

ЕНЕРГЕТИКА

УДК 62-50,621:372

ОПОВІДІ

УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК

© 2010

Член-корреспондент НАН Украины А.Е. Божко, В.И. Белых

## О динамике линейного электромагнитного виброударного возбудителя

Наводиться метод вивчення переміщень якоря в лінійному електромагнітному віброударному збуджувачі при вхідних впливах у вигляді прямокутних імпульсів. Ці впливи подано як сингуларисні розкладення стрибкоподібної функції.

В данной работе рассматривается электромагнитный виброударный возбудитель с соленоидным механизмом движения якоря (подвижной платформы) ЭМВ. Такой возбудитель вибрации и ударов может быть использован в испытательном стенде. Его конструктивная схема приведена на рис. 1, где ПП — подвижная платформа; Я — якорь; Ш — шток; РМ реактивная масса; М — магнитопровод; К — корпус; Ф<sub>Н</sub> — фундамент; Пр<sub>я</sub>, Пр<sub>r</sub>, Пр<sub>r</sub>, Пр



Рис. 1

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2010, № 1



пружины; С — соленоид; НФТ — неферромагнитная труба; 01, 02 — обмотки; Д1, Д2 — диоды; U — задающее напряжение.

Под действием переменного напряжения U(t), являющегося электродвижущей силой (ЭДС), в каждую полуволну попеременно в обмотках 01 и 02 течет электрический ток i(t), который, в соответствии с законом полного тока [1], наводит в системе магнитопровода соленоида магнитный поток ( $\Phi$ ), обусловливающий создание тяговых усилий  $F_1(t)$  и  $F_2(t)$  от каждого тока  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  в обмотках 01 и 02 соответственно.

Обмотки 01 и 02 подключены к U(t) таким образом, что ток  $i_1(t)$  наводит магнитный поток  $\Phi_1(t)$ , который создает тяговое усилие  $F_1(t)$ , движущее якорь совместно с подвижной платформой вверх. В другую полуволну U(t) тяговое усилие  $F_2(t)$  заставляет двигаться ПП совместно с якорем вниз.

Между якорем и внутренней поверхностью неферромагнитной трубы имеется воздушный зазор и поэтому демпфирование в этой системе может быть только за счет трения о воздух витков пружин, но оно мало. В начальном состоянии при отсутствии U(t) под действием весовой  $P_{\Sigma}$  нагрузки ПП + Я совместно с объектом, прикрепленном к ПП, все пружины сжимаются и подвижная система смещается на величину  $x_{0_{\text{Я}}}$ .

Для определения  $x_{0\pi}$  представим на рис. 2 механическую схему ЭМВ, где  $m_{\pi}$ ,  $m_r$  — массы ПП и РМ соответственно;  $c_{\pi}$ ,  $b_{\pi}$  — коэффициенты жесткости и диссипации соответственно;  $x_{\pi}$ ,  $x_r$  — перемещения ПП и РМ соответственно; F — тяговое усилие.

Дифференциальное уравнение движения колебательной системы ЭМВ следующее:

$$m_{\pi} \frac{d^{2}x_{\pi}}{dt^{2}} + b_{\pi} \frac{dx_{\pi}}{dt} + c_{\pi} x_{\pi} = F + P_{\pi} + b_{\pi} \frac{dx_{r}}{dt} + c_{\pi} x_{r},$$

$$m_{r} \frac{d^{2}x_{r}}{dt^{2}} + (b_{\pi} + b_{r}) \frac{dx_{r}}{dt} + (c_{\pi} + c_{r}) x_{r} = P_{\Sigma} + b_{\pi} \frac{dx_{\pi}}{dt} + c_{\pi} x_{\pi}.$$

$$(1)$$

При отсутствии F смещения  $x_{n0}$  и  $x_{r0}$  выражаются зависимостями

$$x_{\pi 0} = \frac{P + c_{\pi} x_{r0}}{c_{\pi}}, \qquad x_{r0} = \frac{P + c_{\pi} x_{\pi 0}}{c_{\pi} + c_{r}}.$$
(2)

