1. *Ikeda M., Ohta Y., Šiljak D. D.* Parametric stability // Proceedings of the Univesit ä di Genova – The Ohio State University Joint Conference. – Boston: Birkhäuser, 1991.
2. *Коллатц Л.* Функциональный анализ и вычислительная математика. – Москва: Мир, 1969. – 447 с.
3. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. Собр. соч. в 5-ти т. – Москва: Изд-во АН СССР, 1956. – Т. 2. – С. 7–264.
4. *Wei-Chan* Xie. Dynamic stability of structures. – Cambridge University Press, 2006. – 448 p.
5. *Martynyk-Chernienko Yu. A.* Stability analysis of uncertain systems via matrix-valued Liapunov functions // Nonlin. Anal. – 2005. – **63**. – P. 388–404.

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 05.12.2006

УДК 539.374

В. А. Мерзляков

Упругопластическое состояние цилиндрических оболочек некругового сечения

(Представлено академиком НАН Украины Ю. Н. Шевченко)

A method to determine a thermal-elastic-plastic stress-strain state of non-circular cylindrical shells has been developed. The mechanical properties of the material are considered as temperature-dependent. A non-linear shell theory, which is based on the Kirchhoff–Love hypotheses, is used. A modified method of successive elastic solutions is applied to linearize the equations of the theory of simple path-dependent processes of loading. To verify the proposed method, a solution for a cylindrical shell that is obtained by the numerical integration along the directrix is compared with a solution based on the application of the trigonometric Fourier series in cyclic coordinates.

В роботах [1, 2] приведены методы расчета некруговых цилиндрических оболочек произвольного поперечного сечения в упругой постановке. В отличие от этого, рассмотрим термоупругопластическое напряженно-деформированное состояние (НДС) указанного класса оболочек.

Рассматривается термоупругопластическое НДС некруговой цилиндрической оболочки произвольного поперечного сечения и переменной в двух направлениях толщины. Первоначально оболочка находится в ненапряженном состоянии при температуре T_0, а затем подвергается действию силовых и тепловых нагрузок, не вызывающих ее потери устойчивости. Задача рассматривается в несвязанной квазистатической постановке с использованием геометрически нелинейной теории оболочек. Меридиан и толщина оболочки, а также характер приложенных силовых и тепловых нагрузок допускают выполнение гипотез Кирхгофа–Лява. Предполагается зависимость механических характеристик материала от температуры.

Положение точек срединной поверхности оболочки определяется длиной образующей s ($s_0 \leqslant s \leqslant s_N$) и длиной дуги q ($q_0 \leqslant q \leqslant q_N$) направляющей (рис. 1). Ограничивают

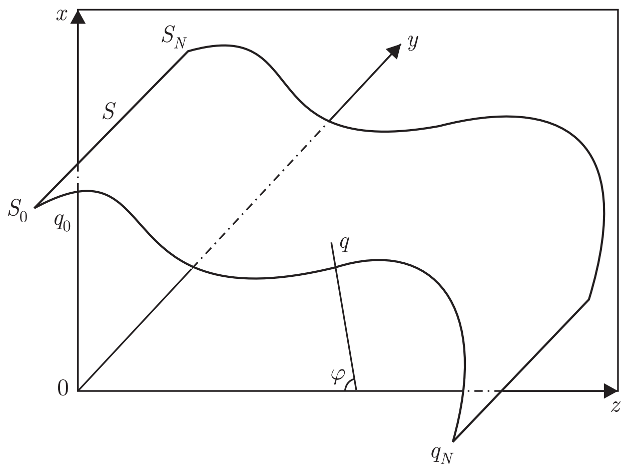

Рис. 1

срединную поверхность линии главных кривизн $s = \text{const}$, $q = \text{const}$. Расстояние произвольной точки оболочки от срединной поверхности обозначим через ζ $(-h/2 \leqslant \zeta \leqslant h/2)$, где $h(s,q)$ — толщина оболочки. Плоскость поперечного сечения совмещается с плоскостью xz декартовой системы координат $0xyz$, где ось oy коллинеарна образующей s. Уравнения срединной поверхности в декартовой системе координат имеют вид $x = x(q)$, $z = z(q)$, $y = s$. Параметры Ламе в данном случае $A_s = A_q = 1$; главные кривизны $k_s = 0$, $k_q = d\varphi/dq$, где $\pi - \varphi$ — угол между нормалью к срединной поверхности и осью z (см. рис. 1).

