

**З. Е. Еременко**, член-корреспондент НАН Украины  
**Е. М. Ганапольский**

## **Автоколебательная система на основе объемных резонаторов, подобных неустойчивым бильярдам Синая и Бунимовича**

*For the first time, the idea to use quasi-optical stochastic microwave resonators similar to the three-dimensional unstable Bunimovich and Sinai billiards as the oscillating systems of microwave generators is proposed and implemented. The spectral properties of such resonators in the eight-millimeter wave band are studied. The most important of them is the effect of the repulsion of spectral lines. It leads to the complete removal of the spectrum degeneration. As a result, the dense spectrum is formed where the spectral lines are splitted and have a high quality factor. A self-oscillating system based on stochastic resonators is designed. A Gunn diode was used as an active element in this system. We detected and studied the electromagnetic monofrequency generation in active stochastic resonators in the millimeter wave band.*

Целью работы является изучение возможности создания активной автоколебательной системы на основе стохастических резонаторов, подобных трехмерным (3D) неустойчивым бильярдам Синая и Бунимовича. Такие бильярды относятся к стохастическим динамическим системам (К-системам), в которых траектории движения обладают локальной неустойчивостью и перемешиваемостью [1]. К-системы привлекают внимание как объекты для изучения проблемы квантового хаоса (КХ), которая заключается в определении специфических свойств квантовой системы, классические аналоги которой обладают неустойчивой (стохастической) динамикой [2]. Значительное продвижение в изучении проблемы КХ было достигнуто, когда для этой цели стали использоваться модельные квазиоптические объемные двумерные (2D) СВЧ резонаторы [3, 4]. Моделирование основано на соответствии уравнения Гельмгольца, описывающего электромагнитное поле колебаний в стохастическом 2D резонаторе, стационарному уравнению Шредингера. Основным методом исследования стохастического спектра в резонаторе является спектральный анализ распределения междучастотных (МЧ) интервалов. В ряде работ, посвященных проблеме КХ, были изучены спектры различных стохастических 2D резонаторов и установлено, что в них наблюдается эффект отталкивания спектральных линий. Этот эффект проявляется в том, что вероятность обнаружить близкий к нулю интервал в распределении МЧ интервалов также близка к нулю. Он описывается распределением Вигнера для МЧ интервалов, которое непосредственно вытекает из теории случайных матриц, принадлежащих гауссовому ортогональному ансамблю (GOA) [5].

В ряде работ было показано, что Вигнеровское распределение принадлежит не только спектру стохастического 2D резонатора, для которого имеется соответствие между уравнениями Гамильтона и Шредингера. Такое же распределение свойственно спектрам 3D стохастических резонаторов, подобных неустойчивым бильярдам Синая и Бунимовича [3, 6], а также спектру резонатора со случайными объемными неоднородностями [7]. Для объяснения этого факта Бохигасом [8] была выдвинута гипотеза, касающаяся спектра К-систем, инвариантных относительно операции обращения времени. Гипотеза заключается в том,

что стохастический резонатор, независимо от того, принадлежит он к 2D или 3D системе, имеет статистические свойства, вытекающие из теории GOE. Отсюда следует, что эффект отталкивания спектральных линий должен присутствовать в спектре как 2D, так и 3D стохастического резонатора.

Эффект отталкивания спектральных линий изменяет спектральные свойства стохастического резонатора, и это обстоятельство является существенным в случае, когда такой резонатор используется в качестве активной колебательной системы.

В данной работе предложена и реализована идея создания СВЧ генератора с колебательной системой в виде 3D стохастического резонатора с применением точечного диода Ганна в качестве активного элемента. В основу этой идеи положено следующее. В качестве колебательных систем СВЧ генераторов обычно применяются резонаторы с высокой добротностью, что приводит к понижению порога возбуждения и возрастанию его частотной стабильности. Одним из путей увеличения добротности резонатора является, как известно, увеличение его объема. В связи с этим для колебательных систем используют квазиоптические резонаторы размером  $L \gg \lambda$ , где  $\lambda$  — рабочая длина волны. В квазиоптическом резонаторе возбуждаются моды колебания с большими азимутальными индексами. Однако платой за увеличение добротности является сгущение спектра. Когда объем резонатора увеличивается, добротность каждой моды возрастает, но так как спектр сгущается, резонансные кривые соседних мод начинают перекрываться. В результате эффективная добротность уменьшается.