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2010, №1

Из (2) получаем

$$x_{\pi 0} = P_{\pi} \left( \frac{2}{c_r} + \frac{1}{c_{\pi}} \right) + \frac{P_r}{c_r},$$

$$x_{r0} = \frac{P_{\pi}}{c_{\pi} + c_r} \left[ 1 + c_{\pi} \left( \frac{2}{c_r} + \frac{1}{c_{\pi}} \right) + P_r \left( \frac{1}{c_{\pi} + c_r} + \frac{1}{c_r} \right) \right].$$
(3)

Переменные движения (вверх — вниз) ПП осуществляются под действием  $F_1(t)$  и  $F_2(t)$ . Поэтому следует определить эти тяговые усилия. Известно [2], что тяговое усилие определяется выражением

$$F = \frac{dW_e}{dx},$$

где  $W_e = Li^2/2$  или

$$F_{1,2} = \frac{1}{2}i_{1,2}^2 \frac{dL_{1,2}(x)}{dx_{1,2}},\tag{4}$$

где  $W_e$  — электромагнитная энергия;  $L_{1,2}$  — индуктивность одной из обмоток 01, 02 соответственно.

Индуктивность

$$L_{1,2} = W_{1,2}^2 G_{1,2},\tag{5}$$

где  $W_{1,2}$  — число витков в обмотках 01, 02, соответственно;  $G_{1,2}$  — магнитная проводимость в ЭМВ при движении ПП вверх и вниз также соответственно.

При движении ПП вверх

$$G_1 = \frac{\mu_0 S}{\delta_0 + l_1 + x_{\pi 0} - x_1},\tag{6}$$

а при движении ПП вниз

$$G_2 = \frac{\mu_0 S}{\delta_0 + l_2 - x_{\pi 0} + x_1},\tag{7}$$

где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха; S — площадь поперечного сечения обсадной ферромагнитной трубы (ФМТ);  $\delta_0$  — воздушные зазоры между ФМТ и якорем;  $l_1$  — начальное расстояние между якорем и верхним торцом ФМТ;  $l_2$  — начальное расстояние между якорем и нижним торцом ФМТ;  $x_1$ ,  $x_2$  — перемещения вверх и вниз соответственно. Заметим, что  $\delta_0 \ll l_1$  и  $\delta_0 \ll l_2$ . Поэтому в (6) и (7)  $\delta_0$  можно не учитывать.

Подставляя (6), (7) в (4) с учетом (5), получим выражения для тяговых усилий  $F_1$  и  $F_2$  в виде

$$F_1 = \frac{1}{2}\mu_0 S \left(\frac{i_1 w_1}{l_1 + x_{20} - x_1}\right)^2,\tag{8}$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\mu_0 S \left(\frac{i_2 w_2}{l_2 - x_{20} + x_1 - x_2}\right)^2.$$
(9)

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2010, № 1



Рис. 3

Из рис. 2, где изображена механическая схема ЭМВ, видно, что подвижная система ЭМВ представляет собой колебательную систему (КС) с двумя степенями свободы. Анализируя уравнения (1), представим структурную схему ПП в виде рис. 3, где  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  — передаточные функции вида

$$w_1(p) = \frac{1}{m_{\mathfrak{R}}p^2 + b_{\mathfrak{R}}p + c_{\mathfrak{R}}}; \quad w_2(p) = b_{\mathfrak{R}}p + c_{\mathfrak{R}}; \quad w_3(p) = \frac{1}{m_rp^2 + (b_{\mathfrak{R}} + b_r)p + c_{\mathfrak{R}} + c_r};$$

p — оператор Лапласа (p = d/dt).

На основании схемы КС (см. рис. 3)

$$x_{\pi} = \frac{F_1 w_1}{1 - w_1 w_2^2 w_3} + \frac{P_{\pi} w_1 (1 + w_2 w_3)}{1 - w_1 w_2^2 w_3} + P_r \frac{w_1 w_2 w_3}{1 - w_1 w_2^2 w_3};$$
(10)

$$x_r = \frac{F_1 w_1 w_2 w_3}{1 - w_1 w_2^2 w_3} + \frac{P_{\pi} w_3 (1 + w_1 w_2)}{1 - w_1 w_2^2 w_3} + \frac{P_r w_3}{1 - w_1 w_2^2 w_3}.$$
(11)

