6. *Cody W. J.* Chebyshev approximation for the complete elliptic integrals K and E // Math. Comput. – 1965. – **19**. – P. 105–112.
7. *Михлин С. Г.* Линейные уравнения в частных производных. – Москва: Высш. школа, 1977. – 432 с.
8. *Elshner J., Graham I. G.* Quadrature methods for Symm's integral equation on polygons // IMA J. Numer. Anal. – 1997. – **17**. – P. 643–664.
9. *Kress R., Tran T.* Inverse scattering for a locally perturbed half-plane // Inverse Problems. – 2000. – **16**. – P. 1541–1559.

Львівський національний університет ім. Івана Франка

Надійшло до редакції 17.07.2007

УДК 517.95

І. Я. Кміть

Мішана задача для двовимірної гіперболічної системи першого порядку

(Представлено членом-кореспондентом НАН України Б. Й. Пташником)

Using an analog of the classical method of characteristics for one-dimensional hyperbolic systems, we investigate a mixed problem for a two-dimensional semilinear hyperbolic system with non-Lipschitz nonlinearities. We prove that the problem is correctly posed in the classical sense.

При постановці мішаних задач для гіперболічних рівнянь чи систем вибір крайових умов потрібно підпорядковувати таким вимогам. З одного боку, крайові умови повинні визначати вхідні хвилі в розглядувану область, а з іншого — вони не повинні змінювати поведінку вихідних хвиль. У випадку багатьох незалежних змінних ситуація істотно ускладнюється. Це зумовлюється складністю визначення вхідних і вихідних хвиль. Відомо кілька підходів до розв'язання питання про коректну постановку мішаних задач. Зокрема, Friedrichs [1] "енергетичним методом" отримав деякий клас крайових умов, за яких задача є коректно поставленою. Інший клас умов у просторах Соболєва отримали Lax і Phillips [2]. Hersh [3] довів необхідні і достатні умови для коректної постановки мішаних задач у півпросторі з нехарактеристичною межею, але його результати стосуються лише однорідних систем із сталими коефіцієнтами без молодших членів. Метод доведення базується на перетвореннях Лапласа і Фур'є. Інші підходи запропоновано в [4–11]. У даній роботі ми доводимо результат про коректну постановку в класичному сенсі мішаної задачі для двовимірної майже лінійної гіперболічної системи з неліпшіцевими нелінійностями. Ми використовуємо аналог класичного методу характеристик. Як і в одновимірному випадку, наш підхід базується на інтегральному зображені задачі.

Постановка задачі та її інтегральне зображення. В області $\Pi = \{(x, y, t) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 < x < 1,\ 0 < y < 1,\ t > 0\}$ розглянемо систему диференціальних рівнянь вигляду

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(u_{jt} - \lambda_{i1}(x,t)u_{jx} - \lambda_{i2}(y,t)u_{jy}) = f_i(x,y,t,u), \qquad i \leqslant n, \tag{1}$$

де a_{ij} — деякі дійсні константи, $u = (u_1, \ldots, u_n)$. Припустимо, що для деяких $k, l \in \{1, \ldots, n\}$ мають місце умови знакосталості коефіцієнтів λ_{ij} у головних частинах диференціальних рівнянь, а саме

$$\begin{aligned} &\lambda_{11}, \lambda_{21}, \ldots, \lambda_{k1} < 0; \qquad \lambda_{k+1,1}, \lambda_{k+2,1}, \ldots, \lambda_{n1} > 0, \\ &\lambda_{s_1 2}, \lambda_{s_2 2}, \ldots, \lambda_{s_l 2} < 0; \qquad \lambda_{s_{l+1} 2}, \lambda_{s_{l+2} 2}, \ldots, \lambda_{s_n 2} > 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Тут $\{s_1, \ldots, s_n\} = \{1, \ldots, n\}$. Для визначеності будемо розглядати випадок $l > k$.