Процесс нагружения разбивается на ряд этапов, количество и протяженность которых позволяет с необходимой точностью описать процесс деформирования в каждом элементе оболочки. Рассматриваются такие процессы нагружения, при которых в отдельных элементах оболочки после активного упругопластического деформирования может возникать упругая разгрузка. Предполагается, что траектории деформирования элементов оболочки при первоначальном нагружении незначительно отклоняются от прямолинейных, а деформациями ползучести можно пренебречь. Согласно геометрически нелинейной теории оболочек, в квадратичном приближении [3] считаем, что деформации и сдвиги малы по сравнению с единицей, и учитываем квадраты углов поворота нормали к срединной поверхности в геометрических уравнениях и нелинейные члены в уравнениях равновесия. Предполагается, что различие в направлениях ортов деформированной и недеформированной систем координат несущественно влияет на связь между напряжениями и деформациями.

Компоненты перемещения произвольной точки оболочки выражаются через компоненты перемещения u, v, w срединной поверхности и углы поворота нормали к срединной поверхности ϑ_s, ϑ_q следующим образом:

$$u_\zeta = u + \zeta\vartheta_s, \qquad v_\zeta = v + \zeta\vartheta_q, \qquad w_\zeta = w - \frac{1}{2}\zeta(\vartheta_s^2 + \vartheta_q^2). \tag{1}$$

Компоненты деформации точки оболочки (с точностью до величины $k_q\zeta$ по сравнению с единицей) определяются через компоненты деформации срединной поверхности ε_s, ε_q, ε_{sq}, κ_s, κ_q, κ_{sq} так:

$$\varepsilon_{ss}^\zeta = \varepsilon_s + \zeta\kappa_s, \qquad \varepsilon_{qq}^\zeta = \varepsilon_q + \zeta\kappa_q, \qquad \varepsilon_{sq}^\zeta = \varepsilon_{sq} + \zeta\kappa_{sq}. \tag{2}$$

Дифференциальные уравнения равновесия элемента срединной поверхности, ограниченного дугами координатных линий и контактирующего с упругим основанием, имеют вид [2]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_s}{\partial s}+\frac{\partial \overline{S}}{\partial q}+q_s=0, \qquad \frac{\partial \overline{S}}{\partial s}+\frac{\partial N_q}{\partial q}+k_q\left(Q_q+\frac{\partial H}{\partial s}\right)+q_q=0,\\
&\frac{\partial Q_s}{\partial s}+\frac{\partial Q_q}{\partial q}-k_qN_q+q_\zeta-\mu_\zeta w=0,\\
&\frac{\partial H}{\partial q}+\frac{\partial M_s}{\partial s}-Q_s-(N_s-k_qM_q)\vartheta_s-\overline{S}\vartheta_q+m_s=0,\\
&\frac{\partial M_q}{\partial q}+\frac{\partial H}{\partial s}-Q_q-N_q\vartheta_q-\overline{S}\vartheta_s+m_q=0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь N_s, N_q, $\overline{S}$, Q_s, Q_q, M_s, M_q, H — усилия и моменты; q_s, q_q, q_ζ, m_s, m_q — компоненты распределенной нагрузки в срединной поверхности, статически эквивалентные массовым и поверхностным силам; μ_ζ — коэффициент постели линейно-деформируемого основания Винклера.

Нелинейные геометрические уравнения имеют вид [2]

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_s=\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{1}{2}\vartheta_s^2, \qquad \varepsilon_q=\frac{\partial v}{\partial q}+k_qw+\frac{1}{2}\vartheta_q^2, \qquad \varepsilon_{sq}=\frac{\partial u}{\partial q}+\frac{\partial v}{\partial s}+\vartheta_s\vartheta_q,\\
&\kappa_s=\frac{\partial \vartheta_s}{\partial s}, \qquad \kappa_q=\frac{\partial \vartheta_q}{\partial q}-\frac{1}{2}k_q\vartheta_q^2, \qquad \kappa_{sq}=\frac{\partial \vartheta_q}{\partial s}+\frac{\partial \vartheta_s}{\partial q}+k_q\frac{\partial v}{\partial s},\\
&\vartheta_s=-\frac{\partial w}{\partial s}, \qquad \vartheta_q=-\frac{\partial w}{\partial q}+k_qv.
\end{aligned} \tag{4}$$