Другой фактор, который приводит к уменьшению добротности, заключается в следующем. Для того чтобы увеличить добротность и разрядить спектр резонатора, используются квазиоптические резонаторы, например цилиндрической или сферической формы. Благодаря симметрии происходит прореживание спектра, однако, оно не является устойчивым по отношению к отклонению формы поверхности резонатора от симметричной. Вырождение обычно снимается благодаря неконтролируемым неоднородностям в резонаторе. В результате спектральная линия рабочей моды расщепляется, образуя множество спутанных линий. Из-за диссипативных потерь в резонаторе резонансные кривые, соответствующие этим линиям, сливаются, превращаясь в одну широкую спектральную линию, что эквивалентно уменьшению ее добротности.

Предложенная идея предполагает отказ от использования в автоколебательной системе генератора резонаторов с геометрически правильной формой поверхности. Ввиду асимметрии формы поверхности вырождение спектра в резонаторе полностью отсутствует. Поскольку такие резонаторы образуют неустойчивые колебательные системы (К-системы), которые являются инвариантными по отношению к операции обращения времени, в их стохастическом спектре присутствует эффект отталкивания спектральных линий. Этот эффект препятствует слиянию соседних близко расположенных линий, и, как результат, образуются уединенные спектральные линии с высокой добротностью. Если параметры какой-либо из этих линий удовлетворяют условиям возбуждения, то в активной колебательной системе со стохастическим резонатором происходит самовозбуждение колебаний.

В миллиметровом диапазоне, на частотах 30–37 ГГц, были изучены два типа квазиоптических стохастических резонаторов. Один из них был подобен 3D бильярду Бунимовича — модифицированный резонатор Бунимовича (МБР) — и состоял из двух медных полусфер со сферическими углублениями (рис. 1, а). Полусферы были соединены между собой с помощью цилиндра, также содержащего сферические углубления. Другой резонатор был подобен 3D бильярду Синая — модифицированный резонатор Синая (МСП),

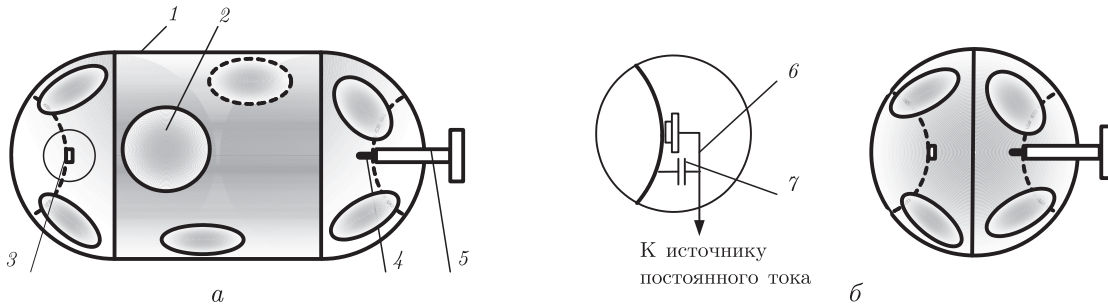


Рис. 1. Стохастические объемные резонаторы, подобные бильярдам Бунимовича (а) и Синая (б): 1 — корпус резонатора; 2 — сферические впадины; 3 — диод Ганна с СВЧ фильтром; 4 — дипольная антенна; 5 — волновод; 6 — четвертьволновый фильтр; 7 — танталовый микроконденсатор

