ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

7 • 2011

ФІЗИКА

УДК 537.62+534.21

И. В. Линчевский, О. Н. Петрищев

Влияние магнитоупругого взаимодействия на скорость акустических волн в кубических ферродиэлектриках

(Представлено академиком НАН Украины В. М. Локтевым)

Для кристалів кубічної симетрії досліджується вплив магнітопружної взаємодії на модулі пружності і швидкості поширення магнітопружних хвиль. Дається кількісна оцінка цього впливу для ітрієвого ферогранату та вказується спосіб експериментального визначення п'єзомагнітної константи.

Известно, что магнитоупругое (МУ) взаимодействие в ферромагнетиках (ФМ) приводит к изменению модуля Юнга [1]. Такие измерения, как правило, производятся на образцах ФМ в виде стержней, т. е. имеет место одномерный случай [2]. В работе [3] изучено качественно влияние МУ взаимодействия на упругость ромбоэдрических антиферромагнетиков. Однако в настоящее время применительно к более распространенным ФМ кубической симметрии такие исследования не проводились.

В нашей работе исследуется влияние МУ взаимодействия на модули упругости ферродиэлектрических (ФД) кристаллов кубической сингонии ($Y_3Fe_5O_{12}$). Для вычисления эффективных модулей упругости используются уравнения состояния ФД с магнитострикционными эффектами [4]:

$$\sigma_{ij} = c^H_{ijkl}\frac{\partial U_k}{\partial x_l} - m_{pkij}H^0_p H_k, \tag{1}$$

$$B_k = m_{pkij}H^0_p\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \mu^{\varepsilon}_{kn}H_n, \tag{2}$$

где σ_{ij} — компонента тензора результирующих механических напряжений; B_k — проекция вектора магнитной индукции; c^H_{ijkl} — компонента тензора модулей упругости размагниченного ФМ; m_{pkij} — компонента тензора магнитострикционных констант; μ^{ε}_{ij} — компонента тензора магнитной проницаемости, определяемая в режиме постоянства деформации.

Рассмотрим случай, когда в анизотропном ФМ, в котором создано поляризующее постоянное магнитное поле $\vec{H}^0$, может распространяться плоская упругая волна

$$U_k = U^0_k F\left(t - \frac{\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{r}}{v}\right),$$

сопровождаемая плоской волной магнитного поля

$$H_k = H_k^* F\left(t - \frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{r}}{v}\right),$$

где F — фазовый сомножитель; v — фазовая скорость распространения МУ волны; U_k^0 и H_k^* — амплитуды упругой и магнитной составляющих МУ волн. МУ волны в ФД должны удовлетворять второму закону Ньютона и уравнениям Максвелла:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - \rho_0 \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = 0, \tag{3}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}, \qquad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}, \tag{4}$$

где ρ_0 — плотность ФД; U_i — амплитуда i-го компонента вектора смещения материальных частиц; $\overrightarrow{j}$ — вектор плотности тока проводимости.

Из уравнений (2), (4) при $j_i = 0$ следует, что $\operatorname{rot} \overrightarrow{H} = 0$, $\operatorname{div} \vec{H} \neq 0$. Таким образом, переменное магнитное поле $\vec{H}$, которое порождается деформациями в поляризованном постоянным магнитным полем $\vec{H}^0$ ФД, имеет потенциальный характер и может быть определено через скалярный магнитный потенциал

$$\Phi = \Phi^0 F\left(t - \frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{r}}{v}\right)$$

стандартным образом: $\vec{H} = -\operatorname{grad} \Phi$. При этом уравнение (2) примет вид

$$B_k = m_{pkij} H_p^0 \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \mu_{kn}^{\varepsilon} \frac{\partial \Phi}{\partial x_n}. \tag{5}$$

С учетом того, что $\operatorname{div} \overrightarrow{B} = 0$, получаем для скалярного потенциала

$$\Phi^0 = \frac{m_{pkij} H_p^0 n_i n_k U_i^0}{\mu_{kn}^{\varepsilon} n_k n_n},$$

