



УДК 531.62-752(031)

© 2009

Член-корреспондент НАН України А. Е. Божко

О некоторых особенностях вертикальных колебательных систем

Показано вплив ваги мас у вертикальній коливній системі з n ступенями свободи на сталі зміщення цих мас.

В данной работе в качестве вертикальных колебательных систем (ВКС) рассматриваются системы, изображенные на рис. 1, где F — сила; m_1, m_n — массы; c_1, c_n, b_1, b_n — пружины и демпферы, соответственно; $\overline{x_1}, \overline{x_n}$ — перемещения масс m_1, m_n , соответственно; Φ — фундамент.

Такие ВКС широко встречаются в реальности, например, вибровозбудители, вибростенды, вибронасосы и др. На рис. 1 изображена ВКС с n степенями свободы. В практике часто приходится встречаться с ВКС с одной, двумя степенями свободы и изредка с $n \geq 3$. Все массы $\overline{m_1}, \overline{m_n}$, пружины $\overline{c_1}, \overline{c_n}$ и реально встроенные в ВКС демпферы $\overline{b_1}, \overline{b_n}$ имеют свой вес $P_{mk}, P_{ck}, P_{bk}, k = \overline{1, n}$. Этот вес (назовем более предметно — груз) сжимает пружины $\overline{c_1}, \overline{c_n}$, действует на демпферы $\overline{b_1}, \overline{b_n}$, в свою очередь, последовательно на массы $\overline{m_1}, \overline{m_n}$ и на фундамент Φ . В конечном итоге, эти грузы вызывают смещения $\overline{x_{10}}, \overline{x_{n0}}$ всех масс $\overline{m_1}, \overline{m_n}$ и при действии переменной силы F ВКС колеблется с учетом ненулевых начальных перемещений $\overline{x_{10}}, \overline{x_{n0}}$. Если же в действующей силе F имеется постоянная составляющая F_0 , т. е. $F = F_0 + F_{\sim}$, где F_{\sim} — переменная составляющая, то F_0 также создает статические перемещения $\overline{x_{10}}, \overline{x_{n0}}$ в ВКС.

Следует заметить, что часто в литературе по колебаниям, например, в [1–3] и др., вопрос действия грузов, вызывающих начальные смещения масс $\overline{m_1}, \overline{m_n}$, опускается, что, на наш взгляд, не всегда оправдано. Так, например, при исследовании нами вертикальных электромагнитных вибровозбудителей ЭМВ таких, как испытательные вибростенды, вибронасосы, выяснилось, что именно вес подвижных платформ с нагрузкой значительно уменьшает воздушные зазоры ЭМВ, что не позволяет увеличивать амплитуды гармонических вибраций, действующих на нагрузку. В данных объектах вопрос учета веса подвижных частей нами был решен на основе корректирования конструкции ЭМВ.

Заметим, что уравнения движения ВКС при учете весов $\overline{m_1}, \overline{m_n}$ изменяются по сравнению с наиболее часто представляемыми в работах по колебаниям. В связи с этим необходимо представить на обозрение результаты учета в динамике ВКС веса подвижных частей.

Из системы уравнений (2) начальные смещения $\overline{x_{10}, x_{n0}}$ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x_{10} &= \frac{P_1}{c_1} + x_{20}; \\ x_{20} &= (P_1 + P_2 + c_1 x_{10} + c_2 x_{30}) \frac{1}{c_1 + c_2}; \\ &\dots\dots\dots; \\ x_{s0} &= \left(\sum_{k=1}^s P_k + c_{s-1} x_{(s-1)0} + c_s x_{(s+1)0} \right) \frac{1}{c_{s-1} + c_s}; \\ &\dots\dots\dots; \\ x_{(n-1)0} &= \left(\sum_{k=1}^{n-1} P_k + c_{n-2} x_{(n-2)0} + c_n x_{n0} \right) \frac{1}{c_{n-2} + c_{n-1}}; \\ x_{n0} &= \left(\sum_{k=1}^n P_k + c_{n-1} x_{(n-1)0} \right) \frac{1}{c_{n-1} + c_n}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из (3) видно, что смещение x_{10} обуславливает смещение x_{20} , которое, в свою очередь, еще больше увеличивает x_{10} . Смещение x_{20} создает смещение x_{30} , которое, в свою очередь, увеличивает x_{20} и т. д.