Связь между усилиями N_s, N_q, $\overline{S}$, моментами M_s, M_q, H и деформациями срединной поверхности представим в виде [4]

$$\begin{aligned}
&N_s=D_N(\varepsilon_s+\nu_0\varepsilon_q+P_s), \quad N_q=D_N(\varepsilon_q+\nu_0\varepsilon_s+P_q), \quad \overline{S}=\frac{1}{2}D_N(1-\nu_0)(\varepsilon_{sq}+P),\\
&Ms=D_M(\kappa_s+\nu_0\kappa_q+I_s), \quad M_q=D_M(\kappa_q+\nu_0\kappa_s+I_q), \quad H=D_M(1-\nu_0)(\kappa_{sq}+I),\\
&D_N=\frac{2G_0h}{1-\nu_0}, \qquad D_M=\frac{G_0h^3}{6(1-\nu_0)}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Уравнения (5) записаны в форме закона Гука, но с интегральными дополнительными членами P_s, P_q, P, I_s, I_q, I, учитывающими пластические и тепловые деформации, а также зависимость механических свойств материала от температуры. При выводе этих уравнений использовалась линейность изменения деформаций по толщине оболочки и пренебрегалось значением $k_q\zeta$ по сравнению с единицей. Использовалась связь между напряжениями и деформациями (здесь и далее индекс ζ в обозначениях для деформаций опущен), записанная в виде уравнений теории простых процессов деформирования, линеаризированных модифицированным методом упругих решений [5]:

$$\sigma_{ss}=\frac{2G_o}{1-\nu_0}(\varepsilon_{ss}+\nu_0\varepsilon_{qq}+\beta_{ss0})(s\leftrightarrow q), \qquad \sigma_{sq}=2G_0(\varepsilon_{sq}+\beta_{sq0}), \tag{6}$$

$$\beta_{ss0} = (1-\omega)\beta_{ss} - \omega\varepsilon_{ss} - (\omega + \omega_4 - \omega\omega_4)\nu_0\varepsilon_{qq} \qquad (s \leftrightarrow q),$$
$$\beta_{sq0} = -\omega_3\varepsilon_{sq} - (1-\omega_3)\beta_{sq}, \tag{7}$$

$$\beta_{ss} = \frac{\nu^*\sigma^T_{\varsigma\varsigma} - (1-\nu^*)\sigma^T_{ss}}{2G^*}(s \leftrightarrow q), \qquad \beta_{sq} = -\frac{1}{2G^*}\sigma^T_{sq}, \tag{8}$$

$$\sigma^T_{ss} = K\varepsilon_T\delta_{ss} + 2G^*\varepsilon^{1p}_{ss} \qquad (ss \leftrightarrow qq \leftrightarrow \zeta\zeta \leftrightarrow sq), \tag{9}$$

$$\varepsilon_{\zeta\zeta} = -\frac{\nu^*}{1-\nu^*}(\varepsilon_{ss} + \varepsilon_{qq}) + \beta_{\zeta\zeta}, \qquad \beta_{\zeta\zeta} = \frac{1-2\nu^*}{2G^*(1-\nu^*)}\sigma^T_{\varsigma\varsigma}, \tag{10}$$

$$\omega_3 = 1 - \frac{G^*}{G_0}, \qquad \omega_4 = 1 - \frac{\nu^*}{\nu_0}, \qquad \omega = 1 - \frac{(1-\omega_3)(1-\nu_0)}{1-\nu_0(1-\omega_4)}. \tag{11}$$

Здесь $\varepsilon_T = \alpha_T(T - T_0)$ — тепловая деформация; α_T — коэффициент линейного теплового расширения материала; T — температура точки тела; T_0 — значение температуры при начальном состоянии тела; K — модуль всестороннего объемного расширения; G — модуль сдвига; ν — коэффициент Пуассона; G_0, ν_0, K_0, λ_0 — соответствующие величины при начальной температуре T_0; δ_{ij} — символ Кронеккера. Величины e^{1p}_{ij} при активном нагружении полагаются равными нулю, а при разгрузке — компонентам тензора пластических деформаций в момент начала разгрузки. В соотношениях (8)–(11) $2G^* = S/\Gamma$ — секущий модуль; ν^* — коэффициент поперечной деформации; S — интенсивность касательных напряжений; Γ — интенсивность деформаций сдвига; σ_0 — среднее напряжение; ε_0 — средняя деформация. Предполагается, что при первоначальном нагружении величины S, Γ, T связаны между собой функцией $S = \Phi(\Gamma, T)$, которая определяется по термомеханической поверхности $\sigma = f(\varepsilon, T)$ [6]. Здесь σ — напряжение, ε — деформация образца. Переход от одноосного напряженного состояния к сложному осуществляется по формулам $S = \sigma/\sqrt{3}$, $\Gamma = \dfrac{1+\nu^*}{\sqrt{3}}\varepsilon$, $\nu^* = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1-2\nu}{4G(1+\nu)}\dfrac{\sigma}{\varepsilon}$.

