^2c^2p^4}$; $\bar{z}_C = \sqrt{\frac{L}{c} + \frac{1}{4}L^2p^2}$; ν — постоянные комплексные числа, зависящие от параметров четырехполосника ($\bar{\nu} = \bar{b} + j\bar{\gamma}$), но не зависящие от номера s .

На рис. 3 $L/2$ — индуктивности; C_k , $k = \overline{1, N}$, — емкости; E — ЭДС, при включении ключом Кл преобразующаяся в скачкообразное напряжение $E \cdot 1(t)$ на входе цепной схемы; i_k — электрические токи; U_k , $k = \overline{1, N}$, — напряжения; z_N — полное сопротивление нагрузки. В соответствии с новой концепцией [2] напряжение $U_{\text{вх}}(t)$ определяется выражение (1). Изображение Карсона, соответствующее (1), имеет вид

$$U_{\text{вх}}(p) = E + E \frac{p}{p + \alpha} + \sum_{l=1}^m U_{al} \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_l^2}, \quad (4)$$

где $U_{al} = A_k$ из (1); $p = d/dt$ — оператор.

Подставим (4) в (2) из (3) соответственно и при этом учтем, что полное сопротивление для первых двух слагаемых из (4) при подстановке (4) в (3) будет $\bar{z}_{C1} = \sqrt{L/c}$, а для третьего слагаемого — \bar{z}_C . В результате получим

$$U_s(p) = \left[E + E \frac{p}{p + \alpha} + \sum_{l=1}^m U_{al} \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_l^2} \right] \frac{\text{ch}(n-s)\bar{\nu}}{\text{ch } n\bar{\nu}}, \quad (5)$$

$$I_s(p) = \left[\frac{E}{\bar{z}_{C1}} \left(1 + \frac{p}{p + \alpha} \right) + \frac{1}{\bar{z}_C} \sum_{l=1}^m U_{al} \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_l^2} \right] \frac{\text{sh}(n-s)\bar{\nu}}{\text{ch } n\bar{\nu}}. \quad (6)$$

Оригиналы изображений (5), (6) определим по таблицам [7] с учетом решений в работе [7] в следующем виде:

$$U_s(t) = \left[E(1 - e^{-\alpha t}) + e^{-\alpha t} \sum_{l=1}^m U_{al} \cos \omega_l t \right] \left[1 - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\text{ctg } \frac{\alpha_k}{2} \right) (\sin s\alpha_k) \cos \omega_k t \right], \quad (7)$$

$$i_s(t) = \left[E \sqrt{\frac{c}{L}} (1 - e^{-\alpha t}) + \frac{e^{-\alpha t}}{z_C} \sum_{l=1}^m U_{al} \cos \omega_l t \right] \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\cos s\alpha_k}{\sin \frac{\alpha_k}{2}} \sin \omega_k t, \quad (8)$$

где $\alpha_k = \frac{2k-1}{n} \frac{\pi}{2}$ ($k = 1, 2, \dots, n$); $\omega_k = \omega_0 \sin^2 \frac{\alpha_k}{2}$; $\omega_0^2 = \frac{4}{LC}$.

Далее рассмотрим включение цепной схемы на скачкообразное входное напряжение $U_{\text{вх}}(t) = E \cdot 1(t)$, выражаемое формулой (1), при коротком замыкании в конце схемы. Операционные выражения для напряжений и токов при таком режиме имеют вид

$$U_s(p) = \left[E + E \frac{p}{p + \alpha} + \sum_{l=1}^m U_{al} \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_l^2} \right] \frac{\text{sh}(n - s)\bar{v}}{\text{ch } n\bar{v}}, \quad (9)$$

$$I_s(p) = \left[\frac{E}{\bar{z}_{C1}} \left(1 + \frac{p}{p + \alpha} \right) + \frac{1}{\bar{z}_C} \sum_{l=1}^m U_{al} \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_l^2} \right] \frac{\text{ch}(n - s)\bar{v}}{\text{sh } n\bar{v}}. \quad (10)$$

Оригиналы, соответствующие (9) и (10), определим по таблицам [7] с учетом решений, представленных в работе [7], запишем следующими выражениями:

$$U_s(t) = \left[E(1 - e^{-\alpha t}) + e^{-\alpha t} \sum_{l=1}^m U_{al} \cos \omega_l t \right] \times \\ \times \left[1 - \frac{s}{n} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\text{ctg } \frac{\alpha_k}{2} \right) (\sin s\alpha_k) \cos \omega_k t \right], \quad (11)$$

$$i_s(t) = \left[E\sqrt{\frac{c}{L}}(1 - e^{-\alpha t}) + \frac{e^{-\alpha t}}{z_C} \sum_{l=1}^m U_{al} \cos \omega_l t \right] \times \\ \times \left[\frac{t}{nL} + \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\cos s\alpha_k}{\sin \frac{\alpha_k}{2}} \sin \omega_k t \right) + \frac{1}{2n} (\cos s\pi) \sin \omega_0 t \right]. \quad (12)$$

