



УДК 628.35

© 2012

Член-корреспондент НАН України А. Я. Олейник, А. Н. Кравчук,  
О. А. Колпакова

### Теоретическое обоснование очистки сточных вод на капельных биофильтрах

*Предложена общая математическая модель удаления органических загрязнений при аэробной биологической очистке сточных вод на капельных биофильтрах с использованием биопленочных моделей. Модель состоит из двух блоков: гидродинамического и динамики органических загрязнений и воздуха (кислорода) в капельном фильтре. Гидродинамический блок включает уравнения потоков воздуха, жидкости и неразрывности, а блок динамики — уравнения материального баланса, записанные относительно концентраций загрязнений и кислорода в подвижной (потоки) и неподвижной (биопленка) фазах. Предложены и рассмотрены более простые случаи общей модели.*

В практике аэробной биологической очистки бытовых сточных вод сравнительно широкое распространение получили капельные биофильтры, популяции микроорганизмов в них формируются в виде биопленки на твердой поверхности загрузки, неплотно заполняющей резервуар. Но в отличие от затопленных обычных фильтров, в которых поток сточной воды фильтрует в порах материала загрузки с образовавшейся на ее поверхности биопленки, в капельных фильтрах поток сточной жидкости стекает по поверхности загрузки (последняя зачастую устраивается в виде пластин из полимерных материалов различной конфигурации поверхности). Кроме того, если в затопленных фильтрах сточная вода поступает или после предварительной аэрации ее воздухом (кислородом), или за счет пузырьков воздуха в фильтре, то в капельном фильтре воздух поступает естественным путем сверху или снизу постоянным потоком, движущимся по поверхности жидкости в прямом или обратном направлении.

Математические модели и методы расчета параметров очистки на капельных фильтрах представлены в публикации [1], где отмечаются достоинства и недостатки биофильтров. В результате проведенного анализа для описания гидродинамики переноса процессов массообмена и кинетических реакций, происходящих в указанном фильтре при очистке сточных вод, сформулирована наиболее полная математическая трехфазная модель гидродинамического блока и блока динамики органических загрязнений и воздуха (кислорода) в капельном фильтре. Гидродинамический блок включает уравнения потоков воздуха, жидкости и неразрывности, а блок динамики — уравнения материального баланса, записанные

относительно концентраций загрязнений и кислорода в подвижной (потоках) и твердой (био пленке) фазах. Кроме того, модель базируется на приведенных ниже предпосылках, которые (как показал последующий анализ) вполне приемлемы и не вносят существенных погрешностей в расчет. Согласно принятой физической и математической модели, эти процессы можно представить следующим образом. Поток жидкости (фаза 2) загрязнения переносятся со скоростью  $v_g$  (конвективный перенос) и в процессе диффузии поступают в био пленку (фаза 3), где перерабатываются микроорганизмами. Кислород поступает из газового воздушного потока (фаза 1), адсорбируется на границе раздела фаз газ — жидкость, при этом происходит насыщение кислородом жидкости, затем благодаря диффузии переходит в био пленку через образовавшуюся на ее поверхности тонкую жидкую пленку, где используется микроорганизмами для своей жизнедеятельности. Нами рассмотрены два случая движения потоков воздуха и жидкости: 1) когда эти потоки по направлению совпадают; 2) когда они противоположны. Процессы массопереноса загрязнений и кислорода в фазах (т. е. собственно их утилизация) в значительной мере зависят от режимов течения потоков воздуха и жидкости в капельном фильтре, поэтому они должны быть учтены при составлении математической модели.

