

В. Л. Богданов

## О кручении предварительно напряженного материала с двумя параллельными соосными трещинами

(Представлено академиком НАН Украины А. Н. Гузем)

*An axisymmetric problem on two parallel coaxial cracks of torsion in an infinite material with initial stresses acting along cracks is investigated by use of the approaches of the three-dimensional linearized mechanics of solids. Numerical results are obtained for highly elastic materials with Bartenev–Khazanovich and Treloar elastic potentials. The dependence of the stress intensity factors on the initial stresses and geometric parameters of the problem is analyzed.*

Задача о кручении неограниченного упругого тела, ослабленного двумя соосными круговыми трещинами, в случае отсутствия начальных напряжений решена в работах [1, 2]. В [3–5] для исследования задач механики разрушения материалов при действии начальных напряжений, направленных вдоль поверхностей трещин, был предложен подход в рамках трехмерной линеаризованной механики деформируемого твердого тела и рассмотрен ряд статических и динамических задач для изолированных (свободных) трещин. Детальный обзор работ, выполненных в рамках указанного подхода, приведен в [6, 7]. В частности, в работах [8, 9] получены решения, соответственно, для предварительно напряженного полупространства с приповерхностной трещиной кручения и для предварительно напряженного пространства с периодической системой соосных трещин кручения.

Отметим также, что в [10] в линеаризованной постановке рассмотрен случай нагружения неограниченного тела с двумя параллельными соосными дискообразными трещинами сжимающими усилиями, направленными вдоль плоскостей трещин, когда поверхности трещин свободны от напряжений. В этом случае начало разрушения связывается с локальной потерей устойчивости материала в окрестности трещин, вызванной сжимающими усилиями.

В настоящей статье, следуя подходам [3–5], рассматривается задача о кручении бесконечного материала с начальными напряжениями, содержащего две параллельные соосные круговые трещины. Задача исследуется в общей форме для сжимаемых и несжимаемых материалов. Численные результаты приводятся для некоторых типов высокоэластических материалов.

**1.** Рассмотрим неограниченное тело, ослабленное двумя одинаковыми дискообразными трещинами радиуса  $a$ , занимающими области  $y_3 = 0$  и  $y_3 = -2h$ ,  $0 < r < a$  ( $y_j$ ,  $j = 1, 2, 3$  — лагранжевы координаты начального деформируемого состояния, а  $r$ ,  $\theta$ ,  $y_3$  — получаемые из них цилиндрические координаты).

Предполагаем, что в теле действуют одинаковые начальные напряжения вдоль осей  $Oy_1$ ,  $Oy_2$ , реализующие однородное начальное напряженно-деформированное состояние:

$$\begin{aligned} S_{33}^0 &= 0, & S_{11}^0 &= S_{22}^0 = \text{const} \neq 0, & u_m^0 &= \lambda_m^{-1}(\lambda_m - 1)y_m, \\ \lambda_j &= \text{const}, & \lambda_1 &= \lambda_2 \neq \lambda_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $S_{ij}^0$  — компоненты симметричного тензора напряжений, отнесенные к единице площади тела в недеформированном (естественном) состоянии;  $u_m^0$  — компоненты вектора переме-

щений в начальном состоянии;  $\lambda_j$  — обусловленные начальными напряжениями коэффициенты удлинения (укорочения) вдоль координатных осей. Кроме того, будем использовать такие обозначения:  $Q'_{ij}$  — компоненты несимметричного тензора напряжений, отнесенные к единице площади тела в начальном (вызванном начальными напряжениями  $S_{ij}^0$ ) состоянии;  $u_j$  — компоненты соответствующего им вектора перемещений в возмущенном состоянии.