Из (10) и (11) получаем

$$\left. \begin{array}{l} x_{\pi} - x_{\pi 0} = \frac{F_1 w_1}{1 - w_1 w_2^2 w_3}, \\ x_r - x_{r0} = \frac{F_1 w_1 w_2 w_3}{1 - w_1 w_2^2 w_3}, \end{array} \right\}$$
(12)

где x<sub>я0</sub>, x<sub>яr</sub> определяются выражениями (3), а из (10) и (11) они соответственно равны

$$x_{\pi 0} = \frac{P_{\pi}w_1(1+w_2w_3)}{1-w_1w_2^2w_3} + P_r\frac{w_1w_2w_3}{1-w_1w_2^2w_3};$$
$$x_{r0} = \frac{P_{\pi}w_3(1+w_1w_2)}{1-w_1w_2^2w_3} + \frac{P_rw_3}{1-w_1w_2^2w_3}.$$

Заметим, что в последних выражениях для  $x_{n0}$  и  $x_{r0}$  в передаточных функциях  $w_1(p)$ ,  $w_2(p)$ ,  $w_3(p)$  оператор p не участвует, т.е.

$$w_1 = \frac{1}{c_{\pi}}, \qquad w_2 = c_{\pi}, \qquad w_3 = \frac{1}{c_{\pi} + c_r}.$$

Из (12) можно найти изображение Лапласа или Карсона

$$x_{\mathfrak{g}}(p) - x_{\mathfrak{g}0} = F_1(p)w_{\Sigma 1}(p), \tag{13}$$

$$x_r(p) - x_{r0} = F_1(p)w_{\Sigma 2}(p), \tag{14}$$

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2010, №1 91

$$w_{\Sigma 1}(p) = \frac{w_1(p)}{1 - w_1(p)w_2^2(p)w_3(p)},\tag{15}$$

$$w_{\Sigma 2}(p) = \frac{w_1(p)w_2(p)w_3(p)}{1 - w_1(p)w_2^2(p)w_3(p)},\tag{16}$$

а затем, например, по таблицам [3] — оригиналы  $x_{s}(t), x_{r}(t)$ .

Далее рассмотрим движение ПП при входных напряжениях в виде прямоугольных импульсов. Используя сингуларисное разложение скачкообразной функции [4], представим прямоугольный импульс напряжения на зажимах обмотки 01, 02 в виде, соответственно,

$$U_{1}(t) = U_{1}(1 - e^{-\alpha t}) + U_{1}e^{-\alpha t}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_{k}t - U_{1}[1 - e^{-\alpha(t+\tau)}] - U_{1}e^{-\alpha(t+\tau)}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos[\omega_{k}(t-\tau)],$$

$$U_{2}(t) = U_{2}(1 - e^{-\alpha(t+\tau)}) + U_{2}e^{-\alpha(t+\tau)}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos[\omega_{k}(t-\tau)] - U_{2}[1 - e^{-\alpha(t+2\tau)}] - U_{2}[1 - e^{-$$

$$-U_2 e^{-\alpha(t+2\tau)} \sum_{k=1}^n U_{ak} \cos[\omega_k(t-2\tau)],$$
(18)

где  $\alpha$  — коэффициент затухания;  $\tau$  — длительность импульса;  $U_1, U_2$  — величина импульсов;  $\sum_{k=1}^{n} U_{ak} = 1; U_{a1} = 1/\pi; U_{ak} = U_{a1}/k; k = \omega_k/\omega_1; \omega_k, k = \overline{1, n}, -$  частоты затухающих гармоник,  $n \approx 12$ .

Представленные в виде (17), (18) прямоугольные импульсы подаются на зажимы обмоток 01, 02 соответственно и в цепи этих обмоток возникают токи  $i_1(t)$  и соответственно  $i_2(t)$ . Эти токи находятся из уравнений

$$(17) = R_1 i_1 + \frac{d}{dt} [L_1 i_1], \tag{19}$$

$$(18) = R_2 i_2 + \frac{d}{dt} [L_2 i_2], \tag{20}$$

где  $R_1$ ,  $R_2$  — активные сопротивления соответствующих обмоток 01 и 02;  $L_1$ ,  $L_2$  — их индуктивности.