Отметим, что геометрические уравнения (4) и уравнения равновесия (3) получены на основе гипотез Кирхгофа–Лява с использованием условия $\varepsilon_{\zeta\zeta} = 0$. В то же время при записи соотношений пластичности деформация $\varepsilon_{\zeta\zeta}$ (10) определяется из условия $\sigma_{\zeta\zeta} = 0$. Приведенные статические (3) и геометрические (4) уравнения, совместно с уравнениями термопластичности (5) и граничными условиями на краях оболочки, представляют замкнутую систему для решения поставленной задачи.

В качестве основных неизвестных выбираем функции, в которых задаются граничные условия на прямолинейных торцах оболочки:

$$N_q,\ \overline{S},\ \widehat{Q}_q,\ M_q,\ u,\ v,\ w,\ \vartheta_q, \tag{12}$$

где $\widehat{Q}_q = Q_q + \partial H/\partial s$ — приведенное поперечное усилие, и получаем систему уравнений в частных производных относительно вектора разрешающих функций

$$\frac{\partial\vec{Y}}{\partial q} = A(s,q)\vec{Y} + \vec{F}(s,q), \tag{13}$$

где $\vec{Y}(s,q) = \{y_1, \ldots, y_8\}$ — вектор разрешающих функций (12); $A(s,q) = \{a_{ij}(s,q)\}$ — дифференциальный оператор, содержащий частные производные от искомых функций по координате s; $\vec{F}(s,q) = \{f_i(s,q)\}$ — вектор свободных членов; $i,j = 1,2,\ldots,8$. Явный вид системы (13) не приводится из-за громоздкости.

Оператор $A(s,q)$ не зависит от НДС, а члены, учитывающие пластические и температурные деформации, геометрическую нелинейность, а также зависимость механических свойств материала от температуры, входят лишь в свободные члены $\vec{F}(s,q)$. Для каждого этапа нагружения задача решается методом последовательных приближений. При этом вектор свободных членов $\vec{F}(s,q)$ известен из предыдущего приближения, а система уравнений (13) в каждом приближении каждого этапа является линейной. На торцах оболочки $s = s_0$, $s = s_N$, $q = q_0$, $q = q_N$ необходимо задавать граничные условия. Например, в случае шарнирного опирания криволинейных контуров $s = s_0$, $s = s_N$ задаем

$$N_s = M_s = v = w = 0. \tag{14}$$

Для открытых оболочек аналогично формулируются граничные условия на прямолинейных контурах $q = q_0$, $q = q_N$. Например, условия периодичности имеют вид

$$\overline{S} = \widehat{Q}_q = v = \vartheta_q = 0. \tag{15}$$

Если замкнутая оболочка имеет плоскость симметрии геометрических параметров и нагрузок, проходящую через ось Oy, то решение осуществляется на половине оболочки и сводится к расчету открытой оболочки, на контурах $q = q_0$, $q = q_N$ которой заданы условия периодичности (15).

Дальнейшее понижение размерности задачи возможно различными методами [1, 2]. Остановимся на одном из способов закрепления криволинейных контуров — шарнирном опирании (14). Удовлетворяя этим граничным условиям, представим входящие в них функции в виде следующих разложений:

$$\{N_s(q,s), M_s(q,s), u(q,s), w(q,s)\} = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \{N_{sn}(q), M_{sn}(q), u_n(q), w_n(q)\} \sin[\lambda_n(s - s_0)], \qquad \lambda_n = \frac{n\pi}{(s_N - s_0)}. \tag{16}$$