Таким образом, математическая модель, состоящая из двух указанных выше блоков, должна описываться системой взаимосвязанных уравнений, решение которых позволит определить изменение концентраций загрязнений и кислорода в слоях, в целом капельном фильтре, а также оценить эффект очистки. При составлении модели учитываются следующие основные предпосылки и упрощения: 1) био пленка формируется на внешней поверхности загрузки, реакции не происходит в жидкости; 2) толщина био пленки однородна по всей загрузке; 3) поток воздуха и жидкости принимается изменяющимся в одном направлении вдоль капельного фильтра; 4) диффузия кислорода и загрязнений рассматривается только в направлении, перпендикулярном био пленке, т. е. продольная диффузия не учитывается; 5) адсорбцию кислорода на границе раздела фаз воздух — жидкость можно оценить по известному закону Генри; 6) в газовом и жидком слоях отсутствуют микроорганизмы. Как уже отмечалось, общая модель состоит из гидродинамического блока и блока динамики загрязнений и воздуха (кислорода). В общем случае для описания потоков воздуха и жидкости в слоях используются известное уравнение Навье–Стокса для несжимаемого потока и уравнение неразрывности для сохранения жидкой (воздушной) массы [2]:

$$(u \nabla) u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta u \quad \text{при} \quad u = u_1, u_2, u_3, \quad (1)$$

$$\nabla u = 0. \quad (2)$$

Так как массоперенос и поглощение в био пленке достигает установившегося режима быстрее по сравнению с ростом био пленки, то в этом случае общая конвективно-диффузионная — диффузионно-реакционная модель для концентрации загрязнений и кислорода описывается уравнениями  $D_2 = \text{const}$ ):

$$u \nabla_c = \nabla_c (D_1 \nabla_c), \quad (3)$$

$$\nabla_c (D_2 \nabla_c) - R(c) = 0. \quad (4)$$

Применительно к схемам потоков и процессам, приведенным в предложенной физической модели, для дальнейшего изучения и реализации описанные уравнения можно существенно

упростить, ограничив рассмотрением ламинарных режимов потоков, что является характерным для тонких слоев течения газов и жидкостей [2]. Тогда в случае однонаправленных потоков имеем:

для потока в газовом слое

$$v_b \frac{\partial v_b}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_b} \frac{\partial p_b}{\partial z} + \nu_b \frac{\partial^2 v_b}{\partial x^2}, \quad (5)$$

для потока в жидком слое

$$v_g \frac{\partial v_g}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p_g}{\partial z} + \rho_g g + \nu_g \frac{\partial^2 v_g}{\partial x^2}. \quad (6)$$

В уравнении (6) кроме изменения статического давления  $p$  отдельно учтен и эффект веса жидкости  $\rho_g z$ . На практике обычно пренебрегают членом в левой части уравнений и их решают при следующих граничных условиях: на границе потока газа [3]  $x = 0$ ,  $\partial v_b / \partial x = 0$ ; на поверхности биопленки  $x = x_2$ ,  $v_g = 0$ ; на границе потоков газ — жидкость  $x = x_1$ ,  $v_b = v_g$ ,  $\rho_b \nu_b \frac{\partial v_b}{\partial x} = \rho_g \nu_g \frac{\partial v_g}{\partial x}$ .

В случае, когда воздух и жидкость имеют противоположно направленные потоки, также решаются приведенные уравнения, однако при этом принимаются граничные условия при  $x = x_1$ :

для уравнения (5) —

$$\rho_b \nu_b \frac{\partial v_b}{\partial x} = -\rho_g \nu_g \frac{\partial v_g}{\partial x},$$

для уравнения (6) —

$$\rho_g \nu_g \frac{\partial v_g}{\partial x} = -\rho_b \nu_b \frac{\partial v_b}{\partial x}.$$

В уравнениях градиент давления жидкости  $dp_g/dz$  связан с градиентом давления воздуха  $dp_b/dz$  уравнением Янга–Лапласа [3]:

$$\frac{dp_g}{dz} = \frac{dp_b}{dz} - \frac{dp_c}{dz} = \frac{dp_b}{dz} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\sigma_g}{x_1} \right), \quad (7)$$