Позначимо $I_1 = \{1, \ldots, k\} \bigcap \{s_1, \ldots, s_l\}$, $I_2 = \{1, \ldots, k\} \setminus I_1$, $I_3 = \{k+1, \ldots, n\} \bigcap \{s_1, \ldots, s_l\}$, $I_4 = \{k+1, \ldots, n\} \setminus I_3$. Припустимо, що матриця $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^n$ є невиродженою:

$$\det A \neq 0 \tag{3}$$

і має діагонально-блочну структуру

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

де $A_1 = \{a_{ij}\}_{i,j \in I_1}$, $A_2 = \{a_{ij}\}_{i,j \in I_2}$, $A_3 = \{a_{ij}\}_{i,j \in I_3}$, $A_4 = \{a_{ij}\}_{i,j \in I_4}$, через 0 позначено нульові матриці відповідних розмірів. Зауважимо, що умова (3) не є еквівалентною до розв'язності системи (1) відносно виразів, що стоять у дужках. Зазначимо, що будь-яка матриця A жорданового вигляду має структуру (4).

Початкові та крайові умови при цьому задамо у вигляді

$$u_i(x, y, 0) = \varphi_i(x, y), \qquad i \leqslant n, \tag{5}$$

та

$$\begin{aligned} &u_i|_{x=0} = \mu_i(y, t), \qquad i \leqslant k, \\ &u_i|_{x=1} = \nu_i(y, t), \qquad k+1 \leqslant i \leqslant n, \\ &u_i|_{y=0} = \alpha_i(x, t), \qquad i \in \{s_1, \ldots, s_l\}, \\ &u_i|_{y=1} = \beta_i(x, t), \qquad i \in \{s_{l+1}, \ldots, s_n\}. \end{aligned} \tag{6}$$

Щодо функцій λ_{i1} (аналогічно для λ_{i2}) будемо припускати, що вони є неперервними, а також для кожного компакта $K \in [0, 1] \times \mathbb{R}_+$ існує функція $\psi(\alpha) > 0$ така, що $\psi(\alpha)$ при $0 < \alpha \leqslant \beta$ є неперервною, $\int\limits_{\varepsilon}^{\beta} d\alpha/\psi(\alpha) \to \infty$ при $\varepsilon \to 0$ і для будь-якої пари точок (x_1, t), (x_2, t) і для всіх $i \leqslant n$ виконуються нерівності

$$|\lambda_{i1}(x_1, t) - \lambda_{i1}(x_2, t)| \leqslant \psi(|x_1 - x_2|). \tag{7}$$

З теорем Пеано та Осгуда (див. [12; 13, §11, 12]) випливає, що за цих умов кожна із задач Коші

$$\frac{d\xi}{d\tau} = -\lambda_{i1}(\xi(\tau), \tau), \qquad \xi(t) = x, \qquad (x, t) \in [0, 1] \times \mathbb{R}_+ \tag{8}$$

і

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = -\lambda_{i2}(\sigma(\tau),\tau), \qquad \sigma(t) = y, \qquad (y,t) \in [0,1] \times \mathbb{R}_+, \tag{9}$$

де $i \in \{1,\dots,n\}$, має єдиний класичний розв'язок, який можна продовжити в напрямку спадання часової змінної до перетину з межею $[0,1] \times \mathbb{R}_+$. Ці розв'язки позначимо через $\xi = \omega_{i1}(\tau;x,t)$ і $\sigma = \omega_{i2}(\tau;y,t)$ для задач (8) і (9) відповідно. Тоді системи рівнянь $\xi = \omega_{i1}(\tau;x,t)$, $\sigma = \sigma$ та $\sigma = \omega_{j2}(\tau;y,t)$, $\xi = \xi$ задаватимуть рівняння поверхонь (у просторі змінних ξ, σ, τ), які проходять через точку $(x,y,t) \in \Pi$ і можуть бути продовжені у напрямку спадання t до перетину з $\partial\Pi$.

Позначимо через $t_i(x,y,t)$ найменше значення τ, при якому крива $\xi = \omega_{i1}(\tau;x,t)$, $\eta = \omega_{i2}(\tau;y,t)$, $\tau = \tau$ перетинає межу Π, а через $\Pi_{\varphi i}$, $\Pi_{\mu i}$, $\Pi_{\nu i}$, $\Pi_{\alpha i}$ та $\Pi_{\beta i}$ — множини точок $(x,y,t) \in \Pi$, для яких відповідно $t_i(x,y,t) = 0$, $\omega_{i1}(t_i(x,y,t);x,t) = 0$, $\omega_{i1}(t_i(x,y,t);x,t) = 1$, $\omega_{i2}(t_i(x,y,t);y,t) = 0$ та $\omega_{i2}(t_i(x,y,t);y,t) = 1$. Легко бачити, що ліва частина кожного i-го рівняння системи (1) є похідною вздовж деякого i-го напрямку, який називається характеристичним і задається характеристичною кривою $\xi = \omega_{i1}(\tau;x,t)$, $\sigma = \omega_{i2}(\tau;y,t)$, $\tau = \tau$. Нехай $(x,y,t) \in \Omega$. Інтегруючи кожне рівняння системи (1) уздовж відповідного йому характеристичного напрямку, отримуємо інтегральну форму запису задачі (1), (5), (6):