В [4] для случая однородного начального состояния (1) построены представления общих решений линеаризованных уравнений равновесия через гармонические потенциальные функции. В случае, когда к поверхностям трещин приложены антисимметрично относительно плоскостей трещин касательные окружные нагрузки, с учетом осесимметричности задачи, отличными от нуля будут лишь компоненты вектора перемещений  $u_\theta$  и тензора напряжений  $Q'_{3\theta}$ , причем они не зависят от окружной координаты  $\theta$ . При этом указанные представления общих решений принимают вид:

$$\begin{aligned} u_r = 0; \quad u_\theta = \frac{\partial \varphi_3}{\partial r}; \quad u_3 = 0; \\ Q'_{3r} = 0; \quad Q'_{3\theta} = C_{44} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial r \partial y_3} = C_{44} n_3^{-1/2} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial r \partial z_3}; \quad Q'_{33} = 0, \quad z_3 \equiv n_3^{-1/2} y_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь величины  $C_{44}$ ,  $n_3$  определяются выбором модели материала и зависят от начальных напряжений [4], а потенциальная функция  $\varphi_3$  удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\left( \frac{\partial}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z_3^2} \right) \varphi_3(r, z_3) = 0. \quad (3)$$

Предполагая, что напряженное состояние симметрично относительно плоскости  $y_3 = -h$ , равноудаленной от трещин, можем переформулировать исходную задачу к задаче для полупространства  $y_3 \geq -h$  с одной трещиной с таким условием симметрии на его плоской границе:

$$u_\theta(r, y_3) = 0; \quad y_3 = -h, \quad 0 \leq r < \infty. \quad (4)$$

Предполагаем далее, что к поверхности трещины приложена антисимметрично относительно плоскости трещины касательная окружная нагрузка

$$Q'_{3\theta}(r, y_3) = -\tau(r); \quad y_3 = 0, \quad 0 \leq r < a. \quad (5)$$

Таким образом, исходная задача сводится к интегрированию уравнения (3) с граничными условиями относительно функции  $\varphi_3(r, z_3)$ , следующими из условий (4), (5) с учетом представлений (2).

Условно разобьем полупространство  $y_3 \geq -h$  на две подобласти: полупространство  $y_3 \geq 0$  и слой  $-h \leq y_3 \leq 0$ , обозначив соответствующие им величины индексами “1” и “2”. На границе указанных областей вне трещины должны выполняться условия непрерывности напряжений и перемещений. Тогда можем переформулировать граничные условия задачи в виде:

$$u_\theta^{(2)}(r, y_3) = 0; \quad y_3 = -h, \quad 0 \leq r < \infty; \quad (6)$$

$$Q'_{3\theta}^{(1)}(r, y_3) = Q'_{3\theta}^{(2)}(r, y_3); \quad y_3 = 0, \quad 0 \leq r < \infty; \quad (7)$$

$$u_{\theta}^{(1)}(r, y_3) = u_{\theta}^{(2)}(r, y_3); \quad y_3 = 0, \quad a < r < \infty; \quad (8)$$

$$Q'_{3\theta}^{(2)}(r, y_3) = -\tau(r); \quad y_3 = 0, \quad 0 \leq r \leq a. \quad (9)$$

Кроме того, компоненты тензора напряжений и вектора перемещений должны затухать при  $y_3 \rightarrow \infty$ .

2. Выразим гармоническую потенциальную функцию  $\varphi_3(r, z_3)$ , фигурирующую в представлениях общих решений (2), в каждой из областей “1” та “2” в виде интегральных разложений Ханкеля нулевого порядка по  $r$ :

$$\varphi_3^{(1)}(r, z_3) = \int_0^{\infty} C(\lambda) e^{-\lambda z_3} J_0(\lambda r) \frac{d\lambda}{\lambda}; \quad (10)$$

$$\varphi_3^{(2)}(r, z_3) = \int_0^{\infty} [C_1(\lambda) \operatorname{ch} \lambda(z_3 + h_3) + C_2(\lambda) \operatorname{sh} \lambda(z_3 + h_3)] J_0(\lambda r) \frac{\partial \lambda}{\operatorname{sh} \lambda h_3},$$

где  $h_3 = hn_3^{-1/2}$ .