а для компонента вектора напряженности переменного магнитного поля —

$$H_s^* = -\frac{m_{pkij} H_p^0 n_i n_k U_i^0}{\mu_{kn}^{\varepsilon} n_k n_n} \frac{n_s}{v} F'\left(t - \frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{r}}{v}\right). \tag{6}$$

Тогда, с учетом (1)

$$\sigma_{ij} = -c_{ijkl}^B \cdot \frac{n_l}{v} U_k^0 F'\left(t - \frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{r}}{v}\right), \tag{7}$$

где $c_{ijkl}^B = c_{ijkl}^H + m_{psij} H_p^0 \left(\dfrac{m_{pkij} H_p^0 \delta_{sl}}{\mu_{kn}^{\varepsilon} n_k n_n}\right)$; c_{ijkl}^B — компонент тензора модулей упругости намагниченного ФД; δ_{ij} — символ Кронекера.

Выражение (7) представляет обобщенный закон Гука для намагниченного ФД, в котором распространяются плоские упругие волны.

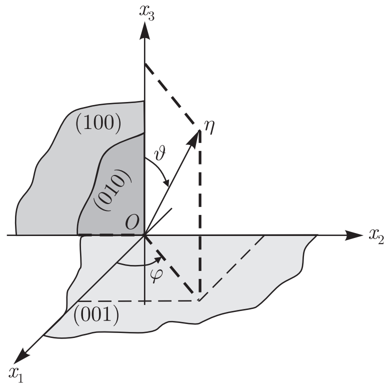

Рис. 1

Рассмотрим частный случай, когда плоские волны распространяются в Z-срезе (плоскости (001)) монокристалла кубической кристаллографической системы (рис. 1), т. е. матрица упругости имеет три независимых элемента: c_{11}; c_{12}; c_{44}. Компоненты тензора магнитострикционных констант определяются следующим образом:

$$m_{pkij} = m_2\delta_{pk}\delta_{ij} + \frac{m_1 - m_2}{2}(\delta_{pi}\delta_{kj} + \delta_{pj}\delta_{ki}),$$

$$m_{pjpj} = m_1; \qquad m_{ppjj} = m_2; \qquad m_{pjpj} = m_{pjjp} = m_{jpjp} = \frac{m_1 - m_2}{2},$$

где m_1 и m_2 — экспериментально определяемые константы. Компоненты тензора магнитной проницаемости содержат только диагональные элементы: $\mu^{\varepsilon}_{kn} = \delta_{kn}\mu^{\varepsilon}_{kn}$.

Для магнитного поляризующего поля вида $\vec{H}^0\{H^0_1, H^0_2, H^0_3\}$ модули элементов матрицы упругости в соответствии с (7) принимают вид:

$$c^B_{11} = c^H_{11} + \frac{(m_1H^0_1)^2}{\mu^{\varepsilon}_1}; \qquad c^B_{12} = c^H_{12} + \frac{(m_2H^0_1)^2}{\mu^{\varepsilon}_1}; \qquad c^B_{13} = c^H_{13} + \frac{(m_2H^0_1)^2}{\mu^{\varepsilon}_1};$$

$$c^B_{21} = c^H_{21} + \frac{(m_2H^0_2)^2}{\mu^{\varepsilon}_2}; \qquad c^B_{22} = c^H_{22} + \frac{(m_1H^0_2)^2}{\mu^{\varepsilon}_2}; \qquad c^B_{23} = c^H_{23} + \frac{(m_2H^0_2)^2}{\mu^{\varepsilon}_2};$$

$$c^B_{31} = c^H_{31} + \frac{(m_2H^0_3)^2}{\mu^{\varepsilon}_3}; \qquad c^B_{32} = c^H_{32} + \frac{(m_2H^0_3)^2}{\mu^{\varepsilon}_3}; \qquad c^B_{33} = c^H_{33} + \frac{(m_1H^0_3)^2}{\mu^{\varepsilon}_3};$$