$$u_i(x,y,t) = \frac{1}{\det A_m} \sum_{j\in I_m} (A_{ji}^m)^{ad} \Bigg[\sum_{s\in I_m} a_{js}(R_{js}u)(x,y,t) + \\ + \int\limits_{t_j(x,y,t)}^{t} f_j(\omega_{j1}(\tau;x,t),\omega_{j2}(\tau;y,t),\tau,u)d\tau \Bigg], \qquad i \in I_m, \qquad m \leqslant 4, \tag{10}$$

де

$$(R_{ij}u)(x,y,t) = \begin{cases} \mu_j(\omega_{i2}(t_i(x,y,t);y,t),t_i(x,y,t)), & (x,y,t) \in \Pi_{\mu i}, \\ \nu_j(\omega_{i2}(t_i(x,y,t);y,t),t_i(x,y,t)), & (x,y,t) \in \Pi_{\nu i}, \\ \alpha_j(\omega_{i1}(t_i(x,y,t);x,t),t_i(x,y,t)), & (x,y,t) \in \Pi_{\alpha i}, \\ \beta_j(\omega_{i1}(t_i(x,y,t);x,t),t_i(x,y,t)), & (x,y,t) \in \Pi_{\beta i}, \\ \varphi_j(\omega_{i1}(0;x,t),\omega_{i2}(0;y,t)), & (x,y,t) \in \Pi_{\varphi i}, \end{cases}$$

$\{(A_{ij}^m)^{ad}\}_{i,j\in I_m}$ — приєднана матриця до A_m. Така форма запису вихідної задачі є можливою завдяки тому, що крайові умови (5) і (6) визначають лише вхідні хвилі і не змінюють поведінки вихідних хвиль. Іншими словами, якщо в системі (1) присутня похідна функції u_j за i-м характеристичним напрямком, а деяка крива, що задає цей напрямок, перетинає $\partial\Pi$ у двох точках, то значення невідомої функції u_j задається лише в одній із цих точок, а саме в тій, що відповідає меншому часові.

Умови погодження 0-го порядку між вихідними даними на межі області задаються співвідношеннями

$$
\begin{aligned}
&\mu_i(y,0)=\varphi_i(0,y), && i\leqslant k,\\
&\nu_i(y,0)=\varphi_i(1,y), && k+1\leqslant i\leqslant n,\\
&\alpha_i(x,0)=\varphi_i(x,0), && i\in\{s_1,\dots,s_l\},\\
&\beta_i(x,0)=\varphi_i(x,1), && i\in\{s_{l+1},\dots,s_n\},\\
&\mu_i(0,t)=\alpha_i(0,t), && i\in I_1,\\
&\mu_i(1,t)=\beta_i(0,t), && i\in I_2,\\
&\nu_i(0,t)=\alpha_i(1,t), && i\in I_3,\\
&\nu_i(1,t)=\beta_i(1,t), && i\in I_4.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Теореми існування та єдиності.

Означення 1. Неперервним розв'язком задачі (1), (5), (6) будемо називати неперервний розв'язок системи (10).

Нехай $T>0$. Позначимо

$$\Pi^T=\{(x,y,t)\in\Pi\mid t<T\}.$$

Теорема 1. *Припустимо, що функції λ_{ij} неперервні в області $[0,1]\times\mathbb{R}_+$ та задовольняють оцінки типу* (7), *а функції φ_i, μ_i, ν_i, α_i, β_i та f_i неперервні за всіма своїми аргументами. Нехай виконуються умови* (3), (4), (11), *а також для кожного $T>0$ існує константа $C>0$ така, що для всіх $i\leqslant n$ і для будь-яких u^1, $u^2\in\mathbb{R}^n$ виконується нерівність*

$$|f_i(x,y,t,u^1)-f_i(x,y,t,u^2)|\leqslant C\log\log F(x,y,t,|u^1-u^2|), \tag{12}$$