С учетом принятых допущений

92

$$L_1 = \mu_0 S W_1^2 \frac{1}{l_1 + x_{20} - x_1(t)},\tag{21}$$

$$L_2 = \mu_0 S W_2^2 \frac{1}{l_2 - x_{20} + x_{1\tau} - x_2(t - \tau)},$$
(22)

где  $x_{1\tau}$  — величина  $x_1$  при  $t = \tau; W_1, W_2$  — число витков 01 и 02 соответственно.

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2010, № 1

где

Из (21), (22) видно, что  $l_1 + x_{20} \gg x_{1\tau}$ ,  $l_2 - x_{20} + x_{1\tau} \gg x_2(t - \tau)$  и это дает право не учитывать  $L_1$  и  $L_2$  как функции, зависящие от t. Тогда уравнения (19), (20) примут вид

$$(17) = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}, \qquad (18) = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}.$$
(23)

Как было отмечено в (13), (14), нахождение  $x_{\mathfrak{s}}(p)$  и  $x_r(p)$  можно осуществить в операционном виде [1, 5] с использованием передаточных функций (15), (16). В (13), (14) тяговые усилия  $F_1(p)$  и  $F_2(p)$  представлены в операционной форме. Из (8), (9) получим

$$F_1(p) = p \int_0^\infty F_1(t) e^{-pt} dt = p a_1 \int_0^\infty i_1^2(t) e^{-pt} dt,$$
(24)

$$F_2(p) = p \int_0^\infty F_2(t) e^{-pt} dt = p a_2 \int_0^\infty i_2^2(t) e^{-pt} dt,$$
(25)

где

$$a_1 \approx \frac{1}{2}\mu_0 S\left(\frac{W_1}{l_1 + x_{20}}\right)^2, \qquad a_2 \approx \frac{1}{2}\mu_0 S\left(\frac{W_2}{l_2 - x_{20} + x_{1\tau}}\right).$$

На основании (24), (25) будем находить  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  из (23). Заметим, что решение (23) относительно токов  $i_1$  и  $i_2$  аналогично. При этом учтем, что передний фронт напряжения (18) совпадает со спадом напряжения (17), а затем наоборот. А это значит, что, с точки зрения облегчения процедуры решения, целесообразно определять токи  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  при входных воздействиях, подключаемых к обмоткам 01 и 02 в виде

$$U_1(t) = U_1(1 - e^{-\alpha t}) + U_1 e^{-\alpha t} \sum_{k=1}^n U_{ak} \cos \omega_k t,$$
$$U_2(t) = U_2[1 - e^{-\alpha(t+\tau)}] + U_2 e^{-\alpha(t+\tau)} \sum_{k=1}^n U_{ak} \cos[\omega_k(t-\tau)].$$

Предлагаем еще одно упрощение при нахождении  $i_2(t)$ , а именно: можно абстрагироваться от сдвига времени  $\tau$  и находить  $i_2(t)$  при начале импульса  $U_2(t)$  при t = 0 для этого момента. И так в каждый полупериод входного воздействия. Тогда при идентичности параметров электроцепей обмоток 01 и 02 токи  $i_1(t) = i_2(t)$ . Поэтому осуществим решение одного уравнения, считая  $U_1 = U_2 = U$ , вида

$$U(1 - e^{-\alpha t}) + Ue^{-\alpha t} \sum_{k=1}^{n} U_{ak} \cos \omega_k t = Ri + L \frac{di}{dt}.$$
(26)

Используя операционное исчисление Карсона [3], уравнение (26) представим в виде

$$U\left[\frac{\alpha}{p+\alpha} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_{ak}p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2}\right] = I(p)(R+Lp),$$

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2010, №1

откуда

$$I(p) = \frac{U}{L(p+\beta)} \left[ \frac{\alpha}{p+\alpha} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_{ak}p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} \right],$$

или

$$I(p) = \frac{U}{L} \left\{ \frac{\alpha}{(p+\alpha)(p+\beta)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_{ak}p^2}{(p+\beta)[(p+\alpha)^2 + \omega_k^2]} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_{ak}\alpha p}{(p+\beta)[(p+\alpha)^2 + \omega_k^2]} \right\},$$
(27)

где  $\beta = R/L$  — коэффициент затухания в RL цепи.