$$c^B_{44} = c^H_{44} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\mu^{\varepsilon}_3}\left[\frac{(m_1 - m_2)}{2}H^0_2\right]^2 + \frac{1}{\mu^{\varepsilon}_2}\left[\frac{(m_1 - m_2)}{2}H^0_3\right]^2\right\};$$

$$c^B_{55} = c^H_{44} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\mu^{\varepsilon}_3}\left[\frac{(m_1 - m_2)}{2}H^0_1\right]^2 + \frac{1}{\mu^{\varepsilon}_1}\left[\frac{(m_1 - m_2)}{2}H^0_3\right]^2\right\};$$

$$c^B_{66} = c^H_{44} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\mu^{\varepsilon}_1}\left[\frac{(m_1 - m_2)}{2}H^0_1\right]^2 + \frac{1}{\mu^{\varepsilon}_2}\left[\frac{(m_1 - m_2)}{2}H^0_2\right]^2\right\}.$$

Таким образом, поляризующие эффекты в кубических ФД приводят к нарушению симметрии и числа независимых элементов модулей матрицы упругости. Для выяснения влияния этого факта на скорость распространения упругих волн в ФД обратимся к уравнению (3). После подстановки в (3) компонент вектора смещения получим систему уравнений Кристоффеля в виде

$$\begin{cases} (k_{11}-\rho_0 v^2)U_1^0 + k_{12}U_2^0 + k_{13}U_3^0 = 0, \\ k_{21}U_1^0 + (k_{22}-\rho_0 v^2)U_2^0 + k_{23}U_3^0 = 0, \\ k_{31}U_1^0 + k_{32}U_2^0 + (k_{33}-\rho_0 v^2)U_3^0 = 0, \end{cases} \tag{8}$$

где $k_{in} = c_{ikmn}n_k n_m$ — компонент тензора Кристоффеля;

$$k_{11} = (c_{11}^B \cos^2\varphi + c_{66}^B \sin^2\varphi)\sin^2\theta + c_{55}^B \cos^2\theta; \quad k_{12} = (c_{12}^B \cos\varphi\sin\varphi + c_{66}^B \cos\varphi\sin\varphi)\sin^2\theta;$$

$$k_{13} = (c_{13}^B \cos\varphi\cos\theta + c_{55}^B \cos\varphi\cos\theta)\sin^2\theta; \quad k_{21} = (c_{66}^B \cos\varphi\sin\varphi + c_{21}^B \cos\varphi\sin\varphi)\sin^2\theta;$$

$$k_{22} = (c_{66}^B \cos^2\varphi + c_{22}^B \sin^2\varphi)\sin^2\theta + c_{44}^B \cos^2\theta; \quad k_{23} = (c_{23}^B \sin\varphi\cos\theta + c_{44}^B \sin\varphi\cos\theta)\sin\theta;$$

$$k_{31} = c_{55}^B \cos\varphi\sin\theta\cos\theta + c_{31}^B \cos\varphi\sin\theta\cos\theta; \quad k_{32} = c_{44}^B \sin\varphi\sin\theta\cos\theta + c_{32}^B \sin^2\varphi\cos^2\theta;$$

$$k_{33} = c_{55}^B \cos^2\varphi\sin^2\theta + c_{44}^B \sin^2\varphi\sin^2\theta + c_{33}^B \cos^2\theta.$$

Нетривиальное относительно компонентов векторов смещения материальных частиц U_k^0 решение системы уравнений (8) возможно лишь в том случае, когда

$$(k_{11}-\rho_0 v^2)(k_{22}-\rho_0 v^2)(k_{33}-\rho_0 v^2) + k_{12}k_{23}k_{31} + k_{21}k_{32}k_{13} - (k_{22}-\rho_0 v^2)k_{13}k_{31} - \\ - (k_{11}-\rho_0 v^2)k_{23}k_{32} - (k_{33}-\rho_0 v^2)k_{12}k_{21} = 0. \tag{9}$$

Уравнение (9) имеет смысл условия существования плоской упругой волны, распространяющейся в направлении $\vec{n}$ в упругой среде с заданными параметрами.