де $F(x,y,t,v)$ — деякий поліном по v з коефіцієнтами в $C(\overline{\Pi^T})$. Тоді задача (1), (5), (6) *в області Π має єдиний неперервний розв'язок.*

Доведення. Досить довести теорему в Π^T для довільного $T>0$. Зафіксуємо довільне $T>0$. Припустимо спочатку, що f_i є глобально ліпшіцевими за змінною u із константою Ліпшіца L, яка є рівномірною за всіма $i\leqslant n$ та всіма $(x,y,t)\in\overline{\Pi^T}$. На першому кроці доводимо існування єдиного неперервного розв'язку в Π^{t_0} для деякого $t_0>0$. Використовуємо принцип стискаючих відображень. Застосуємо оператор, що задається правими частинами (10), до неперервних вектор-функцій u^1 і u^2 і розглянемо їхню різницю в Π^{t_0}. Очевидною є оцінка

$$\max_{i\leqslant n;\,(x,t)\in\overline{\Pi^{t_0}}}|u_i^1-u_i^2|\leqslant t_0LB\max_{i\leqslant n;\,(x,t)\in\overline{\Pi^{t_0}}}|u_i^1-u_i^2|, \tag{13}$$

де $B=n\max\limits_{m,i,j}|(A_{ij}^m)^{ad}||\det A|^{-1}$. Виберемо $t_0=(2LB)^{-1}$. Тоді в Π^{t_0} існує єдиний неперервний розв'язок задачі (1), (5), (6), який задовольняє локальну апріорну оцінку

$$\max_{i\leqslant n;\,(x,t)\in\overline{\Pi^{t_0}}}|u_i|\leqslant 2B\Big(T+n\max_{i,j}|a_{ij}|\Big)E,$$

де

$$E = \max_{i,x,y} |\varphi_i| + \max_{i,j,s,p,x,y,t\in[0,T]} \{|\mu_i|, |\nu_j|, |\alpha_s|, |\beta_p|\} + \max_{i,\overline{\Pi^T}} |f_i(x, y, t, 0)|.$$

Оскільки значення t_0 залежить лише від T, а константа стиску в (13) дорівнює $1/2$, то, ітеруючи отриманий локальний результат в областях $(\Pi^{jt_0} \bigcap \Pi^T) \setminus \overline{\Pi^{(j-1)t_0}}$, де $j \leqslant \lceil T/t_0 \rceil$, за $\lceil T/t_0 \rceil$ кроків доводимо теорему в Π^T (при умові ліпшіцевості f_i). При цьому отримуємо глобальну апріорну оцінку

$$\max_{i\leqslant n;\,(x,t)\in\overline{\Pi^T}} |u_i| \leqslant N^{\lceil T/t_0 \rceil} E, \tag{14}$$

де $N = 1 + 2B\Big(T + n \max_{i,j} |a_{ij}|\Big)$.

Повернемось тепер до загального випадку неліпшіцевих нелінійностей f_i. Нехай $R > 0$ — довільне, але фіксоване число таке, що справджує нерівність

$$[(1+\delta)\log(2\sigma) + \delta R]^{2CBT\log N} \leqslant \frac{e^R}{n^{1/2}},$$

де C — фіксоване число, яке задовольняє (12), σ — максимум з усіх значень коефіцієнтів полінома F в $\overline{\Pi^T}$, а δ — степінь цього полінома. Покажемо, що в Π^T існує єдиний неперервний розв'язок нашої задачі такий, що $\max_{i\leqslant n;\,(x,t)\in\overline{\Pi^T}} |u_i| \leqslant e^R/n^{1/2}$. Враховуючи (14), досить показати, що

$$N^{\lceil T/t_0 \rceil} E \leqslant \frac{e^R}{n^{1/2}},$$

де

$$t_0 = \Big(2CB \log\log \max_{\overline{\Pi^T}\times[0,e^R]} F(x,y,t,z)\Big)^{-1}. \tag{15}$$

Справді,

$$N^{2CBT \log\log \max_{\overline{\Pi^T}\times[0,e^R]} F(x,y,t,z)} E = \exp\Big\{2CBT\log N \log\log \max_{\overline{\Pi^T}\times[0,e^R]} F(x,y,t,z)\Big\} E =$$

$$= \Big[\log \max_{\overline{\Pi^T}\times[0,e^R]} F(x,y,t,z)\Big]^{2CBT\log N} E \leqslant [\log(\sigma(1+e^R)^\delta)]^{2CBT\log N} E =$$

$$= [(1+\delta)\log(2\sigma) + \delta R]^{2CBT\log N} E \leqslant \frac{e^R}{n^{1/2}}.$$

Остання нерівність справджується завдяки вибору R. Теорему доведено.