Оригинал i(t), соответствующий изображению I(p) в виде (27), следующий (определен по таблицам [3]):

$$i(t) = \frac{U}{L} \left\langle \frac{1}{\beta} + \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \left( \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha t} - \frac{1}{\beta} e^{-\beta t} \right) + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_{ak}}{(\alpha - \beta)^2 + \omega_k^2} \times \left\{ e^{-\beta t} (1 - \beta) + \frac{e^{-\alpha t}}{\omega_k} [\omega_k (\beta - 1) \cos \omega_k t + (\omega_k^2 - \alpha^2 + \beta - \alpha - \alpha\beta) \sin \omega_k t] \right\} \right\rangle.$$
(28)

Представим (8) и (9) в виде

$$F_l = a_l i^2(t), \qquad l = 1, 2,$$
 (29)

где

$$a_1 = \frac{1}{2}\mu_0 S\left(\frac{W_1}{l_1 + x_{20} - x_1}\right)^2, \qquad a_2 = \frac{1}{2}\mu_0 S\left(\frac{W_2}{l_2 - x_{20} + x_1 - x_2}\right)^2,$$

и подставим в (29) выражение (28). В результате получим

$$F_l(t) = a_l(28)^2, \qquad l = 1,2.$$
 (30)

Анализируя (30) с учетом (28) применительно к системе (1), предварительно видим, что затухающие колебания  $Ue^{-\alpha t} \sum_{k=1}^{n} U_{ak} \cos \omega_k t$  сопроводили соответствующие затухающие колебания тока i(t), что, в свою очередь, обусловили также затухающие колебания с частотами  $\omega_k$ ,  $2\omega_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , тягового усилия  $F_l(t)$ . Заметим, что коэффициент затухания  $\alpha$ значительно больше коэффициента затухания  $\beta$ . Для краткости и облегчения решения задачи, не умаляя существа основной динамики якоря ЭМВ, исключая начальные затухающие колебания, примем  $\alpha = \infty$ . Тогда

$$i(t) = \frac{U}{R}(1 - e^{-\beta t})$$

И

$$F_l(t) = a_l \frac{U^2}{R^2} (1 - e^{-\beta t})^2 = a_l \left(\frac{U}{R}\right)^2 (1 - 2e^{-\beta t} + e^{-2\beta t}).$$

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2010, № 1

В операционном виде  $F_l(p)$  описывается выражением

$$F_l(p) = a_l \left(\frac{U}{R}\right)^2 \left(1 - \frac{2p}{p+\beta} + \frac{p}{p+2\beta}\right).$$
(31)

Подставим его в (12). Получим

$$x_{\mathfrak{g}}(p) - x_{\mathfrak{g}0} = a_l \left(\frac{U}{R}\right)^2 \left(1 - \frac{2p}{p+\beta} + \frac{p}{p+2\beta}\right) \times \frac{m_r p^2 + (b_{\mathfrak{g}} + b_r)p + c_{\mathfrak{g}} + c_r}{(m_{\mathfrak{g}} p^2 + b_{\mathfrak{g}} p + c_{\mathfrak{g}})[m_r p^2 + (b_{\mathfrak{g}} + b_r)p + c_{\mathfrak{g}} + c_r] - (b_{\mathfrak{g}} p + c_{\mathfrak{g}})^2},$$
(32)  
$$x_r(p) - x_{r0} = a_l \left(\frac{U}{R}\right)^2 \left(1 - \frac{2p}{p+\beta} + \frac{p}{p+2\beta}\right) \times \frac{b_{\mathfrak{g}} p + c_{\mathfrak{g}}}{(m_{\mathfrak{g}} p^2 + b_{\mathfrak{g}} p + c_{\mathfrak{g}})[m_r p^2 + (b_{\mathfrak{g}} + b_r)p + c_{\mathfrak{g}} + c_r] - (b_{\mathfrak{g}} p + c_{\mathfrak{g}})^2}.$$
(33)