В частном случае, когда плоские волны распространяются в плоскости $x_1 0 x_2$ ($\vartheta = \pi/2$), из уравнения (9) следуют две пары решений. Первая: при $U_3^0 = 0$, $U_1^0 \neq U_2^0 \neq 0$ соответствует квазипродольной и квазипоперечной волнам, имеющим скорости v_1 и v_2, соответственно:

$$v_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2\rho_0}[k_{11} + k_{22} \pm \sqrt{(k_{11}-k_{22})^2 + 4k_{12}k_{21}}]}. \tag{10}$$

Вторая пара решений соответствует $U_3^0 \neq 0$, U_1^0, $U_2^0 = 0$ и дает значение скорости волн сдвига:

$$v_3 = \sqrt{\frac{k_{33}}{\rho_0}}. \tag{11}$$

Таким образом, в плоскости $x_1 0 x_2$ могут распространяться три типа волн, скорости которых зависят от направления распространения и направления поляризующего магнитного поля.

На рис. 2 показаны зависимости нормированных на величину v_3 (при $H^0 = 0$) скоростей v_1 (кривая *1*), v_2 (*2*) и v_3 (*3*) плоских волн в намагниченном магнитным полем с напряженностью $H_2^0 = 10^3$ А/м в иттриевом феррогранате ($c_{11}^H = 239$ ГПа; $c_{12}^H = 110{,}6$ ГПа; $c_{44}^H = 76{,}6$ ГПа; $\mu_i^\varepsilon = 20\mu_0$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; $m_1 = 1$ Н/А^2; $m_2 \approx -m_1/2$).

Для МУ волн характерно, что поляризация ФД магнитным полем приводит к различному относительному изменению скоростей таких волн от угла φ.

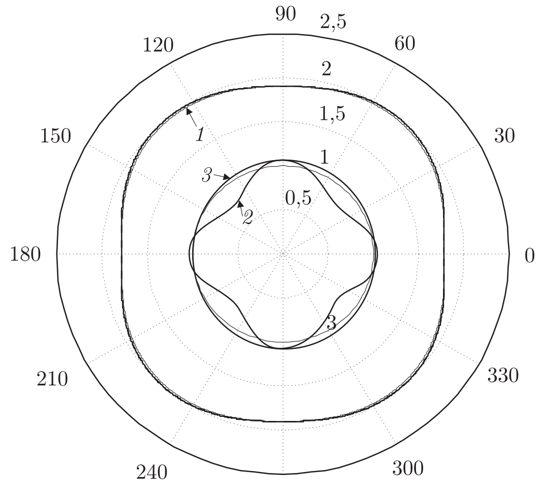

Рис. 2

Отметим, что если известны экспериментальные зависимости скоростей распространения плоских волн от направления их распространения, то, решив обратную задачу, можно получить числовые значения модулей упругости, а также пьезомагнитные константы данного ФД.

1. *Бозорт В. В.* Ферромагнетизм / Пер. с англ. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1956. – 784 с.
2. *Сыркин Л. Н.* Пьезомагнитная керамика. – Ленинград: Энергия, 1980. – 206 с.
3. *Мирсаев И. Ф.* Магнитоакустическая активность ромбоэдрических антиферромагнетиков // Физика тверд. тела. – 2001. – **43**, № 8. – С. 1467–1471.
4. *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физ. – 1957. – **21**, № 8. – С. 1140–1148.

НТУ "Киевский политехнический институт"

Поступило в редакцию 22.12.2010

I. V. Linchevskiy, O. N. Petrischev

Influence of the magnetoelastic interaction on the velocity of acoustic waves in cubic ferrodielectrics

For crystals of cubic symmetry, the influence of the magnetoelastic interaction on the moduli of elasticity and the propagation speed of magnetoelastic waves is investigated. The quantitative estimation of this influence for yttrium iron garnet is given, and a method for the experimental determination of the piezomagnetic constant is specified.