Условия (6), (7), заданные на всей области  $y_3 = \text{const}$ , приводят к двум соотношениям, связывающим три неизвестные функции  $C(\lambda)$ ,  $C_1(\lambda)$  и  $C_2(\lambda)$ . Оставшиеся условия (8), (9) приводят к системе парных интегральных уравнений:

$$\int_0^{\infty} [1 + g(\lambda)] A(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda = \frac{2\tau(r)}{C_{44} n_3^{-1/2}} \quad (r \leq a); \quad (11)$$

$$\int_0^{\infty} A J_1(\lambda r) d\lambda = 0 \quad (r > a),$$

где

$$A(\lambda) = \frac{e^{\lambda h_3}}{\operatorname{sh} \lambda h_3} C_2(\lambda); \quad C(\lambda) = -\operatorname{ch} \lambda h_3 C_2(\lambda); \quad C_1(\lambda) = 0; \quad g(\lambda) = e^{-2\lambda h_3}. \quad (12)$$

Будем решать систему парных интегральных уравнений (11) методом подстановки [11], в соответствии с ним выбираем решение в виде, который позволяет тождественно удовлетворить последнее уравнение в (11), а именно:

$$A(\lambda) = \sqrt{\frac{\pi \lambda}{2}} \int_0^a \sqrt{t} \omega(t) J_{3/2}(\lambda t) dt = -\lambda^{-1} \left[ \omega(a) \sin \lambda a - \int_0^a t^{-1} \sin \lambda t \tilde{\omega}(t) dt \right], \quad (13)$$

где  $\omega(t)$  — неизвестная функция, непрерывная вместе со своей первой производной на интервале  $[0, a]$ , а  $\tilde{\omega}(t) \equiv \frac{d}{dt}[t\omega(t)]$ .

Тогда, подставляя представление (13) в первое уравнение (11) после некоторых преобразований получим соотношение

$$\int_0^r \tilde{\omega}(t) \frac{dt}{\sqrt{r^2 - t^2}} = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} r \int_0^{\infty} g(\lambda) \left[ \int_0^a \sqrt{t} \omega(t) J_{3/2}(\lambda t) dt \right] \lambda^{3/2} J_1(\lambda r) d\lambda + \frac{2r\tau(r)}{C_{44} n_3^{-1/2}}. \quad (14)$$

Используя подстановку  $t = r \sin \theta$  и принимая во внимание, что уравнение Шлемильха вида

$$\int_0^{\pi/2} f(r \sin \theta) d\theta = N(r), \quad 0 \leq r \leq a$$

имеет решение [11]

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \left[ N(0) + x \int_0^{\pi/2} N'(x \sin \theta) d\theta \right], \quad 0 \leq x \leq a,$$

из (14) получаем разрешающее интегральное уравнение Фредгольма второго рода, которое в безразмерной форме имеет вид

$$f(\xi) + \frac{1}{\pi} \int_0^1 f(\eta) K(\xi, \eta) d\eta = \frac{4}{\pi} \xi \int_0^{\pi/2} q'(\xi \sin \theta) d\theta, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \dots, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (15)$$

где

$$f(\xi) \equiv a^{-1} \tilde{\omega}(a\xi) = a^{-1} \frac{d}{d\xi} [\xi \omega(a\xi)], \quad q(\xi) \equiv \frac{\xi \tau(\xi)}{C_{44} n_3^{-1/2}}. \quad (16)$$

Ядро интегрального уравнения (15) имеет вид

$$K(\xi, \eta) = 8\beta_3 \xi^2 \left[ \frac{1}{(4\beta_3^2 + \xi^2 + \eta^2)^2 - 4\xi^2 \eta^2} - \frac{1}{(4\beta_3^2 + \xi^2 + 1)^2 - 4\xi^2} \right], \quad (17)$$

$$\beta_3 \equiv \frac{h}{a} n_3^{-1/2}.$$

Таким образом, решая интегральное уравнение Фредгольма второго рода (15) и используя соотношения (16), (13), (12) и (10), из представлений (2) можем получить распределение напряжений и перемещений в материале.