Аналогичное представление всех заданных и искомых функций позволяет разделить переменные в системе (13) и для каждого номера $n = 1, 2, \ldots$ получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений восьмого порядка

$$\frac{d\vec{Y}_n(q)}{dq} = A_n(q)\vec{Y}_n(q) + \vec{F}_n(q). \tag{17}$$

Здесь $\vec{Y}_n = \{y_{1n}, \ldots, y_{8n}\}$ — амплитудные значения разрешающих функций (12); элементы оператора-матрицы $A_n(q)$ и компоненты вектора $\vec{F}_n(q)$ зависят от номера гармоники n. Ненулевые элементы матрицы $A_n(q)$ и вектора $\vec{F}_n(q)$ имеют вид

$$\begin{gathered}
a_{12} = -a_{56} = \lambda_n, \qquad a_{13} = -a_{31} = a_{67} = -a_{76} = -k_q, \qquad a_{21} = -a_{66} = -\nu_0\lambda_n, \\
a_{25} = D_N(1 - \nu_0^2)\lambda_n^2, \qquad a_{34} = -a_{88} = \nu_0\lambda_n^2, \qquad a_{37} = D_M(1 - \nu_0^2)\lambda_n^4 + \mu_\zeta, \\
a_{43} = a_{78} = 1, \qquad a_{48} = 4D_M(1 - \nu_0)\lambda_n^2, \\
a_{52} = 2[D_N(1 - \nu_0)]^{-1}, \qquad a_{61} = D_N^{-1}, \qquad a_{84} = D_M^{-1}, \\
f_{1n} = -q_{qn}, \qquad f_{2n} = -q_{sn} - D_N\lambda_n P_{sn} + \nu_0 D_N \lambda_n P_{qn} - \frac{1}{2}D_N(1 - 2\nu_0^2)\lambda_n g_{2n},
\end{gathered} \tag{18}$$

$$f_{3n} = -q_{\zeta n} + \lambda_n m_{sn} + D_M \lambda_n^2 I_{sn} - \nu_0 D_M \lambda_n^2 I_{qn} - g_{3n},$$

$$f_{4n} = -m_{qn} + 2D_M(1-\nu_0) I_{sn} + g_{4n}, \qquad f_{5n} = -P_n + g_{5n},$$

$$f_{6n} = -P_{qn} + g_{6n}, \qquad f_{8n} = -I_{qn} + g_{8n}.$$

Здесь P_{sn}, P_{qn}, P_n, I_{sn}, I_{qn}, I_n — амплитудные значения интегральных дополнительных членов P_s, P_q, P, I_s, I_q, I; g_{jn} $(j = 1, \ldots, 8)$ — амплитудные значения членов g_j, учитывающих геометрическую нелинейность. Ненулевые члены g_j имеют вид

$$\begin{aligned} &g_2 = \vartheta_s^2, \qquad g_3 = (N_s - k_q M_q)\vartheta_s + \overline{S}\vartheta_q, \qquad g_4 = N_q \vartheta_q + \overline{S}\vartheta_s, \\ &g_5 = -\vartheta_s \vartheta_q, \qquad g_6 = -\frac{1}{2}\vartheta_q^2 - \frac{\nu_0}{2}\vartheta_s^2, \qquad g_8 = \frac{1}{2}k_q \vartheta_q^2. \end{aligned} \tag{19}$$

В частном случае бесконечно длинной оболочки, когда НДС не меняется в направлении образующей s, достаточно ограничиться выбором шести разрешающих функций N_q, Q_q, M_q, v, w, ϑ_q и система разрешающих уравнений примет вид

$$\begin{aligned} &\frac{dN_q}{dq} = -k_q Q_q - q_q, \qquad \frac{dQ_q}{dq} = k_q N_q + \mu_\zeta w - q_\zeta, \qquad \frac{dM_q}{dq} = Q_q - m_q + N_q \vartheta_q, \\ &\frac{dv}{dq} = \frac{1}{D_N} N_q - k_q w - P_q - \frac{1}{2}\vartheta_q^2, \quad \frac{dw}{dq} = k_q v - \vartheta_q, \quad \frac{d\vartheta_q}{dq} = \frac{1}{D_M} M_q - I_q + \frac{1}{2}k_q \vartheta_q^2. \end{aligned} \tag{20}$$

На торцах оболочки для разрешающих функций или их линейных комбинаций должны выполняться граничные условия

$$D_1 \vec{Y} = \vec{b}_1 \quad \text{на торце} \quad q = q_0, \tag{21}$$

$$D_2 \vec{Y} = \vec{b}_2 \quad \text{на торце} \quad q = q_N, \tag{22}$$

где D_1, D_2 — матрицы граничных условий на торцах оболочки; $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ — векторы свободных членов граничных условий. Для решения краевой задачи (20)–(22) применяется метод Рунге-Кутты с промежуточной ортогонализацией и нормализацией частных решений по Годунову [1, 2].