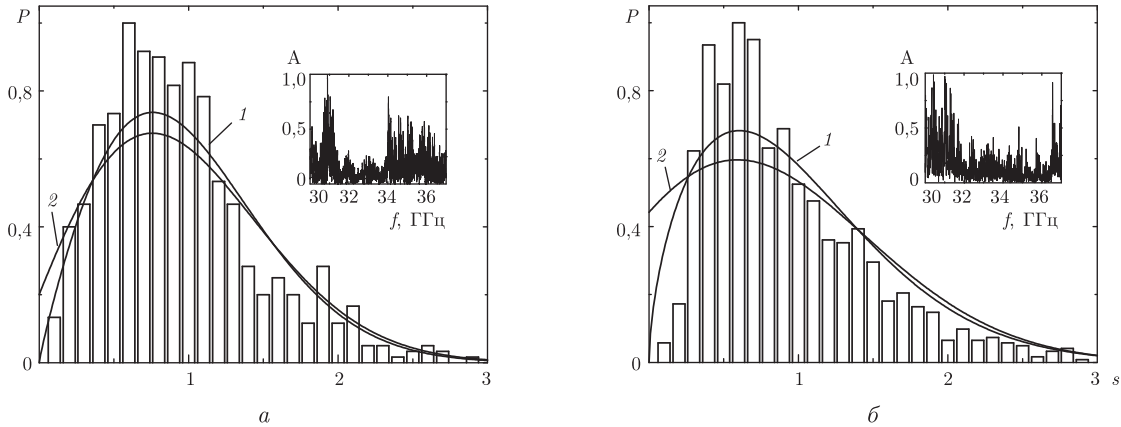


Рис. 2. Распределение МЧ интервалов  $P(s)$  в спектре резонаторов: МСР (а), МБР (б). Кривая 1 относится к распределению Броди при  $\beta = 0,9$  (а) и  $\beta = 0,6$  (б), кривая 2 — к распределению Берри-Робника при  $\rho_1 = 0,1$  (а) и  $\rho_1 = 0,25$  (б). Вставки — спектр МСР, 641 спектральная линия на (а) и спектр МБР, 1174 спектральных линии на (б). Нормирование амплитуды по уровню максимальной амплитуды

и состоял из двух соединенных между собой таких же медных полусфер. Как и МБР, он содержал подобные сферические углубления (рис. 1, б). Полусферы в МБР и МСР имели диаметр 90 мм, а диаметры углублений были 35–50 мм и имели глубину, равную половине диаметра. МСР обладал неустойчивостью, подобной локальной неустойчивости движения частиц в бильярде Синая при рассеянии на сферических углублениях поверхности. Природа неустойчивости в МБР существенно иная, она отвечает дефокусировке траекторий частиц в бильярде Бунимовича. В МБР, где имеются сферические углубления, реализуются оба типа неустойчивости, т. е. локальная неустойчивость при рассеянии на сферических углублениях и дефокусировка.

Исследование хаотических спектров резонаторов было проведено в диапазоне частот 30–37 ГГц в режиме “на проход”. Для этой цели был использован широкополосный панорамный измеритель КСВН, Р2–65. Различные реализации спектра осуществлялись путем поворота полусфер, составляющих МБР и МСР, при котором в резонаторе изменяется взаимное расположение полусферических углублений. Поскольку спектр резонатора весьма чувствителен к изменению формы поверхности, такая операция оказывала существенное влияние на расположение спектральных линий на частотной шкале. Спектры МБР и МСР, полученные в результате одной из реализаций, показаны на вставке к рис. 2. Спектр МСР

содержит более 650 узких спектральных линий в диапазоне частот 30–37 ГГц. С каждой новой реализацией общее число спектральных линий остается приблизительно одинаковым, однако, интервалы между ними и их амплитуды изменяются. В МБР, объем которого значительно превышает объем МСР, общее число спектральных линий превосходит 1200. Добротность большинства резонансов около  $10^4$ .

При изучении спектров стохастических резонаторов был проведен статистический анализ МЧ интервалов. Распределения МЧ интервалов для спектров МБР и МСР показаны на рис. 2. Полученные распределения были сравнены с распределением Броди [9]. Установлено, что параметр Броди  $\beta$  для спектров этих резонаторов составляет 0,9 и 0,6 соответственно. Это показывает, что спектральные распределения для обоих резонаторов отличаются от распределения Вигнера с  $\beta = 1$ . Отсюда следует, что в обоих спектрах присутствует как регулярная, так и хаотическая компоненты. Из МЧ распределений (см. рис. 2) можно видеть, что в спектрах обоих 3D резонаторов присутствует эффект расталкивания уровней, т. е. подтверждается гипотеза Бохигаса.

Применив формулу Бери–Робника (1), можно определить соотношение между регулярной и хаотической компонентами в спектрах резонаторов [10]

$$P(s) = \left\{ \rho_1^2 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right) \rho_2 s \right) + \left[ 2\rho_1 \rho_2 + \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right) \rho_2^3 s \right] \exp \left( - \left( \frac{\sqrt{\pi}}{4} \right) \rho_2^2 s^2 \right) \right\} \exp(-\rho_1 s), \quad (1)$$

где  $\operatorname{erfc}(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^\infty \exp(-t^2) dt$ ;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — относительные величины фазового пространства, занятого регулярными и хаотическими траекториями в смешанной системе соответственно,  $\rho_1 + \rho_2 = 1$ .