Нехай виконуються умови теореми 1 і нехай u — (єдиний) неперервний розв'язок задачі (1), (5), (6), що гарантується тією ж теоремою 1 і може бути побудований методом послідовних наближень. Тоді умови погодження 1-го порядку можна записати у вигляді

$$\partial_y \mu_i(y, 0) = \partial_y \varphi_i(0, y), \qquad i \leqslant k;$$

$$\partial_y \nu_i(y,0)\partial_y \varphi_i(1,y), \qquad k+1 \leqslant i \leqslant n;$$

$$\partial_x \alpha_i(x,0) = \partial_x \varphi_i(x,0), \qquad i \in \{s_1,\dots,s_l\};$$

$$\partial_x \beta_i(x,0) = \partial_x \varphi_i(x,1), \qquad i \in \{s_{l+1},\dots,s_n\};$$

$$\partial_t \mu_i(0,t) = \partial_t \alpha_i(0,t), \qquad i \in I_1;$$

$$\partial_t \mu_i(1,t) = \partial_t \beta_i(0,t), \qquad i \in I_2;$$

$$\partial_t \nu_i(0,t) = \partial_t \alpha_i(1,t), \qquad i \in I_3;$$

$$\partial_t \nu_i(1,t) = \partial_t \beta_i(1,t), \qquad i \in I_4;$$

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}(\partial_t \mu_j(y,0) - \lambda_{i1}(0,0)\partial_x \varphi_j(0,y) - \lambda_{i2}(y,0)\partial_y \varphi_j(0,y)) = f_i(0,y,0,\varphi(0,y)), \;\; i \leqslant k;$$

$$\sum_{j=k+1}^{n} a_{ij}(\partial_t \nu_j(y,0) - \lambda_{i1}(1,0)\partial_x \varphi_j(1,y) - \lambda_{i2}(y,0)\partial_y \varphi_j(1,y)) =$$

$$= f_i(1,y,0,\varphi(1,y)), \qquad k+1 \leqslant i \leqslant n; \tag{16}$$

$$\sum_{j\in\{s_1,\dots,s_l\}} a_{ij}(\partial_t \alpha_j(x,0) - \lambda_{i1}(x,0)\partial_x \varphi_j(x,0) - \lambda_{i2}(0,0)\partial_y \varphi_j(x,0)) =$$

$$= f_i(x,0,0,\varphi(x,0)), \qquad i \in \{s_1,\dots,s_l\};$$

$$\sum_{j\in\{s_{l+1},\dots,s_n\}} a_{ij}(\partial_t \beta_j(x,0) - \lambda_{i1}(x,0)\partial_x \varphi_j(x,1) - \lambda_{i2}(1,0)\partial_y \varphi_j(x,1)) =$$

$$= f_i(x,1,0,\varphi(x,1)), \qquad i \in \{s_{l+1},\dots,s_n\};$$

$$\sum_{j\in I_1} a_{ij}(\partial_t \alpha_j(0,t) - \lambda_{i1}(0,t)\partial_x \alpha_j(0,t) - \lambda_{i2}(0,t)\partial_y \mu_j(0,t)) = f_i(0,0,t,u(0,0,t)), \;\; i \in I_1;$$

$$\sum_{j\in I_2} a_{ij}(\partial_t \beta_j(0,t) - \lambda_{i1}(0,t)\partial_x \beta_j(0,t) - \lambda_{i2}(1,t)\partial_y \mu_j(1,t)) = f_i(0,1,t,u(0,1,t)), \;\; i \in I_2;$$

$$\sum_{j\in I_3} a_{ij}(\partial_t \alpha_j(1,t) - \lambda_{i1}(1,t)\partial_x \alpha_j(1,t) - \lambda_{i2}(0,t)\partial_y \nu_j(0,t)) = f_i(1,0,t,u(1,0,t)), \;\; i \in I_3;$$

$$\sum_{j\in I_4} a_{ij}(\partial_t \beta_j(1,t) - \lambda_{i1}(1,t)\partial_x \beta_j(1,t) - \lambda_{i2}(1,t)\partial_y \nu_j(1,t)) = f_i(1,1,t,u(1,1,t)), \;\; i \in I_4,$$