Сходимость в процессе последовательных приближений на каждом этапе считается достигнутой, если интенсивность касательных напряжений, вычисленная с использованием найденных напряжений, и интенсивность касательных напряжений, найденная с использованием термомеханической поверхности, различаются между собой на малую, предварительно заданную величину δ_1. Одновременно с этим значения модуля вектора перемещения, найденные в двух последовательных приближениях, должны отличаться не более, чем на малую величину δ_2. Эти критерии обеспечивают сходимость как по физической, так и по геометрической нелинейностям.

Для апробации и оценки точности разработанной методики рассмотрим упругопластическое НДС бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки без учета геометрической нелинейности. Полученное на основе численного интегрирования по окружной координате решение сопоставим с решением, найденным с использованием по этой же координате тригонометрических рядов Фурье [7]. Радиус оболочки $R = 0{,}1$ м и толщина $h = 0{,}005$ м. Материал оболочки — сплав ЭИ-395, диаграмма растяжения для которого

Таблица 1

$q = 0$	σ_{ss}	σ_{qq}	Γ
$\zeta = -\dfrac{h}{2}$	-2524	-6793	0,003759
$\zeta = \dfrac{h}{2}$	2496	6759	0,003672

приведена в [8]; этот сплав характеризуется модулем Юнга $E = 1{,}95$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu_0 = 0{,}3$. Оболочка находится под действием нагрузки $q_\zeta = 10\cos(2q/R)$. Симметрия нагрузки позволяет рассматривать половину оболочки $0 \leqslant q/R \leqslant \pi$. На контурах $q = 0$ и $q = \pi R$ задавали условия периодичности $Q_q = v = \vartheta_q = 0$. В расчете принимали количество интервалов интегрирования вдоль направляющей окружности $K_q = 2001$ и вдоль толщины $K_\zeta = 21$. При получении решения с использованием рядов Фурье, кроме второй гармоники, соответствующей виду нагрузки, дополнительно удерживались высшие гармоники с номерами $m = 6$, 10, 14, 18, 22, 26, 30. Приведенные параметры дискретизации позволяют получить результаты, практически не зависимые от этих параметров. В табл. 1 приведены значения напряжений σ_{ss}, σ_{qq} и интенсивности пластических деформаций Γ при $q = 0$. В решениях, полученных обоими методами, совпали все приведенные цифры. Это позволяет сделать вывод о высокой точности разработанной методики. Отметим, что при решении задач в упругопластической постановке с использованием рядов Фурье низшие гармоники всегда порождают бесконечный затухающий спектр высших гармоник. Вклад этих высших гармоник в данной задаче превышает 10% в области максимальных значений интенсивности деформаций сдвига.

1. *Численное* решение задач статики ортотропных оболочек с переменными параметрами / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко, Е. И. Беспалова и др. – Киев: Наук. думка, 1975. – 183 с.
2. *Григоренко Я. М., Крюков Н. Н.* Численное решение задач статики гибких слоистых оболочек с переменными параметрами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 264 с.
3. *Шаповалов Л. А.* Об одном простейшем варианте уравнений геометрически нелинейной теории тонких оболочек // Изв. АН СССР. Механика тв. тела. – 1968. – № 1. – С. 56–62.
4. *Шевченко Ю. Н., Прохоренко И. В.* Теория упругопластических оболочек при неизотермических процессах нагружения // Методы расчета оболочек. Т. 3. – Киев: Наук. думка, 1981. – 296 с.
5. *Merzlyakov V. A.* A modified method of elastic solution and estimation of its efficiency in problems of plasticity for shells of revolution // Mechanics of solids. – 1999. – No 1. – P. 128–135. – (Изв. РАН. Механика тв. тела. – 1999. – No 1. – С. 153–162).
6. *Шевченко Ю. Н., Савченко В. Г.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Т 2. Термовязкопластичность. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
7. *Merzlyakov V. A., Shevchenko Yu. N.* Nonaxisymmetric thermoviscoelastoplastic deformation of shells of revolution // Int. Applied Mech. – 2001. – **37**, No 12. – P. 1509–1538. (Прикл. механика. – 2001. – **37**, No 12. – С. 3–36).
8. *Merzlyakov V. A., Novikov S. V.* Database of physicomechanical properties of materials and its use in applied software packages // Strength of Materials. – 1997. – No 4. – P. 386–389. (Пробл. прочности. – 1997. – No 4. – С. 90–94).

Институт строительной механики и компьютерной механики, Университет Ганновера, Германия
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 12.12.2006