**3.** Используя соотношения (2), (10), (12) и (13), получим выражения для компонент тензора напряжений в плоскости трещины  $y_3 = 0$  при  $r > 0$ :

$$Q'_{33}^{(2)}(r, 0) = 0; \quad Q'_{3r}^{(2)}(r, 0) = 0;$$

$$Q'_{3\theta}^{(2)} = \frac{1}{2} C_{44} n_3^{-1/2} \frac{a\omega(a)}{r\sqrt{r^2 - a^2}} + \frac{1}{2} C_{44} n_3^{-1/2} \left\{ -\frac{1}{r} \int_0^a \frac{\tilde{\omega}(t)}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \sqrt{\lambda} e^{-2\lambda h_3} \left[ \int_0^a \sqrt{t} \omega(t) J_{3/2}(\lambda t) dt \right] J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \right\}. \quad (18)$$

Аналогично классическому случаю [12] будем определять коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) как коэффициенты при особенностях в компонентах напряжений возле края трещины:

$$\begin{aligned} K_I &= \lim_{r \rightarrow +a} [2\pi(r-a)]^{1/2} Q'_{33}(r, 0), \\ K_{II} &= \lim_{r \rightarrow +a} [2\pi(r-a)]^{1/2} Q'_{3r}(r, 0), \\ K_{III} &= \lim_{r \rightarrow +a} [2\pi(r-a)]^{1/2} Q'_{3\theta}(r, 0). \end{aligned} \quad (19)$$

Из анализа последнего выражения в (18) следует, что при  $r \rightarrow +a$

$$Q'_{3\theta}^{(2)} \sim \frac{1}{2} C_{44} n_3^{-1/2} \frac{a\omega(a)}{r\sqrt{r^2 - a^2}}. \quad (20)$$

Тогда из (19) находим

$$K_I = 0, \quad K_{II} = 0, \quad K_{III} = \frac{1}{2} C_{44} n_3^{-1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{a\sqrt{a}} \int_0^a \tilde{\omega}(t) dt. \quad (21)$$

Переходя в (21) к безразмерным переменным и функциям, получаем

$$K_I = 0, \quad K_{II} = 0, \quad K_{III} = \frac{1}{2} C_{44} n_3^{-1/2} \sqrt{\pi a} \int_0^1 f(\eta) d\eta, \quad (22)$$

где функция  $f(\eta)$  определяется из интегрального уравнения (15).

Из последнего соотношения (22) видим, что КИН  $K_{III}$  зависит от начальных напряжений  $S_{11}^0 = S_{22}^0$  (или удлинений  $\lambda_1 = \lambda_2$ ), а также от расстояния между трещинами  $2h$  (или  $2\beta$ ), поскольку величины  $C_{44}$ ,  $n_3$ , а также решение  $f(\xi)$  уравнения (15) зависят от этих параметров.

Рассмотрим предельный случай расположения трещин, когда расстояние между ними стремится к бесконечности. Из выражений для ядер интегрального уравнения (15) следует, что при  $\beta \rightarrow \infty$  ядро в пределе обращается в нуль.