Далее, используя метод простых дробей [3], определим оригиналы  $x_{\mathfrak{g}}(t)$  и  $x_r(t)$ . Облегчим решение задачи путем игнорирования составляющей в знаменателях (32), (33)  $(b_{\mathfrak{g}}p+c_{\mathfrak{g}})^2$ . Это оправдано тем, что  $(b_{\mathfrak{g}}p+c_{\mathfrak{g}})^2=b_{\mathfrak{g}}^2p^2+2b_{\mathfrak{g}}c_p+c_{\mathfrak{g}}^2\approx c_{\mathfrak{g}}^2$ , так как коэффициент  $b_{\mathfrak{g}}\ll 1$ . Уменьшение величины членов с коэффициентом  $c_{\mathfrak{g}}$  с учетом члена  $(-c_{\mathfrak{g}}^2)$  можно учесть в том же знаменателе, исключив в сомножителе  $[m_pp^2+(b_{\mathfrak{g}}+b_r)p+c_{\mathfrak{g}}+c_r]$  величину  $c_{\mathfrak{g}}$ .

Перейдем к определению оригиналов  $x_{\pi}(t)$  и  $x_r(t)$ . Для этого из (32), (33) с учетом принятого допущения составим суммы простых дробей для каждого слагаемого в виде (здесь пока  $a_l(U/R)^2$  опустим)

$$\frac{A_{\pi 1}p + B_{\pi 1}}{m_{\pi}p^{2} + b_{\pi}p + c_{\pi}} + \frac{c_{\pi 1}p + D_{\pi 1}}{m_{r}p^{2} + (b_{\pi} + b_{r})p + c_{r}} = \Psi_{\pi},$$

$$\frac{A_{\pi 2}p + B_{\pi 2}}{m_{\pi}p^{2} + b_{\pi}p + c_{\pi}} + \frac{c_{\pi 2}p + D_{\pi 2}}{m_{r}p^{2} + (b_{\pi} + b_{r})p + c_{r}} + \frac{E_{\pi 2}}{p + \beta} = -2p\Psi_{\pi},$$

$$\frac{A_{\pi 3}p + B_{\pi 3}}{m_{\pi}p^{2} + b_{\pi}p + c_{\pi}} + \frac{c_{\pi 3}p + D_{\pi 3}}{m_{r}p^{2} + (b_{\pi} + b_{r})p + c_{r}} + \frac{E_{\pi 3}}{p + 2\beta} = p\Psi_{\pi},$$

$$\frac{A_{r1}p + B_{r1}}{m_{\pi}p^{2} + b_{\pi}p + c_{\pi}} + \frac{c_{r1}p + D_{r1}}{m_{r}p^{2} + (b_{\pi} + b_{r})p + c_{r}} = \Psi_{r},$$

$$\frac{A_{r2}p + B_{r2}}{m_{\pi}p^{2} + b_{\pi}p + c_{\pi}} + \frac{c_{r2}p + D_{r2}}{m_{r}p^{2} + (b_{\pi} + b_{r})p + c_{r}} + \frac{E_{r2}}{p + \beta} = -2p\Psi_{r},$$

$$\frac{A_{r3}p + B_{r3}}{m_{\pi}p^{2} + b_{\pi}p + c_{\pi}} + \frac{c_{r3}p + D_{r3}}{m_{r}p^{2} + (b_{\pi} + b_{r})p + c_{r}} + \frac{E_{r3}}{p + 2\beta} = p\Psi_{r},$$

$$(35)$$

где  $\Psi_{\pi}$ ,  $\Psi_r$  — вторые сомножители в (32), (33), соответственно, равные передаточным функциям в (12), также соответственно.

ISSN 1025-6415 Доповіді Національної академії наук України, 2010, №1

Оригиналы изображений (34), (35) имеют вид

$$x_{\varepsilon}(t) - x_{\varepsilon 0} = a_l \left(\frac{U}{R}\right)^2 \left\{ E_{\varepsilon 2} \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) + E_{\varepsilon 3} \frac{1}{2\beta} (1 - e^{-2\beta t}) + \left[\frac{1}{m_{\pi}\omega_{0\pi}} (A_{\varepsilon 1} + A_{\varepsilon 2} + A_{\varepsilon 3}) - \frac{b_{\pi}}{2m_{\pi}\omega_{02}c_{\pi}} (B_{\varepsilon 1} + B_{\varepsilon 2} + B_{\varepsilon 3})\right] e^{-\frac{b_{\pi}}{2m_{\pi}}t} \sin \omega_{0\pi}t + \left[\frac{1}{m_{\tau}\omega_{0r}} (C_{\varepsilon 1} + C_{\varepsilon 2} + C_{\varepsilon 3}) - \frac{b_{\pi} + b_r}{2m_{\tau}\omega_{02}c_{r}} (D_{\varepsilon 1} + D_{\varepsilon 2} + D_{\varepsilon 3})\right] e^{-\frac{b_{\pi} + b_r}{2m_{r}}t} \sin \omega_{0r}t + \left[\frac{1}{c_{\pi}} (B_{\varepsilon 1} + B_{\varepsilon 2} + B_{\varepsilon 3})e^{-\frac{b_{\pi}t}{2m_{\pi}}}\cos \omega_{0\pi}t + \frac{1}{c_{r}} (D_{\varepsilon 1} + D_{\varepsilon 2} + D_{\varepsilon 3})\right] e^{-\frac{b_{\pi} + b_r}{2m_{r}}t} \cos \omega_{0r}t \right\}, \quad (36)$$