Соотношение между регулярной и хаотической компонентами определяется путем сравнения (1) с экспериментальной гистограммой МЧ интервалов. При использовании такого метода было найдено, что величина  $\rho_1$  равна 0,1 и 0,25 для МСР и МБР соответственно. Таким образом, регулярная компонента для МБР значительно больше по сравнению с МСР, несмотря на локальное рассеяние на вогнутых поверхностях в МБР. Это можно объяснить тем, что отношение объема рассеивающих поверхностей к общему объему резонатора в МСР существенно больше, чем для МБР.

Одним из наиболее важных параметров хаотического спектра является спектральная жесткость  $\Delta_3(L)$ , т. е. функция, описывающая упорядочение в спектре резонатора в пределах спектрального интервала  $L$ . Кривые спектральной жесткости для МСР и МБР расположены между зависимостями  $\Delta_3(L)$  для спектра Пуассона и спектра полностью хаотической системы, описываемой GOA (рис. 3). Кривая для МСР расположена ближе к кривой, относящейся к GOA, по сравнению с подобной кривой для МБР. Это дополнительно подтверждает, что спектры обоих резонаторов содержат регулярную и хаотическую компоненты.

Для активизации стохастического резонатора был использован точечный диод Ганна 3A764, расположенный внутри резонатора (см. рис. 1). Постоянный ток для питания диода пропускаться через СВЧ фильтр, осуществляющий согласование между диодом и резонатором. При этом в диоде устанавливался штатный для генерации режим питания по току и напряжению. Возникшая при этом генерация регистрировалась с помощью анализатора спектра С4–27. Характер СВЧ генерации подобен генерации в 3D квазиоптическом объемном резонаторе, заполненном случайными неоднородностями [11]. Это связано с тем, что в рассматриваемых стохастических резонаторах реализуется такое же смешанное состояние спектра, как и в резонаторе с неоднородностями. Поскольку спектры резонаторов

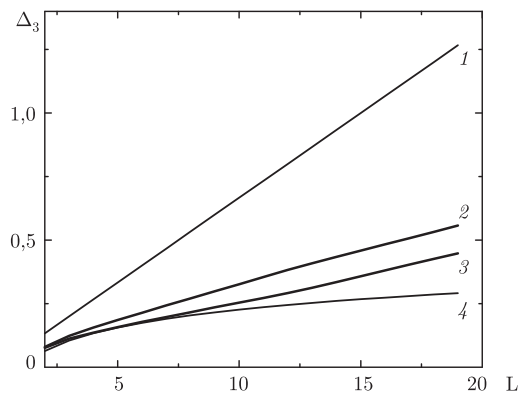


Рис. 3. Спектральная жесткость  $\Delta_3(L)$ : 1 — распределение Пуассона; 2 — распределение для спектра МБР; 3 — для спектра МСР; 4 — для GOE

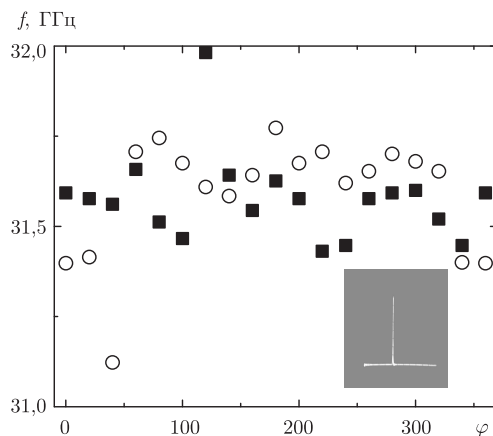


Рис. 4. Зависимость генерирующей частоты  $f$  от угла поворота  $\varphi$  (в градусах) между двумя полусферами резонаторов. Черные точки для МСР и белые кружки для МБР. Вставка — осциллограмма устойчивой моночастотной генерации в активном резонаторе, подобном бильярду Синая при значительном превышении порога. Частота генерации 36,2 ГГц

имеют случайную компоненту, генерируемые частоты для МСР и МБР также являются случайными. Однако дисперсия этих частот невелика. Характер генерации зависит прежде всего от того, насколько параметры питания диода Ганна превышают порог генерации. Вблизи порога наблюдается шумовая генерация. При небольшом превышении порога возникает многочастотная генерация в виде интенсивной генерирующей спектральной линии, которая сопровождается сателлитами с частотами, на расстоянии порядка МГц. Поскольку спектральные линии в резонаторе находятся достаточно близко друг к другу, можно предполагать, что в этом случае реализуется режим автомодуляции. При большом превышении порога генерация стабилизируется, сателлиты исчезают и как результат возникает стабильная СВЧ генерация на одной частоте (вставка к рис. 4).