Тогда из уравнения (15) имеем граничное значение для функции :

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} f(\xi) \equiv f^\infty(\xi) = \frac{4}{\pi} \xi \int_0^{\pi/2} q'(\xi \sin \theta) d\theta. \quad (23)$$

Подставляя соотношение (23) в представления (21), (22), получаем следующие значения КИН для предельного случая расположения трещин при  $\beta \rightarrow \infty$ :

$$K_I^\infty = 0, \quad K_{II}^\infty = 0, \quad K_{III}^\infty = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^1 \frac{\eta^2 \tau(\eta) d\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} = \frac{2}{a\sqrt{\pi a}} \int_0^a \frac{t^2 \tau(t) dt}{\sqrt{a^2 - t^2}}, \quad (24)$$

которые полностью совпадают (при принятых обозначениях) со значениями КИН, полученными в задаче о кручении изолированной трещины в бесконечном материале с начальными

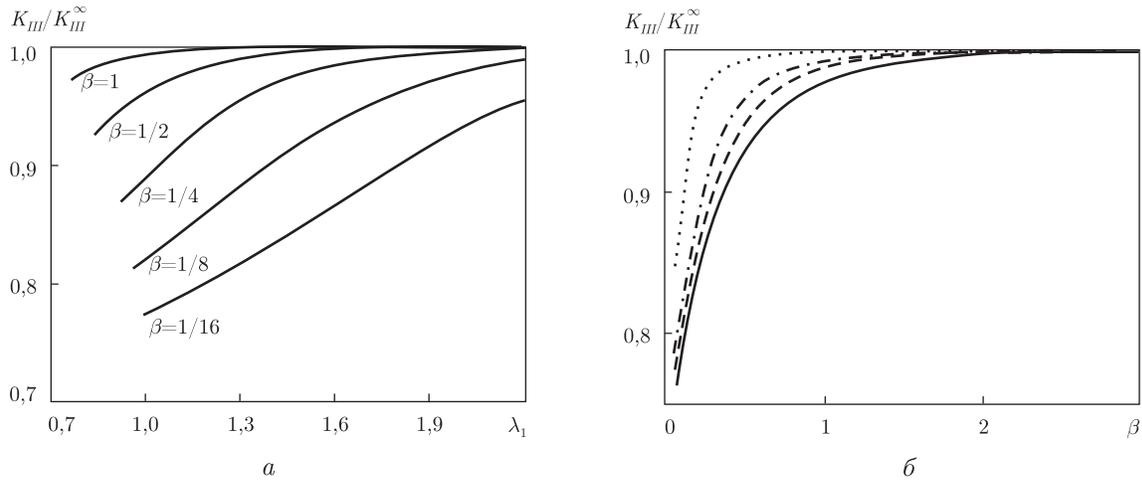


Рис. 1

напряжениями [3] и без начальных напряжений [12]. В частности, для случая равномерной касательной окружной нагрузки на берегах трещины  $\tau(r) = \tau_0 = \text{const}$  из (24) получаем

$$K_I^\infty = 0, \quad K_{II}^\infty = 0, \quad K_{III}^\infty = \frac{\tau_0}{2} \sqrt{\pi a}. \quad (25)$$

4. Для численного исследования интегральных уравнений Фредгольма второго рода (15) используется метод Бубнова–Галеркина с выбором в качестве системы координатных функций системы степенных функций. Численное интегрирование осуществляется по квадратурным формулам Гаусса. Предполагается, что на берегах трещин действует равномерная касательная окружная нагрузка в виде  $\tau(r) = \tau_0 = \text{const}$ . Отметим, что при численном исследовании диапазон изменений сжимающих начальных усилий  $S_{11}^0$  (и соответствующих им параметров укорочения  $\lambda_1 < 1$ ) необходимо ограничить критическими значениями параметров  $\lambda_1^*$ , по достижении которых происходит локальная потеря устойчивости материала в окрестности двух параллельных соосных трещин (см. [10]).