где

$$\varepsilon = \mathfrak{s}, r; \qquad \omega_{0\mathfrak{s}} = \sqrt{\frac{c_{\mathfrak{s}}}{m_{\mathfrak{s}}} - \left(\frac{b_{\mathfrak{s}}}{2m_{\mathfrak{s}}}\right)^2}; \qquad \omega_{0r} = \sqrt{\frac{c_r}{m_r} - \left(\frac{b_{\mathfrak{s}} + b_r}{2m_r}\right)^2}.$$

Коэффициенты  $A_{\varepsilon s}$ ,  $B_{\varepsilon s}$ ,  $C_{\varepsilon s}$ ,  $D_{\varepsilon s}$ ,  $E_{\varepsilon s}$ ,  $s = \overline{1,3}$ ,  $\varepsilon = \mathfrak{s}$ , r, определяются из системы уравнений (34), (35). Как видно из (36), перемещения  $x_{\mathfrak{s}}(t)$  и  $x_r(t)$  состоят из совокупности экспоненциально нарастающих составляющих с коэффициентами затухания  $\beta$ ,  $2\beta$  и экспоненциально затухающих осциллирующих составляющих с коэффициентами затухания  $b_{\mathfrak{s}}/(2m_{\mathfrak{s}})$  и  $(b_{\mathfrak{s}} + b_r)/(2m_r)$  и составными частотами  $\omega_{0\mathfrak{s}}$  и  $\omega_{0r}$ .

Заметим еще раз, что затухающие колебания в сингуларисном представлении U(t) в виде  $Ue^{-\alpha t} \sum_{k=1}^{n} U_{ak} \cos \omega_k t$ , проникнув в тяговое усилие F(t), вызывают затухающие колебания с коэффициентом затухания  $\alpha$  якоря в начальный период его движения. Эти колебания якоря, раскачивая его, способствуют началу движения, которое подхватывается действием F(t), выражаемое в виде (30) при  $\alpha = \infty$ .

Таким образом, в результате данного исследования разработан метод нахождения перемещений подвижной системы электромагнитного линейного виброударного возбудителя. Причем принято, что входные управляющие воздействия, являясь прямоугольными импульсами, представляются в виде сингуларисного разложения скачкообразной функции. Как известно [4], такое представление входных скачкообразных воздействий позволяет учитывать зоны нечувствительности электроцепей обмоток 01, 02, которые влияют на время начала движения якоря в ЭМВ. Задержка движения во времени равна примерно 4,6 · 1/α.

- 1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Москва: Высш. шк., 1978. 528 с.
- 2. *Ряшенцев Н. П., Ковалев Ю. З.* Динамика электромагнитных импульсных систем. Новосибирск: Наука, 1974. 188 с.
- 3. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. Москва: Сов. радио, 1959. 404 с.
- 4. Божко А. Е. Аргументированная детализация новой концепции о переходных процессах в электроцепях // Доп. НАН України. – 2007. – № 6. – С. 81–87.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков Поступило в редакцию 13.06.2008

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2010, № 1

Corresponding Member of the NAS of Ukraine A. E. Bozhko, V. I. Belykh

## On the dynamics of a linear electromagnetic vibrostroke exciter

The method to determine a displacement of the rotor in a linear electromagnetical vibrostroke exciter with the influence of input rectangular impulses is given. This influence is presented in the form of the singularismal expansion of a jump-like function.