Процесс формирования смещений $\overline{x_{10}, x_{n0}}$ в ВКС с n степенями свободы прекращается при равенстве сил жесткости (упругости) $(c_{s-1} + c_s)x_s$ и сил воздействия на массу m_s , т. е. $\sum_{k=1}^s P_k + c_{s-1}x_{(s-1)0} + c_s x_{(s+1)0}$.

Из выражений (3) также четко видно, что с понижением в расположении по вертикали пружин c_s , $s = \overline{1, n}$, жесткость этих пружин должна возрастать. Особенно это видно из того, что нижние пружины несут на себе груз в $\sum_{k=1}^n P_k$, т. е. груз всей ВКС. Для примера с учетом схемы, изображенной на рис. 3, ВКС с двумя степенями свободы x_1 и x_2 выражаются в виде

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{(F_1 + P_1)w_1 + P_2 w_1 w_{12} w_2}{1 - w_1 w_{12}^2 w_2}; \\ x_2 &= \frac{(F_1 + P_1)w_1 w_{12} w_2 + P_2 w_2}{1 - w_1 w_{12}^2 w_2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При $p = 0$ выражения (4) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} x_{10} &= \frac{1}{c_1 c_2} (F_{10} + P_1)(c_1 + c_2) + \frac{P_2}{c_2}; \\ x_{20} &= \frac{F_{10} + P_1 + P_2}{c_2}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где F_{10} — постоянная составляющая силы $F_1(t)$.

Из (5) видно, что конечное смещение x_{20} ВКС с двумя степенями свободы определяется жесткостью c_2 и суммой весов P_1 и P_2 совместно с F_{10} . Точно так же и далее по схеме, изображенной на рис. 2, смещение последующих координат x_{30} , x_{40} , ..., x_{n0} зависит от суммы F_{10} и всех грузов $\sum_{k=1}^n P_k$. На основании (4), (5) выражения $x_1(t)$ и $x_2(t)$ могут быть

представлены в виде

$$x_1(t) \Leftrightarrow x_1(p) = \frac{F_1 w_1}{1 - w_1 w_{12}^2 w_2} + x_{10},$$
$$x_2(t) \Leftrightarrow x_2(p) = \frac{F_1 w_1 w_{12} w_2}{1 - w_1 w_{12}^2 w_2} + x_{20},$$

где $x_1(p)$, $x_2(p)$ — изображения Лапласа (Карсона) оригиналов $x_1(t)$, $x_2(t)$ соответственно. Решения $x_1(t)$, $x_2(t)$ можно находить по таблицам [5]. В этом случае, как было отмечено, необходимо учитывать начальные условия x_{10} , x_{20} , а для ВКС с n степенями свободы x_{k0} , $k = \overline{1, n}$.

Таким образом, в работе показано влияние веса масс m_k совместно с пружинами c_k , демпферами b_k на начальные смещения x_{k0} , $k = \overline{1, n}$. Этот вопрос является важнейшим при проектировании многих осцилляторов, вибровозбудителей.

1. *Обморшев А. Н.* Введение в теорию колебаний. — Москва: Наука, 1965. — 276 с.
2. *Пановко Я. Г., Губанова И. И.* Устойчивость и колебания упругих систем. — Москва: Наука, 1979. — 384 с.
3. *Вибрации в технике.* В 6-ти т. / Под ред. В. В. Болотина. — Москва: Машиностроение, 1978. — Т. 1. — 352 с.
4. *Божко А. Е.* К анализу колебательных механических систем // Доп. НАН України. — 2004. — № 3. — С. 37–40.
5. *Гинзбург С. Г.* Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. — Москва: Сов. радио, 1959. — 404 с.

*Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*

Поступило в редакцию 28.01.2008

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **A. E. Bozhko**

On some peculiarities of vertical oscillatory systems

The influence of the weights of masses in a vertical oscillating system with n degrees of freedom on constant displacements of these masses is shown.