Сравнивая результаты, полученные в работе [7] и в данной работе, видим, что учет особых разложений входных скачкообразных напряжений позволяет точнее определить математические соотношения изменения напряжений $U_s(t)$ и токов $i_s(t)$, $s = \overline{1, n}$, в узлах s цепных схем. Полученные выражения показывают, что в напряжениях $U_s(t)$ и соответственно в токах $i_s(t)$ присутствуют дополнительные затухающие гармонические составляющие, которые в интервале их действия встречают индуктивные и емкостные сопротивления $\omega_l L$, $1/(\omega_l c)$, $l = \overline{1, m}$. Реально последовательно в каждой ветви с индуктивностью L_s цепной схемы включены активные сопротивления r_s . И если n — достаточно большое число, то величина суммарного активного сопротивления $\sum_{s=1}^n r_s$ ограничивает U_n на холостом ходе и i_n в режиме короткого замыкания. Заметим, что в выражении (12) для тока короткого замыкания $i_s(t)$, $s = \overline{1, n}$, имеется слагаемое $\frac{Et}{(nL)\sqrt{c/L}}$, которое при $t \rightarrow \infty$ стремится к ∞ , а это значит, что величина тока i_s , $s = \overline{1, n}$, в установившемся режиме при коротком замыкании равна ∞ . Однако, как было отмечено, из-за наличия реальных активных сопротивлений r_s и ограниченного значения $|E|$ этот ток i_s не может достигнуть бесконечно большого значения. Реально слагаемое такое $E \frac{t}{nLr_s} \sqrt{\frac{c}{L}} \Big|_0^\tau$, где τ — интервал нарастания тока i_s , а после τ оно становится $E(t - \tau) \frac{1}{nLr_s} \sqrt{\frac{c}{L}}$, т. е., наступает ограничение i_s .

Таким образом, использование в данной задаче особых разложений (1) к известным решениям дает дополнительную информацию о физических особенностях в этих цепях, в частности, в условиях холостого хода и короткого замыкания в конце схемы.

1. Божко А. Е. К концепции о переходных процессах в электрических цепях // Доп. НАН України. – 2003. – № 12. – С. 72–76.
2. Божко А. Е. Новая интерпретация переходных процессов в электрических цепях // Там само. – 2004. – № 9. – С. 83–87.
3. Божко А. Е. О новой трактовке переходных процессов в электроцепях переменного тока // Там само. – 2005. – № 4. – С. 81–86.
4. Божко А. Е. Об автоматической реструктуризации электрических цепей с реактивными элементами при полигармонических входных сигналах // Там само. – 2002. – № 11. – С. 101–103.
5. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. – Москва: Наука, 1966. – 780 с.
6. Белецкий А. Ф. Основы теории линейных электрических цепей. – Москва: Связь, 1967. – 608 с.
7. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. – Москва: Сов. радио, 1959. – 404 с.

Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 24.02.2006

УДК 621.31.1.017

© 2007

Академік НАН України Г. Г. Півняк, О. В. Волков,
О. Г. Мирошніченко

Розподіл електричної активної потужності окремого електроспоживача на ділянках енергосистеми

The dependences that characterize the separate energy-consumer active electric power distribution in different parts of the energy system are obtained.

У зв'язку з подорожчанням електричної енергії (e/e), що відбулося останніми роками, стає актуальним і гостро потрібним у практиці встановлення об'єктивного тарифу на e/e в Україні. Зокрема, даний тариф повинен об'єктивно враховувати як збиток (у вигляді втрат активної потужності), що фактично завдається енергосистемі (ЕС) при транспортуванні e/e до окремого електроспоживача (ЕСп), так і фактичну відпускну ціну електростанцій на e/e , від яких її отримує конкретний окремий ЕСп [1]. Врахування зазначених чинників вимагає попереднього визначення кількісного розподілу активної потужності (АП) окремого ЕСп на всіх ділянках ЕС, чому й присвячена дана робота.

При подальшому аналізі енергосистема розглядається як сукупність вузлів і ділянок. Під ділянкою енергосистеми (ДЕС) розумітимемо її складові елементи: лінію, що передає електроенергію, трансформатор або автотрансформатор. Під відповідними ДЕС розумітимемо ділянки, по яких до даного вузла передається АП, а під ДЕС, що відходять, навпаки, ділянки, по яких АП передається від заданого вузла (у нормальному режимі роботи енергосистеми). Також домовимося прийняти за позитивний напрям протікання потужності у відповідних ДЕС до вузла, а в ДЕС, що відходять, навпаки, — від вузла.

На першому етапі знайдемо значення $P'_{k(n)}$ активної потужності, що передається (у схемі фрагмента енергосистеми на рис. 1) до n -го ЕСп через довільний відповідний k -й з K ділянок енергосистеми. Вважаємо, що від даного вузла безпосередньо отримують живлення N електроспоживачів.