**Материал с потенциалом Бартенева–Хазановича [13] (высокоэластический несжимаемый материал).** Параметры, входящие в (2), для этого материала имеют значения:  $C_{44} = 2\mu\lambda_1^{-2}(1 + \lambda_1^3)^{-1}$ ;  $n_3 = 2\lambda_1^{-6}(\lambda_1^{-3} + 1)^{-1}$  (здесь  $\mu$  – постоянная материала). Для данного материала критические значения параметра укорочения  $\lambda_1^*$ , при которых наступает локальная неустойчивость материала, рассчитанные в координатах начального состояния, приведены в табл. 1. На рис. 1, а дана зависимость соотношений КИН  $K_{III}/K_{III}^\infty$  (где  $K_{III}^\infty$  – КИН для изолированной трещины в бесконечном материале, определяемый по формуле (25)) от значений параметра начального укорочения (удлинения)  $\lambda_1$ , обусловленного действием начальных напряжений сжатия – растяжения  $S_{11}^0$  ( $\lambda_1 < 1$  – начальное сжатие;  $\lambda_1 > 1$  – начальное растяжение), для различных значений безразмерного расстояния между трещинами  $\beta = ha^{-1}$ . Как видим, начальные напряжения оказывают существенное влияние на КИН.

Таблица 1

$\beta$	0,0625	0,125	0,25	0,5	1,0	2,0	10,0	$\infty$
$\lambda_1^*$	0,992	0,965	0,911	0,833	0,758	0,712	0,694	0,693

Таблица 2

$\beta$	0,0625	0,125	0,25	0,5	1,0	2,0	10,0	$\infty$
$\lambda_1^*$	0,992	0,964	0,910	0,829	0,751	0,697	0,667	0,666

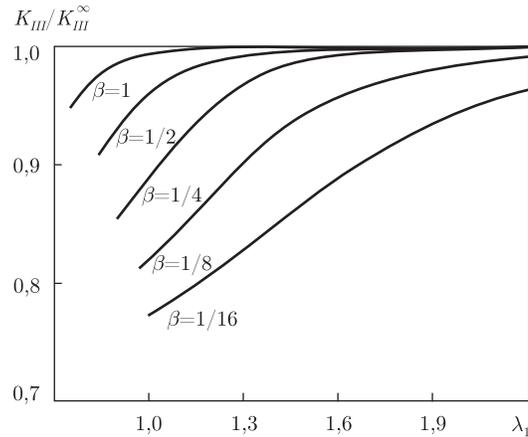


Рис. 2

Рис. 1, б иллюстрирует зависимость соотношений  $K_{III}/K_{III}^{\infty}$  от безразмерного расстояния между трещинами  $\beta$  для разных значений  $\lambda_1$  (сплошная линия —  $\lambda_1 = 0,9$ , пунктирная —  $\lambda_1 = 1,0$ , штрих-пунктирная —  $\lambda_1 = 1,1$ , пунктирная —  $\lambda_1 = 1,5$ ). Как видим, взаимодействие двух параллельных соосных трещин приводит к снижению значений КИН  $K_{III}$  по сравнению со значениями КИН  $K_{III}^{\infty}$ , полученными для случая одной трещины, т. е., к упрочнению материала. Аналогичный результат был получен и в задаче о двух соосных трещинах в материале без начальных напряжений [2]. Кроме того, из этого рисунка видим, что при возрастании расстояния между трещинами значения КИН для двух соосных трещин кручения стремятся к значениям, получаемым в случае изолированной трещины кручения в бесконечном материале.

**Материал с потенциалом Трелоара [14] (высокоэластический несжимаемый материал).** Параметры, входящие в (2), для этого материала имеют значения:  $C_{44} = 2C_{10}\lambda_1^{-4}$ ;  $n_3 = \lambda_1^{-6}$  ( $C_{10}$  — постоянная материала). Критические значения параметра укорочения  $\lambda_1^*$ , при которых наступает локальная неустойчивость материала с потенциалом Трелоара, рассчитанные в координатах начального состояния, приведены в табл. 2. Рис. 2 иллюстрирует зависимость соотношений  $K_{III}/K_{III}^{\infty}$  от параметра начального нагружения  $\lambda_1$  для разных значений  $\beta$ . Из приведенной зависимости можно сделать выводы о влиянии на КИН начальных напряжений и о взаимовлиянии двух трещин, аналогичные приведенным для материала с потенциалом Бартенева–Хазановича.