де $\varphi = (\varphi_1,\dots,\varphi_n)$.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови теореми 1. Припустимо, що функції φ_i, μ_i, ν_i, α_i та β_i неперервно диференційовні за всіма своїми аргументами, а функції f_i неперервно диференційовні за змінними x, y, u. Якщо мають місце співвідношення* (16) *для всіх $x \in \in [0,1]$, $y \in [0,1]$, $t \geqslant 0$, то задача* (1), (5), (6) *в області* Π *має єдиний класичний розв'язок.*

Доведення проводимо за такою схемою. Спочатку диференціюємо (10) формально за змінними x, y і застосовуємо аналогічні міркування (див. доведення теореми 1), але тепер щодо функцій u_{ix} та u_{iy} (функції u_i при цьому вважаються відомими і неперервними). Враховуючи умови погодження (16), приходимо до висновку про неперервну диференційовність за змінними x та y функцій $u_i(x, y, t)$, побудованих у ході доведення теореми 1. Враховуючи еквівалентність задач (1), (5), (6) і (10), умову (3) та умови гладкості на вихідні дані задачі, маємо, що функції u_{it} також неперевні, що й завершує схему доведення.

Зауваження 1. Методика постановки мішаної задачі для системи (1), запропонована в даній роботі, може бути поширена на випадок нелокальних задач з періодичними, нерозділеними, інтегральними та нелінійними умовами (щодо постановки відповідних задач в одновимірному випадку див. [14, 15]).

1. *Friedrichs K. O.* Symmetric positive linear differential equations // Comm. Pure and Appl. Math. – 1958. – **11**. – P. 333–418.
2. *Lax P., Phillips R. S.* Local boundary conditions for dissipative symmetric linear differential operators // Ibid. – 1960. – **13**. – P. 427–455.
3. *Hersh R.* Mixed problems in several variables // J. Math. and Mech. – 1963. – **12**. – P. 317–334.
4. *Higdon Robert L.* Initial-boundary value problems for linear hyperbolic systems // SIAM Rev. – 1986. – **28**. – P. 177–217.
5. *Kreiss H. O.* Initial boundary value problems for hyperbolic systems // Comm. Pure and Appl. Math. – 1970. – **23**. – P. 277–289.
6. *Majda A., Osher S.* Initial-boundary value problem for hyperbolic equations with uniformly characteristic boundary // Ibid. – 1975. – **28**. – P. 607–675.
7. *Metivier G.* The block structure condition for symmetric hyperbolic systems // Bull. London Math. Soc. – 2000. – **32**, No 6. – P. 689–702.
8. *Rauch J.* Symmetric positive systems with boundary characteristic of constant multiplicity // Trans. Amer. Math. Soc. – 1985. – **291**. – P. 167–187.
9. *Secchi P.* The initial-boundary value problem for linear symmetric hyperbolic systems with characteristic boundary of constant multiplicity // Differential Integral Equations. – 1996. – **9**. – P. 671–700.
10. *Secchi P.* Well-posedness of characteristic symmetric hyperbolic systems // Arch. Ration. Mech. and Anal. – 1996. – **134**, No 2. – P. 155–197.
11. *Secchi P.* Full regularity of solutions to a nonuniformly characteristic boundary value problem for symmetric hyperbolic systems // Adv. Math. Appl. – 2000. – **10**, No 1. – P. 39–55.
12. *Osgood W. F.* Beweis der Existenz einer Lösung der Differentialgleichung $\dfrac{dy}{dx} = f(x, y)$ ohne Hinzunahme der Cauchy-Lipschitz'schen Bedingung // Monatsh. Math. – 1898. – **9**. – P. 331–345.
13. *Петровский И. Г.* Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – Москва: Наука, 1970. – 279 с.
14. *Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – Київ: Наук. думка, 2002. – 415 с.
15. *Kmit I.* Generalized solutions to hyperbolic systems with nonlinear conditions and strongly singular data // Integral Transf. and Special Funct. – 2006. – **17**, No 2–3. – P. 177–183.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Надійшло до редакції 21.05.2007