где  $\sigma_g$  — поверхностное натяжение, Н/м. С точки зрения принятых положений теории биокислечения и выше принятых упрощений и предпосылок процесс массопереноса кислорода (фаза 1) и загрязнений (фаза 2) рассматривается как процесс адвекции и адсорбции на соответствующих границах раздела фаз, диффузии кислорода в жидком слое (фаза 2), а также диффузии, биоразложения загрязнений и потребление кислорода в биопленке (фаза 3). В жидком слое для кислорода, в слое биопленки для кислорода и загрязнений принимается диффузия только в поперечном направлении, т. е. здесь не учитывается продольная диффузия и конвективный перенос в указанных слоях. Следовательно, уравнения сохранения массы кислорода в газовом слое (8) и массы загрязнений и кислорода в жидком слое (9) можно записать таким образом:

$$v_b \frac{\partial \sigma}{\partial z} - Af(x) D_{C_1} \left( \frac{\partial C_e}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_1} = 0, \quad (8)$$

$$v_g \frac{\partial L_e}{\partial z} - Af(x)D_L \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_2} = 0, \quad (9)$$

$$D_{C_1} \frac{\partial^2 C_e}{\partial x^2} = 0. \quad (10)$$

Оценим уравнения (8), (9) и (10) при следующих граничных условиях:

$$\text{при } z = 0, \quad \sigma = \sigma_0, \quad L_e = L_0;$$

$$\text{при } x = x_1, \quad C_e = \frac{\sigma}{m}, \quad \frac{\partial L_e}{\partial x} = 0;$$

$$\text{при } x = x_2, \quad C_e = C, \quad D_{C_1} \frac{\partial C_e}{\partial x} = D_C \frac{\partial C}{\partial x}.$$

Тогда уравнения сохранения массы кислорода и загрязнений в биопленке можно привести к виду

$$D_C \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - R_C = 0, \quad (11)$$

$$D_L \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - R_L = 0. \quad (12)$$

Уравнения (11), (12) можно записать так:

на границе биопленка — загрузка

$$x = x_3, \quad \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0; \quad (13)$$

на нижней границе жидкой пленки, непосредственно образующейся на поверхности биопленки

$$x = x_2, \quad -D_C \frac{\partial C}{\partial x} = K_C(C_e - C|_{x=x_2}), \quad -D_L \frac{\partial L}{\partial x} = K_L(LC_e - L|_{x=x_2}). \quad (14)$$

Скорость для реакций в биопленке описывается известными уравнениями [4]:

$$R_C = \alpha_1 R_L + \alpha_2 b \frac{C}{K_{m_C} + C} X, \quad (15)$$

$$R_L = \frac{\mu_m}{Y} \frac{L}{K_{m_L} + L} \frac{C}{K_{m_C} + C} X. \quad (16)$$

В приведенных выше уравнениях:  $\sigma$  — концентрация кислорода в газовой фазе;  $C$ ,  $L$  — концентрация кислорода и загрязнений в жидкой фазе;  $A$  — площадь поверхности загрузки фильтра в единице объема загрузки;  $f(X)$  — фактор коррекции диффузии в биопленке;  $X$  — концентрация биомассы в биопленке;  $D_C$ ,  $D_L$  — коэффициенты молекулярной диффузии кислорода и загрязнений в биопленке;  $D_{C_1}$  — коэффициент диффузии кислорода в жидком слое;  $K_C$ ,  $K_L$  — коэффициенты переноса кислорода и загрязнений в жидкой пленке;  $m$  — параметр Генри (коэффициент термодинамического равновесия).

Таким образом, приведенные уравнения описывают гидродинамику и процессы для секций биофильтра, имеющих в плане прямоугольную форму, для секций, имеющих в плане

круглую форму в виде отдельных цилиндров, вместо поперечной координаты  $x$  необходимо учитывать координату  $r$  и, следовательно, приведенные уравнения записать в цилиндрических координатах  $z$  и  $r$ . Предложенная общая модель может быть существенно упрощена в случаях, когда процесс утилизации загрязнений не лимитируется кислородом (т.е. обеспечен в достаточном количестве), а скорость аэрированного потока в жидком слое принять постоянной. Тогда общую математическую модель можно привести к более простому виду:

$$D \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - R_L = 0, \quad R_L = \frac{\mu_m}{Y} \frac{L}{K + L} X, \quad (17)$$

$$v \frac{\partial L_e}{\partial z} = -(L_e - L|_{x=x_2}). \quad (18)$$

Реализация этой модели при соответствующих граничных условиях позволяет определить изменение концентраций загрязнений в биопленке  $L(x)$  и в фильтре  $L_e(z)$ .