1. Уфлянд Я. С. Некоторые задачи о кручении упругих тел, ослабленных соосными круговыми щелями / Концентрация напряжений. Вып. 3. — Львов, 1971. — С. 177–181.
2. Pasha M. L. Axially symmetric stress distributions in elastic solids containing penny-shaped cracks under torsion // J. of Appl. Mech. Trans. ASME. — 1975. — 42, No 4. — P. 896–897.
3. Гузь А. Н. К линеаризованной теории разрушения хрупких тел с начальными напряжениями // Докл. АН СССР. — 1980. — 252, № 5. — С. 1085–1088.
4. Гузь А. Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями. — Киев: Наук. думка, 1983. — 296 с.

5. Гузь А. Н. Хрупкое разрушение материалов с начальными напряжениями. – Киев: Наук. думка, 1991. – 288 с. – (Неклассические проблемы механики разрушения: В 4-х т., 5-ти кн. / Под общ. ред. А. Н. Гузя. Т. 2).
6. Guz A. N., Dyshel' M. Sh., Nazarenko V. M. Fracture and stability of materials and structural members with cracks: Approaches and results // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, No 12. – P. 1323–1359.
7. Guz A. N., Nazarenko V. M., Bogdanov V. L. Fracture under initial stresses acting along cracks: Approach, concept and results // Theor. and Appl. Fracture Mech. – 2007. – **48**. – P. 285–303.
8. Гузь А. Н., Назаренко В. М., Никонов В. А. Кручение полупространства с начальными напряжениями, содержащего приповерхностную дискообразную трещину // Прикл. механика. – 1991. – **27**, № 10. – С. 24–30.
9. Богданов В. Л. Кручення поперечно напруженого тіла з періодичною системою співвісних дископодібних тріщин // машинознавство. – 2008. – № 4. – С. 3–7.
10. Guz A. N., Knukh V. I., Nazarenko V. M. Compressive failure of materials with two parallel cracks: small and large deformation // Theor. and Appl. Fracture Mech. – 1989. – **11**. – P. 213–223.
11. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. – Ленинград: Наука, 1977. – 220 с.
12. Kassir M. K., Sih G. C. Mechanics of fracture. Three dimensional crack problems. – Leyden: Netherlands Noordhoff Intern. Publ., 1975. – Vol. 2. – 452 p.
13. Бартенева Г. М., Хазанович Т. Н. О законе высокоэластических деформаций сеточных полимеров // Высокомолекул. соединения. – 1960. – **2**, № 1. – С. 21–28.
14. Treloar L. R. G. Large elastic deformations in rubber-like materials. – Madrid: IUTAM Colloquium, 1955. – P. 208–217.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко  
НАН Украины, Киев*

*Поступило в редакцию 12.06.2008*

УДК 531.36

© 2008

**В. С. Денисенко**

## **Устойчивость нечетких импульсных систем Такаги–Сугено: метод линейных матричных неравенств**

*(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А. А. Мартынюком)*

*The Lyapunov stability of impulsive Takagi-Sugeno fuzzy systems is considered. The sufficient conditions of stability for impulsive fuzzy systems are derived on the basis of Lyapunov's direct method. They can be easily expressed as a system of linear matrix inequalities.*

Нечеткие модели Такаги–Сугено(Т-С) — это нелинейные системы, способные аппроксимировать широкий класс сложных или нелинейных систем с помощью “если-то” правил [1], которые описывают локально-линейную динамику всей системы. Одним из достаточно разработанных методов исследования устойчивости нечетких систем является метод линейных матричных неравенств (ЛМИ-метод), который впервые был использован для анализа устойчивости однородных непрерывных [2] и дискретных [3] нечетких систем. Для систем дифференциальных уравнений с импульсным воздействием этот метод развит в работе [4]. Удобство ЛМИ-метода обусловлено его численной реализацией в интегрированной среде MATLAB.