Такой характер генерации наблюдался как в МСР, так и в МБР, и может найти следующее объяснение. При небольшом превышении порога имеет место нелинейный процесс генерации в условиях конкуренции колебательных мод. Автоколебательная система сама выбирает из густого спектра резонатора частоту, подходящую для генерации, которая в наибольшей степени удовлетворяет условиям самовозбуждения. При этом генерация со-

проводится автомодуляцией, которую можно объяснить тем, что в нелинейной активной системе вблизи порога самовозбуждения происходят скачки между близко расположенными спектральными линиями. При большом превышении порога процесс конкуренции частот завершается, генерация стабилизируется, и, в результате, мы наблюдаем стабильную монотонную генерацию.

Влияние эффекта отталкивания спектральных линий на хаотический спектр резонатора проявляется в том, что этот эффект производит необходимую для генерации селекцию высокочастотных спектральных линий. В распределенной автоколебательной системе, которую представляет собой стохастический резонатор с диодом Ганна, наличие монохроматической генерации можно объяснить тем, что расположение активного элемента в резонаторе является фиксированным и благодаря этому отсутствует пространственная неравновесность, которая обычно имеет место в твердотельном лазере [12]. Поскольку спектр стохастического резонатора имеет случайную компоненту, генерирующие частоты также случайны. Они находились в интервале 31–32 ГГц, который определяется генерационными свойствами диода Ганна. При этом частота генерации изменялась с каждой новой реализацией геометрии резонатора, которая заключалась в изменении взаимного расположения полусферических частей в МСР и МБР (см. рис. 4). Дисперсия генерирующих частот при этом была сравнительно невелика и составляла около 2%. Необходимо отметить, что благодаря эффекту отталкивания спектральных линий в МСР и особенно в МБР наблюдаются уединенные спектральные линии с высокой добротностью. Такие линии могут обеспечить высокую стабильность частоты генератора.

*Авторы благодарны Научно-техническому центру Украины за частичную финансовую поддержку (проект № 4114).*

1. *Заславский Г. М.* Стохастичность динамических систем. – Москва: Наука, 1984. – 271 с.
2. *Елотин П. В.* Проблема квантового хаоса // *Успехи физ. наук.* – **155**, вып. 3. – С. 397–442.
3. *Stoekmann H.-J., Stein J.* “Quantum” chaos in billiards studied by microwave absorption // *Phys. Rev. Lett.* – 1990. – **64**. – P. 2215–2218.
4. *Гананольский Е. М.* Электродинамическая К-система с длительным удержанием энергии СВЧ сигнала // *Докл. АН СССР.* – 1991. – **319**. – С. 1128–1131.
5. *Guhr T., Müller-Groeling A., Weidenmüller H. A.* Random matrix theories in quantum physics: common concepts // *Phys. Rev.* – 1998. – **299**. – P. 189–352.
6. *Deus S., Koch P. M., Sirko L.* Statistical properties of eigenfrequency distribution of three-dimensional microwave cavities // *Phys. Rev. E.* – 1995. – **52**. – P. 1146–1155.
7. *Ganapolski E. M., Eremenko Z. E.,* Chaotic of a cavity resonator filled with randomly located sapphire particles // *Ibid.* – 2002. – **65**. – P. 056218.
8. *Bohigas O., Giannorri M. J., Schmit C.* Characterization of chaotic spectra and universality of level fluctuation laws // *Phys. Rev. Lett.* – 1984. – **52**. – P. 1–4.
9. *Brody T. A.* A statistical measure for the repulsion of energy levels // *Lett. Nuovo Cimento.* – 1973. – **7**. – P. 482–485.
10. *Berry M. V., Robnik M.* Semiclassical level spacing when regular and chaotic orbits coexist // *J. Phys.* – 1984. – **A17**. – P. 2413–2421.
11. *Гананольский Е. М., Еременко З. Е., Тарасов Ю. В.* Моделирование активной наноэлектронной системы со случайными неоднородностями в миллиметровом диапазоне // *Доп. НАН України.* – 2006. – № 10. – С. 78–84.
12. *Tang C. L., Stutz H., d’Mars G.* Spectral output and spiking behavior of solid state laser // *J. Appl. Phys.* – 1963. – **34**. – P. 2289–2295.

*Институт радиофизики и электроники  
им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков*

*Поступило в редакцию 16.07.2007*