Известно, что уровень очистки хозяйственно-бытовых сточных вод на существующих сооружениях уже не удовлетворяет нормативным требованиям, которые предъявляются к сточным водам перед их сбросом в разные водоемы, и поэтому необходима их дополнительная доочистка. Высокая эффективность доочистки (глубокой очистки) может быть достигнута на биофильтрах за счет образования на поверхности загрузки высокой концентрации биомассы (биопленки), поэтому определение их оптимальных параметров имеет большое практическое значение.

Предложенная математическая модель и разработанные на ее основе методы инженерного расчета позволяют более надежно определить конструктивные параметры очистки и биофильтров с разной загрузкой.

Также предложенная модель может быть использована для биоокисления от летучих органических соединений (ЛОС) отработанных газов. Технология изъятия ЛОС на капельных биофильтрах в этом случае приведена в работах [3, 5].

1. Олейник А.Я., Колтакова О.А. К расчету очистки сточных вод на биофильтрах (капельных фильтрах) // Пробл. водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2011. – Вип. 16. – С. 60–71.
2. Рейнольдс А. Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях: Пер. с англ. – Москва: Энергия, 1979. – 408 с.
3. Liao O., Tian X., Chen R., Zhu X. Mathematical model for gas liquid two-phase flow and biodegradation of a low concentration volatile organic compound (VOC) in a trickling biofilter // Int. J. Heat and Mass Transf. – 2008. – 51, No 7./8. – P. 1780–1792.
4. Олейник А.Я., Тетеря А.И. Особенности моделирования процессов удаления органических загрязнений сточных вод на установках малой производительности // Прикл. гідромеханіка. – 2001. – 3 (75). – № 4. – С. 20–27.
5. Hekmat D., Stephan M., Bauer R., Feuchtinger A., Vortmeyer D. Modelling of multispecies biofilm population dynamics in a trickle-bed bioreactor used for waste gas treatment // Proc. Biochem. – 2006. – 41. – P. 1409–1416.

Член-кореспондент НАН України **О. Я. Олійник, А. М. Кравчук,  
О. А. Колпакова**

### **Теоретичне обґрунтування очистки стічних вод на краплинних біофільтрах**

*Побудовано загальну математичну модель вилучення органічних забруднень при аеробній біологічній очистці стічних вод на краплинних біофільтрах з використанням біоплівкових моделей. Модель складається із двох блоків: гідродинамічного і динаміки органічних забруднень і повітря (кисню) в краплинних фільтрах. Гідродинамічний блок включає рівняння потоків повітря, рідини і нерозривності, а блок динаміки — рівняння матеріального балансу, що записані відносно концентрацій забруднень і кисню в рухомій (потоки) и нерухомій (біоплівка) фазах. Запропоновано і розглянуто більш прості випадки загальної моделі.*

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **A. J. Oleinik, A. M. Kravchyk,  
O. A. Kolpakova**

### **The theoretical basis of the wastewater treatment on trickling biofilters**

*A general mathematical model of the removing of organic pollutions at the aerobic biological clearing of wastewaters on trickling biofilters using biofilm models is proposed. The model consists of two blocks: the hydrodynamical block and the dynamical one of organic contaminants and air (oxygen) in a trickling filter. The hydrodynamical block includes the equations describing the flows of air and the fluid and the continuity equation. The dynamical block includes the equations of material balance for the concentrations of a contaminant and oxygen in the moving (flow) and unmoving (biofilm) phases. More simple cases of the general model are proposed and considered.*